

Plaquette 5 – Décider à partir d'un ajustement

Statistiques à deux variables – Terminale STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Le circuit complet.

Étape	Ce qu'on fait
1	vérifier que $ r $ autorise l'ajustement
2	écrire $y = ax + b$
3	interpréter a dans l'unité du problème
4	prévoir, en signalant interpolation ou extrapolation
5	décider , avec les réserves

Interpréter la pente. L'unité de a est celle de y **divisée** par celle de x .

Contexte	Unité de a
CA selon la surface	euros par m ²
ventes selon le budget pub	unités par millier d'euros
ventes selon le prix	unités par euro

Rentabilité d'une action. Une hausse de Δx rapporte $a \times \Delta x$: elle est rentable si ce gain dépasse son coût.

Chiffre d'affaires et prix. Si les ventes suivent $q = ap + b$ avec $a < 0$, la recette vaut :

$$R(p) = p \times (ap + b)$$

C'est une parabole : son maximum s'obtient en dérivant.

Marge. Avec un coût unitaire c :

$$M(p) = (p - c) \times (ap + b)$$

⚠ Le prix qui maximise la recette n'est **pas** celui qui maximise la marge.

⚠ L'ajustement décrit ce qui a été observé, pas ce qui arrivera si l'on change de stratégie.

Correction de l'exercice 1 – Budget publicitaire et ventes

a) **Unité de y** : le nombre de ventes ✓

— **Unité de x** : le millier d'euros ✓

— **Unité de a** : ventes par millier d'euros ✓

— **Interprétation** :

3,08 ventes par k€ investi

— **Autre lecture** : 1000 € de publicité rapportent ≈ 3 ventes ✓

— **Signe** : positif ✓

— **Cohérence** : la publicité augmente les ventes ✓

— **Interprétation de 55,2** : les ventes sans publicité ✓

— **Réserve** : $x = 0$ est hors du domaine observé ✓

b) **Substitution** : $3,08 \times 40 + 55,2$ ✓

— **Produit** : 123,2 ✓

— **Somme** : $123,2 + 55,2$ ✓

— **Prévision** :

$\approx 178,4$ ventes

— **Nature** : extrapolation d'un pas ✓

— **Appréciation** : fiable ✓

— **Prévision pour 50 k€** : $\approx 209,2$ ✓

— **Nature** : extrapolation plus lointaine ✓

— **Réserve** : le marché peut saturer ✓

— **Budget pour atteindre 200 ventes** : $\frac{144,8}{3,08}$ ✓

— **Valeur** : ≈ 47 k€ ✓

Réponse. a) 3,08 ventes par k€ investi · b) ≈ 178 ventes.

Correction de l'exercice 2 - Rentabilité d'un budget

a) **Ventes supplémentaires** : 3,08 ✓

— **Marge par vente** : 280 € ✓

— **Produit** : $3,08 \times 280$ ✓

— **Gain** :

862,40 €

b) **Coût de l'action** : 1000 € ✓

— **Comparaison** : $862,40 < 1000$ ✓

— **Bilan** : -137,60 € ✓

— **Décision** :

ne pas augmenter

— **Marge minimale rendant l'action rentable** : $\frac{1000}{3,08}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 324,68$ € par vente ✓

— **Écart avec la marge actuelle** : $\approx 44,68$ € ✓

— **Autre levier** : augmenter l'efficacité de la publicité ✓

— **Pente nécessaire** : $\frac{1000}{280}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 3,57$ ventes par k€ ✓

— **Écart avec 3,08** : $\approx 0,49$ ✓

— **Réserve importante** : la pente vaut dans le domaine observé ✓

— **Au-delà de 35 k€** : elle peut chuter ✓

— **Raison** : saturation de l'audience ✓

— **Conclusion prudente** : l'ajustement suggère de ne pas augmenter ✓

Réponse. a) 862,40 € · b) non : le gain est inférieur aux 1000 € investis.

Correction de l'exercice 3 - Surface et chiffre d'affaires

a) **Unité** : k€ par m² ✓

— **Interprétation :**

$$2,33 \text{ k€ par m}^2$$

- **Autre lecture :** 2330 € de CA par m^2 ✓
- **Nom en gestion :** le rendement au m^2 ✓
- **Interprétation de 2,83 :** quasi nulle ✓
- **Lecture :** le CA est presque proportionnel à la surface ✓

b) **Substitution :** $2,33 \times 300 + 2,83$ ✓

- **Produit :** 699 ✓
- **Prévision :**

$$\approx 701,83 \text{ k€}$$

- **Nature :** extrapolation ✓
- **Distance :** 50 m^2 au-delà ✓
- **Appréciation :** raisonnable ✓

c) **Équation :** $2,33x + 2,83 = 600$ ✓

- **On retranche :** $2,33x = 597,17$ ✓
- **Division :** $x = \frac{597,17}{2,33}$ ✓
- **Valeur :**

$$\approx 256 \text{ m}^2$$

- **Vérification :** $2,33 \times 256 + 2,83$ ✓
- **Valeur :** $\approx 599,31 \text{ k€}$ ✓
- **Concordance :** ✓
- **Réserve :** un grand magasin n'a pas le même rendement ✓
- **Raison :** la fréquentation ne suit pas la surface ✓

Réponse. a) $2,33 \text{ k€ par m}^2$ · b) $\approx 702 \text{ k€}$ · c) $\approx 256 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 4 - Prix et quantités vendues

a) **Signe :** négatif ✓

- **Unité :** ventes par euro ✓
- **Interprétation :**

$$-22,5 \text{ ventes par euro de hausse}$$

- **Lecture économique :** la demande baisse avec le prix ✓
- **Cohérence :** c'est la loi de la demande ✓
- **Corrélation :** $\approx -0,998$ ✓
- **Ajustement excellent :** ✓

b) **À 15 € :** $-22,5 \times 15 + 749$ ✓

- **Produit :** $-337,5$ ✓
- **Prévision :**

$$\approx 411,5 \text{ ventes}$$

- **Nature :** interpolation ✓
- **Fiabilité :** bonne ✓
- **À 22 € :** $-22,5 \times 22 + 749$ ✓

— **Produit** : -495 ✓

— **Prévision** :

254 ventes

— **Nature** : extrapolation de deux euros ✓

— **Appréciation** : acceptable ✓

— **Prix annulant la demande** : $\frac{749}{22,5}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 33,29$ € ✓

— **Interprétation** : au-delà, plus personne n'achète ✓

— **Réserve** : extrapolation très lointaine ✓

Réponse. a) $-22,5$ ventes par euro · b) $\approx 411,5$ et 254 ventes.

Correction de l'exercice 5 - Maximiser le chiffre d'affaires

a) **Produit** : $p(-22,5p + 749)$ ✓

— **Développement** :

$$R(p) = -22,5p^2 + 749p$$

— **Nature** : une parabole tournée vers le bas ✓

b) **Dérivée** : $R'(p) = -45p + 749$ ✓

— **Annulation** : $45p = 749$ ✓

— **Division** : $p = \frac{749}{45}$ ✓

— **Valeur** :

$\approx 16,64$ €

— **Nature** : un maximum ✓

— **Justification** : le coefficient dominant est négatif ✓

— **Ventes correspondantes** : $-22,5 \times 16,64 + 749$ ✓

— **Valeur** : $\approx 374,6$ ✓

— **Chiffre d'affaires** : $16,64 \times 374,6$ ✓

— **Valeur** : ≈ 6233 € ✓

— **Contrôle à 16 €** : $16 \times 389 = 6224$ € ✓

— **Contrôle à 18 €** : $18 \times 344 = 6192$ € ✓

— **Le maximum est bien vers 16,6 €** ✓

— **Contrôle à 14 €** : $14 \times 434 = 6076$ € ✓

— **Prix pratiqué le plus proche** : 16 € ou 17 € ✓

— **Décision** : fixer le prix autour de 16,50 € ✓

Réponse. a) $R(p) = -22,5p^2 + 749p$ · b) $p \approx 16,64$ €.

Correction de l'exercice 6 - Maximiser la marge

a) **Marge unitaire** : $p - 8$ ✓

— **Marge totale** : $(p - 8)(-22,5p + 749)$ ✓

— **Développement, premier produit** : $-22,5p^2$ ✓

— **Deuxième** : $749p$ ✓

— **Troisième** : $180p$ ✓

— **Quatrième** : -5992 ✓

— **Réduction :**

$$M(p) = -22,5p^2 + 929p - 5992$$

b) **Dérivée :** $-45p + 929$ ✓— **Annulation :** $45p = 929$ ✓— **Division :** $p = \frac{929}{45}$ ✓— **Valeur :**

$$\approx 20,64 \text{ €}$$

— **Nature :** un maximum ✓— **Ventes :** $\approx 284,6$ ✓— **Marge unitaire :** $\approx 12,64 \text{ €}$ ✓— **Marge totale :** $\approx 3597 \text{ €}$ ✓c) **Prix maximisant le CA :** $\approx 16,64 \text{ €}$ ✓— **Prix maximisant la marge :** $\approx 20,64 \text{ €}$ ✓— **Écart :** exactement 4 € ✓— **Explication :** la moitié du coût unitaire ✓— **Détail :** $\frac{8}{2} = 4$ ✓— **Lecture :** il faut vendre plus cher que pour le CA ✓— **Raison :** chaque vente coûte 8 € ✓— **Marge à $16,64 \text{ €}$:** $\approx 3236,54 \text{ €}$ ✓— **Perte si l'on vise le CA :** $\approx 361 \text{ €}$ ✓— **Décision :** viser la marge, pas le chiffre d'affaires ✓**Réponse.** a) $M(p) = -22,5p^2 + 929p - 5992$ · b) $\approx 20,64 \text{ €}$ · c) 4 € de plus que pour le CA.**Correction de l'exercice 7 - Une prévision à critiquer**a) **Rang de 2045 :** $2045 - 2015$ ✓— **Valeur :** $x = 30$ ✓— **Substitution :** $3,5 \times 30 + 40$ ✓— **Produit :** 105 ✓— **Prévision :**

$$145$$

b) **Domaine observé :** x de 0 à 8 ✓— **Amplitude :** 8 ✓— **Distance d'extrapolation :** 22 pas ✓— **Rapport :** près de trois fois l'amplitude ✓— **Appréciation :**

extrapolation abusive

— **Première réserve :** rien ne garantit la tendance ✓— **Deuxième réserve :** le contexte aura changé ✓— **Exemples de ruptures :** nouvelle concurrence ✓— **Ou :** changement réglementaire ✓— **Ou :** saturation du marché ✓— **Troisième réserve :** une tendance affine sur 30 ans est rare ✓

- **Ce qu'il faudrait faire** : limiter l'horizon ✓
- **Horizon raisonnable** : 2 à 3 ans ✓
- **Soit** : jusqu'en 2026 ✓
- **Autre approche** : des scénarios, pas une valeur unique ✓
- **Exemple** : un scénario haut, moyen et bas ✓
- **Bonne pratique** : réactualiser chaque année ✓

Réponse. a) 145 · b) extrapolation de 22 pas pour 8 observés : abusive.

Correction de l'exercice 8 – Deux variables candidates

a) **Comparaison** : $0,98 > 0,62$ ✓

- **Seuil usuel** : 0,95 ✓
- **Première variable** : au-dessus ✓
- **Seconde** : bien en dessous ✓
- **Choix** :

la surface

- **Justification** : elle explique mieux les ventes ✓

b) **Interprétation du r faible** : pas de liaison **affine** nette ✓

- **Ce que cela ne signifie pas** : aucun lien ✓
- **Première hypothèse** : le lien n'est pas affine ✓
- **Exemple** : un effet de seuil ✓
- **Au-delà d'un certain effectif, plus de gain** ✓
- **Deuxième hypothèse** : trop peu de données ✓
- **Troisième hypothèse** : une variable cachée ✓
- **Exemple** : le nombre de vendeurs suit la surface ✓
- **Effet** : les deux variables sont liées entre elles ✓
- **Nom du phénomène** : la colinéarité ✓
- **Que faire** : tracer le nuage des vendeurs ✓
- **Et vérifier sa forme** ✓
- **Piste complémentaire** : combiner les deux variables ✓
- **Indicateur possible** : le nombre de vendeurs par m^2 ✓
- **Réserve finale** : la surface **prédit**, elle n'**explique** pas ✓

Réponse. a) la surface · b) pas de liaison affine nette, mais un lien peut exister sous une autre forme.

Correction de l'exercice 9 – Décider d'un agrandissement

- **CA supplémentaire annuel** : $2,33 \times 50$ ✓
- **Valeur** :

116,5 k€ par an

- **Marge correspondante** : $0,18 \times 116,5$ ✓
- **Valeur** : $\approx 20,97$ k€ par an ✓
- **Sur deux ans** : $\approx 41,94$ k€ ✓
- **Coût de l'agrandissement** : 90 k€ ✓
- **Comparaison** : $41,94 < 90$ ✓
- **Conclusion** :

non rentable en deux ans

- **Durée nécessaire** : $\frac{90}{20,97}$ ✓
- **Valeur** : $\approx 4,29$ ans ✓
- **Soit** : un peu plus de quatre ans ✓
- **Décision** : accepter si l'horizon est plus long ✓
- **Marge minimale pour deux ans** : $\frac{90}{2 \times 116,5}$ ✓
- **Valeur** : $\approx 38,6\%$ ✓
- **Appréciation** : très au-dessus des 18 % ✓
- **Réserve sur le modèle** : le rendement au m² peut baisser ✓
- **Effet** : le CA supplémentaire serait surestimé ✓
- **Prudence supplémentaire recommandée** ✓

Réponse. Non : $\approx 41,94$ k€ de marge sur deux ans contre 90 k€ de coût. Il faut $\approx 4,3$ ans.

Correction de l'exercice 10 - Repérer une erreur

- **Première erreur** : r n'est pas un pourcentage de ventes ✓
- **Ce que mesure r** : la qualité de la liaison **affine** ✓
- **Son domaine** : entre -1 et 1 ✓
- **Lecture correcte de 0,97** : liaison forte et croissante ✓
- **Ce qu'il ne dit pas** : la part expliquée ✓
- **Indicateur pour cela** : r^2 ✓
- **Calcul** : $0,97^2$ ✓
- **Valeur** :

$$\approx 0,941$$

- **Lecture** : $\approx 94,1\%$ de la **variabilité** est expliquée ✓
- **Nuance** : expliquée par le modèle, pas causée ✓
- **Seconde erreur** : la causalité ✓
- **Ce que montre la corrélation** : une liaison observée ✓
- **Ce qu'elle ne montre pas** :

aucune cause

- **Variable cachée possible** : la conjoncture ✓
- **Effet** : elle pousse à la fois la pub et les ventes ✓
- **Autre possibilité** : la causalité inverse ✓
- **Exemple** : le budget pub est fixé en % des ventes passées ✓
- **Pour établir une causalité** : un test contrôlé ✓
- **Exemple** : deux régions, une avec pub, une sans ✓
- **Formulation correcte** : « les ventes sont fortement corrélées au budget » ✓

Réponse. $r = 0,97$ mesure la liaison affine, pas une part de ventes ; et corrélation n'est pas causalité.

Correction de l'exercice 11 - Comparer deux magasins

- **Prévision pour A** : $2,33 \times 150 + 2,83$ ✓
- **Produit** : 349,5 ✓

- **Valeur** : $\approx 352,33$ k€ ✓
- **CA observé** : 352 k€ ✓
- **Résidu** : $\approx -0,33$ k€ ✓
- **Appréciation** : conforme au modèle ✓
- **Prévision pour B** : $2,33 \times 200 + 2,83$ ✓
- **Produit** : 466 ✓
- **Valeur** : $\approx 468,83$ k€ ✓
- **CA observé** : 445 k€ ✓
- **Résidu** : $\approx -23,83$ k€ ✓
- **Appréciation** : nettement sous le modèle ✓
- **Conclusion** :
le magasin A est plus performant

- **Précision** : à surface comparable ✓
- **Piège** : comparer les CA bruts ✓
- **Ce que cela donnerait** : B devant, avec $445 > 352$ ✓
- **Pourquoi c'est trompeur** : B est plus grand ✓
- **CA au m² de A** : $\frac{352}{150} \approx 2,35$ ✓
- **CA au m² de B** : $\frac{445}{200} = 2,225$ ✓
- **Même conclusion** ✓
- **Décision** : auditer le magasin B ✓

Réponse. A : son CA est conforme au modèle, alors que B est ≈ 24 k€ en dessous.

Correction de l'exercice 12 - Une action à évaluer

- a) À 18 €, ventes prévues : $-405 + 749$ ✓
- **Valeur** : 344 ✓
 - **Marge unitaire** : $18 - 8$ ✓
 - **Valeur** : 10 € ✓
 - **Marge totale** :
3440 €
 - À 16 €, ventes prévues : $-360 + 749$ ✓
 - **Valeur** : 389 ✓
 - **Marge unitaire** : 8 € ✓
 - **Marge totale** :
3112 €
- b) **Comparaison** : $3112 < 3440$ ✓
- **Perte** : 328 € ✓
 - **Décision** : ne pas baisser le prix ✓
 - **Ventes gagnées** : 45 ✓
 - **En pourcentage** : $\approx +13,1\%$ ✓
 - **Marge unitaire perdue** : 2 € sur 10 ✓
 - **En pourcentage** : -20% ✓
 - **La baisse de marge l'emporte** ✓
 - **Prix optimal calculé plus haut** : $\approx 20,64$ € ✓

- **Il faudrait au contraire** monter**** ✓
- **Marge à 20 €** : $12 \times 299 = 3588$ € ✓
- **Gain par rapport à 18 €** : 148 € ✓
- **Réserve** : monter le prix peut nuire à l'image ✓
- **Et le modèle ne vaut qu'entre 12 et 20 €** ✓

Réponse. a) 3440 € contre 3112 € · b) ne pas baisser : la perte de marge dépasse le gain de volume.

Correction de l'exercice 13 - Fixer un objectif réaliste

a) **Équation** : $3,08x + 55,2 = 250$ ✓

— **On retranche** : $3,08x = 194,8$ ✓

— **Division** : $x = \frac{194,8}{3,08}$ ✓

— **Valeur** :

$\approx 63,25$ k€

b) **Domaine observé** : de 10 à 35 k€ ✓

— **Amplitude** : 25 ✓

— **Distance d'extrapolation** : ≈ 28 k€ ✓

— **Rapport** : plus d'une amplitude ✓

— **Appréciation** :

extrapolation risquée

— **Premier risque** : la pente baisse avec la saturation ✓

— **Effet** : le budget réel serait supérieur ✓

— **Deuxième risque** : le budget double presque ✓

— **Question de trésorerie** ✓

— **Objectif atteignable sans extrapoler** : à 35 k€ ✓

— **Ventes prévues** : ≈ 163 ✓

— **Écart avec l'objectif** : 87 ventes ✓

— **Recommandation** : viser 200 ventes d'abord ✓

— **Budget correspondant** : ≈ 47 k€ ✓

— **Puis réévaluer le modèle** ✓

— **Bonne pratique** : procéder par paliers ✓

— **Et mesurer l'effet réel à chaque étape** ✓

Réponse. a) $\approx 63,25$ k€ · b) non : c'est une extrapolation au-delà du domaine observé.

Correction de l'exercice 14 - Lire une note de synthèse

— **Première faiblesse** : le seuil de r ✓

— **Valeur annoncée** : 0,91 ✓

— **Seuil usuel** : 0,95 ✓

— **Comparaison** : en dessous ✓

— **Qualification correcte** : ajustement **moyen** ✓

— **Le mot « excellent » est abusif** ✓

— **Deuxième faiblesse** : l'extrapolation ✓

— **Domaine observé** : de 5 à 20 ✓

— **Amplitude** : 15 ✓

- **Valeur demandée** : 45 ✓
- **Distance** : 25 au-delà ✓
- **Rapport** :
plus d'une amplitude et demie
- **Appréciation** : extrapolation abusive ✓
- **Troisième faiblesse** : aucune réserve n'est formulée ✓
- **Quatrième** : pas d'intervalle, une valeur unique ✓
- **Ce qu'il faudrait écrire** : une fourchette ✓
- **Cinquième** : aucun examen des résidus ✓
- **Ce qu'ils révéleraient** : une éventuelle courbure ✓
- **Recommandation 1** : tracer le nuage ✓
- **Recommandation 2** : tester un changement de variable ✓
- **Recommandation 3** : limiter l'horizon à $x \approx 25$ ✓
- **Recommandation 4** : présenter plusieurs scénarios ✓

Réponse. $r = 0,91$ est moyen, pas excellent ; et $x = 45$ est une extrapolation abusive sans réserve ni fourchette.

Correction de l'exercice 15 - Trois décisions à trancher

- a) **Hausse du budget** : 5 k€ ✓
- **Ventes supplémentaires** : $3,08 \times 5$ ✓
 - **Valeur** : 15,4 ✓
 - **Marge supplémentaire** : $15,4 \times 400$ ✓
 - **Valeur** :
6160 €
 - **Coût** : 5000 € ✓
 - **Bilan** : +1160 € ✓
 - **Décision** : rentable ✓
- b) **Même calcul** : la pente est constante ✓
- **Marge supplémentaire** : 6160 € ✓
 - **Coût** : 5000 € ✓
 - **Bilan** : +1160 € ✓
 - **Décision** : rentable aussi ✓
 - **Réserve** : 35 k€ est la limite du domaine observé ✓
 - **Au-delà** : la pente n'est plus garantie ✓
- c) **Règle** : comparer $a \times \Delta x \times m$ et Δx ✓
- **Simplification par Δx** ✓
 - **Condition** :
$$a \times m \geq 1000$$
 - **Ici** : $3,08 \times 400$ ✓
 - **Valeur** : 1232 ✓
 - **Comparaison** : $1232 > 1000$ ✓
 - **Conclusion** : toute hausse est rentable ✓
 - **Tant que le modèle vaut** ✓

- **Marge seuil** : $\frac{1000}{3,08} \approx 324,68 \text{ €}$ ✓
- **Ici** : $400 > 324,68$ ✓
- **Limite pratique** : la saturation du marché ✓
- **Signal à surveiller** : une pente qui baisse ✓

Réponse. a) et b) oui, +1160 € dans les deux cas · c) rentable tant que $a \times m > 1000$, ici 1232.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un rapport complet

a) **Valeur de r** : 0,999 ✓

- **Seuil** : 0,95 ✓
- **Conclusion** : ajustement **excellent** ✓
- **Contrôle des écarts de ventes** : 17 ; 16 ; 13 ; 18 ; 13 ✓
- **Ils sont proches** ✓
- **Écart de budget** : 5 k€ à chaque fois ✓
- **Pente moyenne** : $\frac{77}{25}$ ✓
- **Valeur** : 3,08 ✓
- **Concordance parfaite** ✓

b) **Ventes à 40 k€** : $3,08 \times 40 + 55,2$ ✓

— **Valeur** :

$$\approx 178,4$$

- **Ventes supplémentaires par rapport à 35 k€** : $\approx 15,4$ ✓
- **Marge supplémentaire** : $15,4 \times 400$ ✓
- **Valeur** : 6160 € ✓
- **Coût supplémentaire** : 5000 € ✓
- **Bilan** :

$$+1160 \text{ €}$$

c) **Première phrase, le constat** : $r \approx 0,999$, la liaison est très forte ✓

- **Deuxième, le chiffre** : 1000 € de pub rapportent ≈ 3 ventes ✓
- **Soit** : $\approx 1232 \text{ €}$ de marge ✓
- **Troisième, la décision** : porter le budget à 40 k€ ✓
- **Gain attendu** : $\approx 1160 \text{ €}$ ✓
- **Quatrième, la réserve** : c'est une extrapolation ✓
- **Recommandation** : mesurer l'effet réel avant d'aller plus loin ✓
- **Signal d'alerte** : une pente qui baisserait ✓

Réponse. a) $r \approx 0,999$, excellent · b) ≈ 178 ventes, +1160 € de bilan · c) porter le budget à 40 k€ en mesurant l'effet réel.