

Plaquette 3 - Droite d'ajustement et prévisions

Statistiques à deux variables — Terminale STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

L'équation.

$$y = ax + b$$

Les coefficients a et b sont donnés par la **calculatrice** (méthode des moindres carrés). La droite passe toujours par le point moyen G .

Les deux sens de la prévision.

Question	Méthode
« quel y pour ce x ? »	on remplace x dans l'équation
« quel x pour ce y ? »	on résout $ax + b = y$

$$x = \frac{y - b}{a}$$

Interpréter les coefficients.

Coefficient	Sens
a	la variation moyenne de y quand x augmente de 1
b	la valeur prédite pour $x = 0$

Séries chronologiques. On pose $x = \text{année} - \text{année de référence}$, pour manipuler de petits nombres. Il faut ensuite **revenir** à l'année.

Résidu. L'écart entre l'observation et la prévision :

$$e_i = y_i - (ax_i + b)$$

Des résidus petits et sans tendance confirment la qualité de l'ajustement.

⚠ Une prévision hors du domaine observé est une **extrapolation** : il faut le signaler.

⚠ L'arrondi de a et b se répercute : conserver assez de décimales avant de conclure.

Correction de l'exercice 1 - Écrire l'équation

a) **Forme générale** : $y = ax + b$ ✓

— **Substitution** :

$$y = 16,97x + 250,24$$

b) **Coefficient a** : le coefficient directeur ✓

— **Interprétation** : y augmente de $\approx 16,97$ par an ✓

— **Précision** : en moyenne sur la période ✓

— **Signe** : positif ✓

— **Lecture** : la tendance est croissante ✓

— **Coefficient b** : l'ordonnée à l'origine ✓

— **Valeur prédite pour $x = 0$** : 250,24 ✓

- **Année correspondante** : 2019 ✓
- **Comparaison à l'observation de 2019** : 250 ✓
- **Écart** : 0,24 ✓
- **Appréciation** : très faible ✓
- **Prévision pour $x = 1$** : 267,21 ✓
- **Observation** : 268 ✓
- **Écart** : $\approx 0,79$ ✓
- **Contrôle du point moyen** : $\bar{x} = 2,5$ ✓
- **Prévision** : $16,97 \times 2,5 + 250,24$ ✓
- **Valeur** : $\approx 292,67$ ✓
- **Concordance avec $\bar{y}$** ✓

Réponse. a) $y = 16,97x + 250,24$ · b) +16,97 par an, et 250,24 en 2019.

Correction de l'exercice 2 - Une prévision directe

- **Rang de 2027** : $2027 - 2019$ ✓
- **Valeur** : $x = 8$ ✓
- **Substitution** : $16,97 \times 8 + 250,24$ ✓
- **Produit** : 135,76 ✓
- **Somme** : $135,76 + 250,24$ ✓
- **Prévision** :

386
- **Nature** : une extrapolation ✓
- **Raison** : les données s'arrêtent à $x = 5$ ✓
- **Distance** : trois pas au-delà ✓
- **Appréciation** : raisonnable ✓
- **Réserve à formuler** : la tendance doit se maintenir ✓
- **Prévision pour 2026, soit $x = 7$** : $\approx 369,03$ ✓
- **Prévision pour 2025, soit $x = 6$** : $\approx 352,06$ ✓
- **Écart annuel entre ces prévisions** : $\approx 16,97$ ✓
- **Concordance avec le coefficient directeur** ✓
- **Hausse totale depuis 2019** : ≈ 136 ✓
- **En pourcentage** : $\approx +54,4\%$ ✓
- **Piège** : oublier de convertir l'année en rang ✓
- **Ce que donnerait $x = 2027$** : un nombre absurde ✓

Réponse. $x = 8$ donne $y = 386$.

Correction de l'exercice 3 - Une prévision inverse

- **Équation à résoudre** : $16,97x + 250,24 = 400$ ✓
- **On retranche 250,24** : $16,97x = 149,76$ ✓
- **Division** : $x = \frac{149,76}{16,97}$ ✓
- **Valeur** :

$x \approx 8,82$
- **Interprétation** : la valeur 400 est franchie en cours d'année ✓
- **Premier rang entier au-delà** : $x = 9$ ✓

— **Année correspondante** : 2019 + 9 ✓

— **Réponse** :

2028

— **Vérification pour** $x = 9$: $152,73 + 250,24$ ✓

— **Valeur** : $\approx 402,97$ ✓

— **Supérieure à 400** ✓

— **Vérification pour** $x = 8$: 386 ✓

— **Inférieure à 400** ✓

— **Conclusion confirmée** ✓

— **Recherche du seuil 350** : $x = \frac{99,76}{16,97}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 5,88$ ✓

— **Année** : 2025 ✓

— **Nature de cette prévision** : extrapolation très proche ✓

— **Appréciation** : fiable ✓

Réponse. $x \approx 8,82$, donc le seuil est franchi en 2028.

Correction de l'exercice 4 - Un ajustement décroissant

a) **Signe** : négatif ✓

— **Interprétation** :

y baisse de 1,37 quand x augmente de 1

— **Lecture** : la tendance est décroissante ✓

— **Corrélation attendue** : proche de -1 ✓

b) **Substitution** : $-1,37 \times 60 + 193,1$ ✓

— **Produit** : $-82,2$ ✓

— **Somme** : $193,1 - 82,2$ ✓

— **Prévision** :

110,90

c) **Équation** : $-1,37x + 193,1 = 100$ ✓

— **On retranche 193,1** : $-1,37x = -93,1$ ✓

— **Division par $-1,37$** : $x = \frac{93,1}{1,37}$ ✓

— **Valeur** :

$x \approx 67,96$

— **Vérification** : $-1,37 \times 67,96 \approx -93,10$ ✓

— **Somme** : ≈ 100 ✓

— **Concordance** ✓

— **Valeur de x annulant y** : $\frac{193,1}{1,37}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 140,95$ ✓

— **Interprétation** : le modèle prédit zéro vers $x = 141$ ✓

— **Réserve** : si les données s'arrêtent à $x = 50$ ✓

— **Alors** : extrapolation très lointaine ✓

— **Prudence** : la baisse peut ralentir avant ✓

Réponse. a) $-1,37$ par unité · b) $110,90$ · c) $x \approx 67,96$.

Correction de l'exercice 5 - Calculer des résidus

— **Définition** : $e_i = y_i - (ax_i + b)$ ✓

— **Prévision en** $x = 0$: $250,24$ ✓

— **Résidu** : $250 - 250,24$ ✓

— **Valeur** : $-0,24$ ✓

— **Prévision en** $x = 1$: $267,21$ ✓

— **Résidu** : $\approx 0,79$ ✓

— **Prévision en** $x = 2$: $\approx 284,18$ ✓

— **Résidu** : $\approx 0,82$ ✓

— **Prévision en** $x = 3$: $\approx 301,15$ ✓

— **Résidu** : $\approx -2,15$ ✓

— **Prévision en** $x = 4$: $\approx 318,12$ ✓

— **Résidu** : $\approx -0,12$ ✓

— **Prévision en** $x = 5$: $\approx 335,09$ ✓

— **Résidu** : $\approx 0,91$ ✓

— **Liste** :

$-0,24 \quad 0,79 \quad 0,82 \quad -2,15 \quad -0,12 \quad 0,91$

— **Ordre de grandeur** : inférieur à $2,2$ ✓

— **Comparé aux valeurs observées** : moins de 1% ✓

— **Signes** : ils alternent, sans tendance ✓

— **Conclusion** : l'ajustement affine est **très bon** ✓

— **Signe d'alerte à surveiller** : des résidus tous positifs puis tous négatifs ✓

Réponse. Résidus $-0,24$; $0,79$; $0,82$; $-2,15$; $-0,12$; $0,91$: petits et sans tendance, l'ajustement est bon.

Correction de l'exercice 6 - Changer d'unité

a) **Conversion** : on multiplie y par 1000 ✓

— **Nouveaux coefficients** : a et b multipliés par 1000 ✓

— **Équation** :

$$y = 16\,970x + 250\,240$$

— **Interprétation** : $+16\,970$ € par an ✓

— **Contrôle en** $x = 2$: $284\,180$ € ✓

— **Concordance avec** $284,18$ milliers ✓

b) **Conversion** : une année vaut 12 mois ✓

— **Effet sur** x : il est multiplié par 12 ✓

— **Effet sur la pente** : elle est **divisée** par 12 ✓

— **Calcul** : $\frac{16,97}{12}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 1,414$ ✓

— **L'ordonnée à l'origine ne change pas** ✓

— **Raison** : $x = 0$ reste le même instant ✓

— **Équation** :

$$y = 1,414x + 250,24$$

- **Contrôle pour $x = 24$ mois** : $33,94 + 250,24$ ✓
- **Valeur** : $\approx 284,18$ ✓
- **Concordance avec deux ans** ✓
- **Piège** : multiplier la pente par 12 ✓
- **Pourquoi c'est faux** : la hausse **mensuelle** est plus petite ✓
- **Réflexe** : vérifier sur un point connu ✓

Réponse. a) $y = 16\,970x + 250\,240$ · b) $y = 1,414x + 250,24$.

Correction de l'exercice 7 - Deux ajustements à comparer

a) En 2020, soit $x = 0$, **A** : 31,5 ✓

— **B** : 12,3 ✓

— **A est devant** ✓

— En 2024, soit $x = 4$, **A** : $16,8 + 31,5$ ✓

— **Valeur** :

48,3

— **B** : $31,2 + 12,3$ ✓

— **Valeur** :

43,5

— **A est encore devant** ✓

— **Écart** : 4,8 ✓

b) **Équation** : $7,8x + 12,3 = 4,2x + 31,5$ ✓

— **On retranche $4,2x$** : $3,6x + 12,3 = 31,5$ ✓

— **On retranche 12,3** : $3,6x = 19,2$ ✓

— **Division** : $x = \frac{19,2}{3,6}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 5,33$ ✓

— **Premier rang entier au-delà** : $x = 6$ ✓

— **Année** :

2026

— **Vérification en $x = 6$** , **A** : 56,7 ✓

— **B** : 59,1 ✓

— **B est devant** ✓

— **Vérification en $x = 5$** , **A** : 52,5 ✓

— **B** : 51,3 ✓

— **A encore devant** ✓

— **Conclusion confirmée** ✓

Réponse. a) A devant dans les deux cas · b) B dépasse A en 2026.

Correction de l'exercice 8 - Atteindre un objectif

a) **Équation** : $4,2x + 31,5 = 60$ ✓

— **On retranche** : $4,2x = 28,5$ ✓

— **Division** : $x = \frac{28,5}{4,2}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 6,79$ ✓

— **Premier rang entier** : $x = 7$ ✓

— **Année** :

2027

— **Vérification** : $4,2 \times 7 + 31,5$ ✓

— **Valeur** : 60,9 ✓

— **Contrôle en** $x = 6$: 56,7 ✓

— **Inférieur à** 60 ✓

b) **Objectif** : $y = 60$ en $x = 6$ ✓

— **Équation** : $6a + 31,5 = 60$ ✓

— **On retranche** : $6a = 28,5$ ✓

— **Division** : $a = \frac{28,5}{6}$ ✓

— **Valeur** :

$a = 4,75$

— **Écart avec la pente actuelle** : 0,55 ✓

— **En relatif** : $\approx +13,1$ % de croissance annuelle en plus ✓

— **Interprétation** : gagner 0,55 million de plus chaque année ✓

— **Contrôle** : $4,75 \times 6 + 31,5 = 60$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Réserve** : une pente s'observe, elle ne se décrète pas ✓

— **Action nécessaire** : un plan d'action concret ✓

Réponse. a) en 2027 · b) une pente de 4,75 au lieu de 4,2.

Correction de l'exercice 9 - Prévoir ou pas ?

a) **Rang** : $x = 5$ ✓

— **Position** : entre 0 et 8 ✓

— **Nature** :

interpolation

— **Valeur** : $17,5 + 40 = 57,5$ ✓

— **Fiabilité** : bonne ✓

b) **Rang** : $x = 10$ ✓

— **Position** : deux pas au-delà de 8 ✓

— **Nature** : extrapolation proche ✓

— **Valeur** : $35 + 40 = 75$ ✓

— **Fiabilité** : acceptable ✓

— **Réserve** : signaler l'extrapolation ✓

c) **Rang** : $x = 35$ ✓

— **Position** : 27 pas au-delà ✓

— **Nature** : extrapolation lointaine ✓

— **Valeur** : $122,5 + 40$ ✓

— **Résultat** :

162,5

— **Fiabilité** :

très faible

- **Raisons** : le contexte aura changé ✓
- **Autre raison** : une tendance affine ne dure pas 35 ans ✓
- **Phénomène fréquent** : la saturation ✓
- **Règle pratique** : extrapoler d'au plus un tiers de l'amplitude ✓
- **Amplitude ici** : 8 ✓
- **Extrapolation admissible** : jusqu'à $x \approx 11$ ✓
- **Soit** : jusqu'en 2026 ✓

Réponse. a) interpolation fiable · b) extrapolation acceptable · c) extrapolation lointaine, à écarter.

Correction de l'exercice 10 – Repérer une erreur

- **Erreur** : il a utilisé l'année au lieu du rang ✓
- **Définition de x** : année moins 2019 ✓
- **Rang de 2030** : $2030 - 2019$ ✓
- **Valeur** : $x = 11$ ✓
- **Calcul correct** : $16,97 \times 11 + 250,24$ ✓
- **Produit** : 186,67 ✓
- **Prévision** :

$$\approx 436,91$$
- **Ce que donnait son calcul** : $\approx 34\,699,34$ ✓
- **Appréciation** : absurde ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : les données sont autour de 300 ✓
- **Une prévision de 34 700 est impossible** ✓
- **Réflexe de contrôle** : comparer à l'ordre de grandeur des données ✓
- **Autre contrôle** : la prévision doit prolonger la tendance ✓
- **Ici** : de 336 en 2024 à ≈ 437 en 2030 ✓
- **Hausse** : ≈ 101 en six ans ✓
- **Cohérent avec ≈ 17 par an** ✓
- **Bonne pratique** : écrire explicitement la définition de x ✓
- **Et la rappeler dans la conclusion** ✓
- **Nature de la prévision** : extrapolation de six pas ✓
- **Réserve** : à formuler ✓

Réponse. $x = 11$, d'où $y \approx 436,91$, et non 34 699.

Correction de l'exercice 11 – Un coefficient de corrélation

- a) **Critère** : la valeur absolue de r ✓
- **Premier** : $|0,998| = 0,998$ ✓
 - **Deuxième** : $|-0,991| = 0,991$ ✓
 - **Troisième** : $|0,72| = 0,72$ ✓
 - **Classement** :

$$0,998 > -0,991 > 0,72$$
 - **Précision** : au sens de la qualité d'ajustement ✓
- b) **Seuil usuel** : $|r| > 0,95$ ✓

- **Premier cas** : au-dessus ✓
- **Prévision pertinente** ✓
- **Deuxième cas** : au-dessus ✓
- **Prévision pertinente** ✓
- **Troisième cas** : nettement en dessous ✓
- **Prévision** :
non pertinente
- **Erreur à éviter** : classer $-0,991$ dernier ✓
- **Pourquoi** : le signe indique le **sens**, pas la qualité ✓
- **Ce que dit $-0,991$** : une excellente liaison décroissante ✓
- **Ce qu'il faut faire pour le troisième cas** : tracer le nuage ✓
- **Piste** : un changement de variable ✓
- **Ou** : la série n'est simplement pas prévisible ainsi ✓
- **Précaution générale** : un bon r ne garantit pas une bonne extrapolation ✓
- **Raison** : il ne dit rien du futur ✓

Réponse. a) $0,998$, puis $-0,991$, puis $0,72$ · b) les deux premiers seulement.

Correction de l'exercice 12 - Prévision et écart observé

- a) **Formule** : observation moins prévision ✓
- **Calcul** : $46,1 - 48,3$ ✓
 - **Résidu** :
 $-2,2$
 - **Signe** : négatif ✓
 - **Lecture** : le modèle **surestime** ✓
- b) **Formule** : $\frac{|-2,2|}{48,3}$ ✓
- **Décimal** : $\approx 0,0455$ ✓
 - **Écart relatif** :
 $\approx 4,55\%$
 - **Appréciation** : modéré ✓
- c) **Un seul écart ne suffit pas** ✓
- **Ce qu'il faut regarder** : la **série** des résidus ✓
 - **Si un seul est négatif** : rien d'alarmant ✓
 - **Si les derniers le sont tous** : la tendance s'infléchit ✓
 - **Décision dans ce second cas** : réviser le modèle ✓
 - **Moyen** : recalculer l'ajustement avec les nouvelles données ✓
 - **Ou** : ne garder que les années récentes ✓
 - **Effet attendu sur la pente** : elle baisserait ✓
 - **Autre piste** : un modèle non affine ✓
 - **Exemple** : une croissance qui plafonne ✓
 - **Bonne pratique** : réactualiser chaque année ✓
 - **Et conserver la trace des écarts** ✓

Réponse. a) $-2,2$ · b) $\approx 4,55\%$ · c) pas sur un seul écart, mais surveiller la série des résidus.

Correction de l'exercice 13 - Remonter à une date

a) **Rang de 2024** : $2024 - 2010$ ✓

— **Valeur** : $x = 14$ ✓

— **Substitution** : $-1,37 \times 14 + 193,1$ ✓

— **Produit** : $-19,18$ ✓

— **Prévision** :

$$\approx 173,92 \text{ TWh}$$

b) **Équation** : $-1,37x + 193,1 = 150$ ✓

— **On retranche 193,1** : $-1,37x = -43,1$ ✓

— **Division** : $x = \frac{43,1}{1,37}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 31,46$ ✓

— **Premier rang entier au-delà** : $x = 32$ ✓

— **Année** : $2010 + 32$ ✓

— **Réponse** :

$$2042$$

— **Vérification pour** $x = 32$: $-43,84 + 193,1$ ✓

— **Valeur** : $\approx 149,26$ ✓

— **Inférieure à 150** ✓

— **Vérification pour** $x = 31$: $\approx 150,63$ ✓

— **Supérieure** ✓

— **Conclusion confirmée** ✓

— **Nature de la prévision** : extrapolation très lointaine ✓

— **Réserve majeure** : 32 ans de tendance affine ✓

— **Appréciation** : à prendre comme un simple ordre d'idée ✓

Réponse. a) $\approx 173,92 \text{ TWh}$ · b) en 2042, sous fortes réserves.

Correction de l'exercice 14 - Un ajustement par les moyennes

— **Premier groupe** : $x = 1 ; 2 ; 3$ ✓

— **Moyenne des** x : $\frac{6}{3} = 2$ ✓

— **Moyenne des** y : $\frac{12 + 15 + 19}{3}$ ✓

— **Somme** : 46 ✓

— **Valeur** : $\approx 15,33$ ✓

— **Premier point** : $G_1(2 ; 15,33)$ ✓

— **Second groupe** : $x = 4 ; 5 ; 6$ ✓

— **Moyenne des** x : $\frac{15}{3} = 5$ ✓

— **Moyenne des** y : $\frac{22 + 26 + 30}{3}$ ✓

— **Somme** : 78 ✓

— **Valeur** : 26 ✓

— **Second point** : $G_2(5 ; 26)$ ✓

— **Pente** : $\frac{26 - 15,33}{5 - 2}$ ✓

— **Numérateur** : $\approx 10,67$ ✓

— **Valeur :**

$$a \approx 3,56$$

— **Équation :** $y = 3,56(x - 5) + 26$ ✓

— **Développement :** $3,56x - 17,8 + 26$ ✓

— **Équation :**

$$y \approx 3,56x + 8,2$$

— **Comparaison aux moindres carrés :** $y \approx 3,6x + 8,07$ ✓

— **Écart :** très faible ✓

Réponse. $G_1(2; \approx 15,33)$ et $G_2(5; 26)$ donnent $y \approx 3,56x + 8,2$.

Correction de l'exercice 15 - Décider avec un ajustement

— **Rang de 2027 :** $x = 7$ ✓

— **Condition :** dépasser 55 **avant** 2027 ✓

— **Donc :** au plus tard en 2026, soit $x = 6$ ✓

— **Prévision en $x = 6$:** $25,2 + 31,5$ ✓

— **Valeur :**

56,7 millions

— **Comparaison :** $56,7 > 55$ ✓

— **Condition remplie** ✓

— **Décision :**

investir

— **Recherche de l'année exacte :** $4,2x + 31,5 = 55$ ✓

— **On retranche :** $4,2x = 23,5$ ✓

— **Division :** $x \approx 5,6$ ✓

— **Premier rang entier :** $x = 6$ ✓

— **Année :** 2026 ✓

— **Marge :** un an avant l'échéance ✓

— **Réserves à formuler :** la tendance doit se maintenir ✓

— **Nature de la prévision :** extrapolation d'un pas ou deux ✓

— **Appréciation :** raisonnable ✓

— **Pente minimale requise :** $6a + 31,5 \geq 55$ ✓

— **Valeur :** $a \geq \approx 3,92$ ✓

— **Marge sur la pente :** $\approx 0,28$ ✓

Réponse. Oui : la prévision pour 2026 est 56,7 millions, au-delà du seuil de 55.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : une étude complète

a) **Valeur de $|r|$:** 0,999 ✓

— **Seuil usuel :** 0,95 ✓

— **Comparaison :** très au-dessus ✓

— **Conclusion :**

ajustement excellent

— **Signe :** positif ✓

— **Liaison :** croissante ✓

— **Contrôle par les écarts** : 18 ; 17 ; 14 ; 19 ; 18 ✓

— **Ils sont proches de 17** ✓

— **Concordance avec la pente** ✓

b) **Rang de 2026** : $x = 7$ ✓

— **Substitution** : $16,97 \times 7 + 250,24$ ✓

— **Produit** : 118,79 ✓

— **Prévision** :

$$\approx 369,03$$

— **Nature** : extrapolation de deux pas ✓

— **Appréciation** : fiable ✓

c) **Équation** : $16,97x + 250,24 = 400$ ✓

— **On retranche** : $16,97x = 149,76$ ✓

— **Division** : $x \approx 8,82$ ✓

— **Premier rang entier** : $x = 9$ ✓

— **Année** :

$$2028$$

— **Vérification** : $\approx 402,97$ ✓

— **Contrôle du rang 8** : 386 ✓

— **Réserve** : extrapolation de quatre pas ✓

— **Conclusion à rédiger** : prévision plausible, à réactualiser ✓

Réponse. a) oui, $r \approx 0,999$ · b) $\approx 369,03$ · c) en 2028.