

## Plaquette 4 - Indépendance de deux événements

### Probabilités conditionnelles — Terminale STMG

#### Exercices

#### Méthode

Décider si deux événements sont indépendants, c'est-à-dire si savoir que l'un est réalisé change ou non la probabilité de l'autre. On compare  $P_A(B)$  à  $P(B)$ , ou  $P(A \cap B)$  à  $P(A) \times P(B)$ , puis on utilise l'indépendance pour calculer des probabilités, sans la confondre avec l'incompatibilité.

#### Exercice 1 - Avec un dé

On lance un dé équilibré. On note  $A$  « le résultat est pair »,  $B$  « le résultat est 1 ou 2 » et  $C$  « le résultat est supérieur ou égal à 4 ». Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? Et  $A$  et  $C$  ?

#### Exercice 2 - Tester avec le produit

Dans chaque cas, les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ?

- a)  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,5$  et  $P(A \cap B) = 0,2$ .
- b)  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,6$  et  $P(A \cap B) = 0,15$ .

#### Exercice 3 - Un tableau d'effectifs

Une enquête sur 400 salariés donne :

|       | Boit du café | N'en boit pas | Total |
|-------|--------------|---------------|-------|
| Homme | 144          | 96            | 240   |
| Femme | 96           | 64            | 160   |
| Total | 240          | 160           | 400   |

On choisit un salarié au hasard. Les événements  $H$  « c'est un homme » et  $C$  « il boit du café » sont-ils indépendants ?

#### Exercice 4 - Une indépendance symétrique

Soit  $A$  et  $B$  deux événements de probabilités non nulles, avec  $P_A(B) = P(B)$ . Démontrer que  $P_B(A) = P(A)$ .

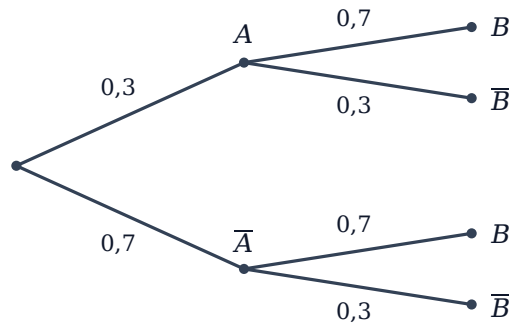
#### Exercice 5 - Deux pannes indépendantes

Un atelier possède deux machines qui tombent en panne indépendamment l'une de l'autre, avec les probabilités 0,05 et 0,08 un jour donné.

- a) Quelle est la probabilité que les deux machines soient en panne ?
- b) Quelle est la probabilité qu'au moins une machine fonctionne ?
- c) Quelle est la probabilité qu'au moins une machine soit en panne ?

**Exercice 6 – Lire l'indépendance sur un arbre**

Les événements  $A$  et  $B$  de l'arbre ci-dessous sont-ils indépendants ? Calculer  $P(B)$  pour le confirmer.



*Un arbre dont le second niveau ne dépend pas du premier.*

**Exercice 7 – Incompatibles ou indépendants ?**

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. On note  $C$  « la carte est un cœur » et  $P$  « la carte est un pique ». Les événements  $C$  et  $P$  sont-ils incompatibles ? indépendants ?

**Exercice 8 – Tirages avec et sans remise**

Une urne contient 3 boules rouges et 2 bleues. On effectue deux tirages. On note  $R_1$  et  $R_2$  « la première (la seconde) boule est rouge ». Les événements  $R_1$  et  $R_2$  sont-ils indépendants si l'on remet la première boule ? si on ne la remet pas ?

**Exercice 9 – Utiliser l'indépendance**

$A$  et  $B$  sont deux événements indépendants, avec  $P(A) = 0,25$  et  $P(A \cap B) = 0,05$ . Calculer  $P(B)$ , puis  $P_A(\bar{B})$ .

**Exercice 10 – Deux défauts indépendants**

Une pièce peut présenter un défaut de forme (probabilité 0,03) et un défaut de couleur (probabilité 0,02), indépendamment l'un de l'autre.

- Quelle est la probabilité qu'une pièce présente les deux défauts ?
- Quelle est la probabilité qu'elle n'ait aucun défaut ?
- En déduire la probabilité qu'elle ait au moins un défaut.

**Exercice 11 – Les retours de commandes**

Sur 800 commandes, 480 ont été passées depuis un téléphone ( $T$ ), et 144 ont été retournées ( $R$ ), dont 96 passées depuis un téléphone. Les événements  $T$  et  $R$  sont-ils indépendants ?

**Exercice 12 – Un dé et une pièce**

On lance un dé équilibré et une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 et « pile » ? Un nombre pair ou « face » ?

**Exercice 13 – Repérer une erreur**

Un élève affirme : «  $P(A) = 0,5$  et  $P(B) = 0,4$  ;  $A$  et  $B$  sont indépendants, donc  $P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 = 0,9$  ». Corriger, puis calculer  $P_A(B)$ .

**Exercice 14 – Un sondage d'opinion**

Dans une ville, 55 % des habitants ont moins de 50 ans ( $J$ ). 40 % des habitants souhaitent une nouvelle piste cyclable ( $V$ ), et 22 % des habitants ont moins de 50 ans et souhaitent la piste. L'âge et l'opinion sont-ils indépendants ?

**Exercice 15 – Synthèse : deux contrôles**

Une pièce passe deux contrôles indépendants. Le premier détecte un défaut avec la probabilité 0,9, le second avec la probabilité 0,8. On considère une pièce défectueuse.

- Quelle est la probabilité que les deux contrôles détectent le défaut ?
- Quelle est la probabilité qu'aucun ne le détecte ?
- L'entreprise veut détecter au moins 99 % des pièces défectueuses. Les deux contrôles suffisent-ils ?