

Plaquette 3 – Formule des probabilités totales

Probabilités conditionnelles – Terminale STMG

Exercices

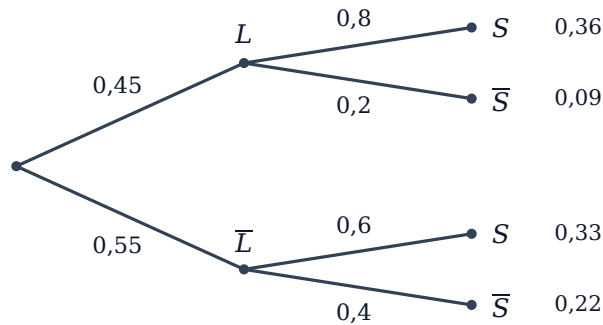
Méthode

Calculer la probabilité d'un événement B qui peut se produire par plusieurs chemins : on additionne les probabilités de tous les chemins de l'arbre qui mènent à B . On en déduit ensuite une probabilité « inversée » $P_B(A)$, par exemple la part des pièces défectueuses qui viennent d'une machine.

Exercice 1 – Une première probabilité totale

On reprend les clients de l'enseigne : $P(L) = 0,45$, $P_L(S) = 0,8$ et $P_{\bar{L}}(S) = 0,6$.

- Calculer la probabilité qu'un client soit satisfait.
- Un client est satisfait. Quelle est la probabilité qu'il ait acheté en ligne ?



L : achat en ligne ; S : client satisfait.

Exercice 2 – D'où viennent les pièces défectueuses ?

La machine 1 produit 70 % des pièces, avec 2 % de défauts ; la machine 2 produit le reste, avec 5 % de défauts.

- Calculer la proportion de pièces défectueuses.
- Une pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine 1 ?

Exercice 3 – Une partition en trois

Trois fournisseurs assurent 50 %, 30 % et 20 % des livraisons, avec des taux de retard respectifs de 10 %, 20 % et 30 %.

- Calculer la probabilité qu'une livraison soit en retard.
- Une livraison est en retard : quelle est la probabilité qu'elle vienne du troisième fournisseur ?

Exercice 4 - Le bus en retard

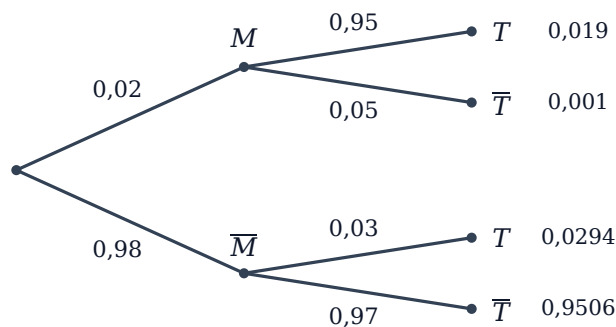
Il pleut avec la probabilité 0,3. S'il pleut, le bus est en retard avec la probabilité 0,4 ; sinon, avec la probabilité 0,1.

- Calculer la probabilité que le bus soit en retard.
- Le bus est en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait plu ?

Exercice 5 - Un test de dépistage

Une maladie touche 2 % de la population. Le test de dépistage est positif chez 95 % des malades, mais aussi chez 3 % des personnes saines.

- Calculer la probabilité qu'un test soit positif.
- Le test d'une personne est positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ?



M : la personne est malade ; T : le test est positif.

Exercice 6 - Démontrer la formule

Soit A un événement tel que $0 < P(A) < 1$, et B un événement. Expliquer pourquoi $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$, puis en déduire la formule des probabilités totales.

Exercice 7 - Retrouver $P(A)$

On sait que $P_A(B) = 0,8$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,3$ et $P(B) = 0,5$. On note $x = P(A)$. Calculer x .

Exercice 8 - Les sinistres d'un assureur

20 % des assurés sont de jeunes conducteurs ; 15 % d'entre eux et 5 % des autres déclarent un sinistre dans l'année.

- Quelle est la proportion d'assurés qui déclarent un sinistre ?
- Parmi les assurés qui déclarent un sinistre, quelle est la proportion de jeunes conducteurs ?

Exercice 9 - Une réponse juste au QCM

Un élève connaît la réponse à une question de QCM avec la probabilité 0,6 ; sinon, il choisit au hasard parmi 4 réponses.

- Calculer la probabilité qu'il réponde juste.
- Sa réponse est juste. Quelle est la probabilité qu'il ait connu la réponse ?

Exercice 10 - Les candidats embauchés

Trois agences envoient 50 %, 30 % et 20 % des candidats, avec des taux d'embauche de 30 %, 40 % et 60 %.

- Quelle est la probabilité qu'un candidat soit embauché ?
- Un candidat a été embauché. Quelle est la probabilité qu'il vienne de la troisième agence ?

Exercice 11 - Repérer une erreur

Avec $P(L) = 0,45$, $P_L(S) = 0,8$ et $P_{\bar{L}}(S) = 0,6$, un élève écrit : « $P(S) = 0,8 + 0,6 = 1,4$ », puis se corrige : « $P(S) = \frac{0,8 + 0,6}{2} = 0,7$ ». Expliquer les deux erreurs.

Exercice 12 - Deux urnes

On lance un dé équilibré. Si l'on obtient 1 ou 2, on tire une boule dans l'urne U_1 (2 rouges, 3 bleues) ; sinon, dans l'urne U_2 (4 rouges, 1 bleue).

- Calculer la probabilité de tirer une boule rouge.
- La boule est rouge : quelle est la probabilité qu'elle vienne de U_1 ?

Exercice 13 - Le risque de crédit

Une banque classe ses emprunteurs en trois profils : A (30 %), B (50 %) et C (20 %). Les taux de défaut de remboursement (D) sont de 2 %, 5 % et 12 %.

- Calculer le taux de défaut global.
- Quelle part des défauts provient du profil C ?

Exercice 14 - La ponctualité de trois lignes

Dans une ville, 50 % des trajets en bus se font sur la ligne 1, 30 % sur la ligne 2 et 20 % sur la ligne 3. Les bus sont à l'heure dans 90 %, 80 % et 60 % des cas.

- Calculer la probabilité qu'un trajet soit à l'heure.
- Un trajet est en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait eu lieu sur la ligne 3 ?

Exercice 15 - Synthèse : la vaccination

Dans une ville, 60 % des habitants sont vaccinés contre la grippe. Pendant l'hiver, 4 % des vaccinés et 15 % des non-vaccinés tombent malades.

- Construire l'arbre et calculer la probabilité qu'un habitant tombe malade.
- Parmi les malades, quelle est la proportion de vaccinés ?
- Un journal titre : « 29 % des malades étaient vaccinés : le vaccin ne sert à rien ». Que répondre ?