

Plaquette 1 - Arbres, loi binomiale et loi normale

Probabilités : lois binomiale et normale — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Trois outils s'enchaînent : les **probabilités conditionnelles** (arbre pondéré, formule des probabilités totales), la **loi binomiale** (répétition d'épreuves identiques et indépendantes) et la **loi normale** (mesures continues, intervalles « un, deux, trois écarts types »). Les probabilités sont obtenues à la calculatrice ; l'essentiel est de savoir **quelle loi** utiliser.

Exercice 1 - Probabilité conditionnelle

Dans une entreprise, 60 % des salariés sont des femmes. Parmi les femmes, 30 % sont cadres ; parmi les hommes, 40 % sont cadres.

On choisit un salarié au hasard. On note F : « c'est une femme » et C : « c'est un cadre ».

- Donner $P(F)$, $P_F(C)$ et $P_{\bar{F}}(C)$.
- Calculer $P(F \cap C)$.

Exercice 2 - Probabilités totales

On reprend la situation précédente. Calculer la probabilité que le salarié choisi soit cadre.

Exercice 3 - Probabilité conditionnelle inverse

Toujours la même entreprise. Un salarié choisi au hasard est cadre. Quelle est la probabilité que ce soit une femme (arrondi au millième) ?

Exercice 4 - Test de dépistage

Une maladie touche 2 % d'une population. Un test donne un résultat positif pour 95 % des personnes malades et pour 4 % des personnes saines.

- Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard ait un test positif.
- Une personne a un test positif : quelle est la probabilité qu'elle soit réellement malade (arrondi au millième) ?

Exercice 5 - Reconnaître une loi binomiale

Dans chaque cas, dire si la variable suit une loi binomiale et préciser n et p .

- On interroge 50 clients au hasard dans une grande population où 30 % sont satisfaits ; X compte les satisfaits.
- On tire 3 cartes **sans remise** dans un jeu de 32 ; Y compte les as.
- On mesure la masse de 20 paquets ; Z est la masse moyenne.

Exercice 6 - Calculs avec la loi binomiale

Soit $X \sim B(10; 0,2)$.

- a) Calculer $P(X = 2)$ (arrondi au millième).
- b) Calculer $P(X \geq 1)$.
- c) Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$ (arrondi au centième).

Exercice 7 - Contrôle de qualité (binomiale)

Une chaîne produit 5 % d'articles défectueux. On prélève au hasard 30 articles.

- a) Justifier que le nombre X d'articles défectueux suit une loi binomiale.
- b) Calculer la probabilité qu'aucun article ne soit défectueux (arrondi au millième).
- c) Calculer le nombre moyen d'articles défectueux dans un tel prélèvement.

Exercice 8 - Loi normale : intervalles de référence

La masse (en grammes) des paquets produits par une machine suit la loi normale de moyenne $\mu = 500$ et d'écart type $\sigma = 4$.

Donner, sans calculatrice, la probabilité que la masse d'un paquet soit :

- a) entre 496 g et 504 g ;
- b) entre 492 g et 508 g ;
- c) supérieure à 500 g.

Exercice 9 - Loi normale : calculs à la calculatrice

Même machine ($\mu = 500$ g, $\sigma = 4$ g). La calculatrice donne $P(X \leq 495) \approx 0,1057$ et $P(X \leq 506) \approx 0,9332$.

Calculer la probabilité que la masse d'un paquet soit :

- a) inférieure à 495 g ;
- b) comprise entre 495 g et 506 g ;
- c) supérieure à 506 g.

Exercice 10 - Choisir la bonne loi

Pour chaque situation, indiquer la loi à utiliser.

- a) On compte le nombre de clients sur 200 qui utilisent un coupon de réduction, la proportion étant de 15 %.
- b) On étudie la durée de vie, en heures, d'une ampoule, de moyenne 1 200 h et d'écart type 80 h.
- c) On compte le nombre de pièces conformes sur un lot de 40, avec 92 % de conformité.

Exercice 11 - Problème : réglage d'une machine

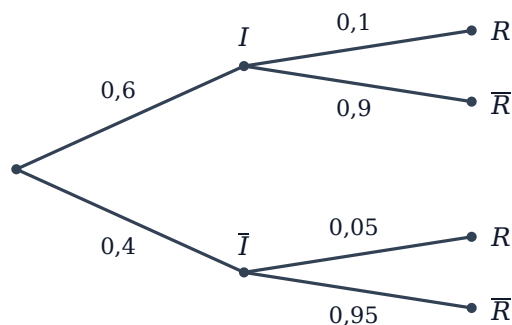
Une machine remplit des bouteilles ; le volume suit la loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 3$ mL. La bouteille est refusée si son volume est inférieur à 495 mL.

- Avec $\mu = 500$ mL, quelle proportion de bouteilles se situe dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$? Préciser cet intervalle.
- On souhaite que 495 mL corresponde à $\mu - 3\sigma$. Sur quelle valeur régler μ ?
- Quelle proportion de bouteilles serait alors refusée ?

Exercice 12 - Lire un arbre de retours

L'arbre ci-dessous décrit les achats d'une enseigne : sur internet (I) ou en magasin ($\bar{I}$), puis l'article est retourné (R) ou non.

- Calculer la probabilité qu'un achat soit fait sur internet et retourné.
- Calculer la probabilité qu'un article soit retourné.
- Un article est retourné : quelle est la probabilité qu'il ait été acheté sur internet ?



I : achat sur internet ; R : article retourné

Exercice 13 - Un schéma de Bernoulli sur un arbre

Un commercial fait 3 visites indépendantes ; chacune aboutit à une vente (succès S) avec la probabilité 0,2. On note X le nombre de ventes.

- Représenter la situation par un arbre.
- En déduire la loi de X .
- Vérifier que X suit $B(3; 0,2)$ et calculer $E(X)$.

Exercice 14 - Des retards de livraison

Un transporteur livre en retard 10 % de ses colis, de façon indépendante d'un colis à l'autre. On suit 20 colis et l'on note X le nombre de colis en retard.

- Quelle loi suit X ? Calculer $E(X)$.
- Calculer $P(X = 2)$ à la calculatrice (arrondi au millième).
- Calculer la probabilité qu'au moins 3 colis soient en retard, sachant que $P(X \leq 2) \approx 0,677$.

Exercice 15 - Un contrôle de qualité imparfait

3 % des pièces d'une production sont défectueuses. Un contrôle rejette 90 % des pièces défectueuses, mais aussi 2 % des pièces correctes.

- Construire l'arbre pondéré.

- b) Calculer la probabilité qu'une pièce soit rejetée.
- c) Une pièce est rejetée : quelle est la probabilité qu'elle soit réellement défectueuse (arrondi au millième) ?

Exercice 16 – Synthèse : les deux lois dans un même problème

Une entreprise expédie des colis. La masse d'un colis suit la loi normale de moyenne 2 000 g et d'écart type 50 g. Un colis est « hors norme » si sa masse dépasse 2 100 g.

- a) En utilisant les intervalles de référence, estimer la probabilité qu'un colis soit hors norme.
- b) On expédie 20 colis. Quelle loi suit le nombre Y de colis hors norme ?
- c) Calculer $E(Y)$ et la probabilité qu'aucun colis ne soit hors norme (arrondi au millième).