# Plaquette 1 – Nuage de points, ajustement affine et prévisions

## Statistiques à deux variables — Terminale STMG

Exercices

**Méthode**

On travaille un couple de séries $(x_i\,;y_i)$ : point moyen, ajustement affine (au jugé, ou par la méthode des moindres carrés à la calculatrice), puis **prévisions** par interpolation ou extrapolation — avec un regard critique sur la validité du modèle.

### Exercice 1 – Calculer le point moyen

On relève la dépense publicitaire $x$ (en milliers d'euros) et le chiffre d'affaires $y$ (en milliers d'euros) d'une enseigne sur cinq mois.

| $x_i$ | **10** | **12** | **15** | **18** | **20** |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 122 | 128 | 145 | 158 | 172 |

Calculer les coordonnées du point moyen $G$.

### Exercice 2 – Lire une équation d'ajustement

Pour la série précédente, la calculatrice donne la droite d'ajustement $y = 5x + 70$.

a) Vérifier que cette droite passe par le point moyen $G$.

b) Interpréter le coefficient 5.

### Exercice 3 – Faire une prévision

Avec la droite $y = 5x + 70$ :

a) Estimer le chiffre d'affaires pour une dépense publicitaire de 17 milliers d'euros.

b) Même question pour 30 milliers d'euros.

c) Laquelle des deux estimations est la plus fiable ?

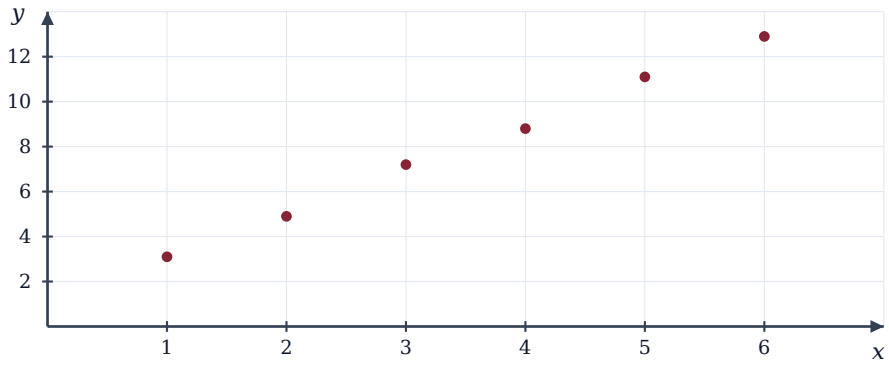
### Exercice 4 – Prévision inverse

Toujours avec $y = 5x + 70$ : quelle dépense publicitaire faudrait-il pour viser un chiffre d'affaires de 180 milliers d'euros ?

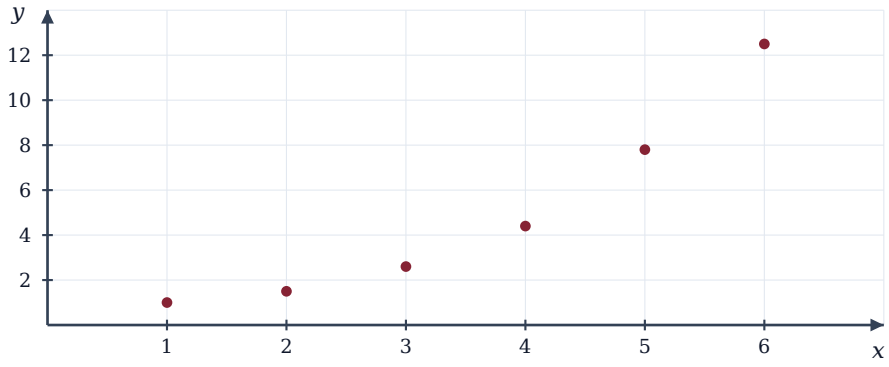
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Exercice 5 – Juger un nuage de points

Voici deux nuages de points. Pour chacun, dire si un ajustement affine paraît pertinent, en justifiant.




*Nuage A.*




*Nuage B.*

## Exercice 6 – Ajustement d'une série chronologique

Le nombre d'adhérents d'un club est relevé chaque année, le rang 1 correspondant à 2020.

| **Rang $x_i$** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Adhérents $y_i$ | 210 | 231 | 246 | 266 | 281 | 302 |

a) Calculer les coordonnées du point moyen.

b) La droite d'ajustement est $y = 18x + 193$. Estimer le nombre d'adhérents en 2026.

## Exercice 7 – Changement d'unité

Une série donne la droite d'ajustement $y = 2{,}4x + 15$, où $y$ est exprimé en **milliers** d'euros.

a) Quelle serait l'équation si $y$ était exprimé en euros ?

b) La droite obtenue passe-t-elle encore par le point moyen ? La qualité de l'ajustement change-t-elle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Exercice 8 – Critiquer un modèle

Une étude relie le nombre de glaces vendues ($y$) à la température ($x$, en °C) sur des journées d'été, entre 18 °C et 32 °C. Le nuage est presque aligné et la méthode des moindres carrés donne la droite $y = 32x - 180$.

a) Que vaut la prévision pour 25 °C ?

b) Que donne le modèle pour $x = 3$ °C ? Commenter.

c) Peut-on dire que la température **cause** les ventes ?

### Exercice 9 – Comparer deux prévisions

Les ventes annuelles (en milliers d'unités) d'un produit, de rang 1 à 5, sont : 45 ; 52 ; 56 ; 63 ; 69.

a) Calculer le point moyen.

b) La droite d'ajustement est $y = 5{,}9x + 39{,}3$. Estimer les ventes de rang 6 puis de rang 12.

c) Laquelle de ces deux prévisions retenir dans un rapport ?

### Exercice 10 – Ajustement après transformation

Une grandeur $y$ suit une croissance d'environ 10 % par an. On pose $z = \dfrac{y}{y_{\text{précédent}}}$ pour vérifier ce modèle.

a) Pourquoi un ajustement **affine** de $y$ en fonction du rang serait-il peu adapté ?

b) Quel modèle est préférable ?

### Exercice 11 – Une droite au jugé

On reprend la série des adhérents : rangs 1 à 6, point moyen $G(3{,}5\,;256)$, dernier point $(6\,;302)$.

a) Déterminer l'équation de la droite passant par $G$ et par le point $(6\,;302)$.

b) Comparer avec la droite des moindres carrés $y = 18x + 193$, en calculant les deux prévisions au rang 8.

### Exercice 12 – Calculer des écarts

Pour la série des adhérents ($y_i$ : 210 ; 231 ; 246 ; 266 ; 281 ; 302 aux rangs 1 à 6) et la droite $y = 18x + 193$, calculer les écarts $y_i - (18x_i + 193)$. Que remarque-t-on sur leur somme ?

### Exercice 13 – Le critère des moindres carrés

On considère la série $x_i$ : 1 ; 2 ; 3 ; 4 et $y_i$ : 3 ; 5 ; 8 ; 9. Pour une droite $y = ax + b$, on note $S = \sum_{i=1}^{4} (y_i - (ax_i + b))^2$.

a) Calculer $S$ pour la droite $D_1$ : $y = 2x + 1$, puis pour $D_2$ : $y = 2{,}5x + 0{,}5$.

b) La calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 2{,}1x + 1$. Calculer $S$ et conclure.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Exercice 14 – Automatiser le calcul de S

On veut calculer $S = \sum (y_i - (ax_i + b))^2$ avec Python.

```
X = [1, 2, 3, 4]
Y = [3, 5, 8, 9]

def S(a, b):
    total = 0
    for i in range(len(X)):
        total = total + (Y[i] - (a * X[i] + b)) ** 2
    return total
```

a) Quel rôle joue la variable *total* ?

b) Que renvoie l'appel de la fonction pour $a = 2$ et $b = 1$ ?

c) Comment utiliser cette fonction pour choisir la meilleure de plusieurs droites ?

## Exercice 15 – Synthèse : étude complète

Le prix moyen d'un composant (en euros) est relevé sur six semestres (rang 1 à 6) : 84 ; 79 ; 77 ; 72 ; 68 ; 65.

a) Calculer le point moyen.

b) La droite d'ajustement est $y = -3{,}8x + 87{,}47$. Interpréter le coefficient directeur.

c) Estimer le prix au rang 8, puis dire à partir de quel rang le modèle prévoit un prix inférieur à 50 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).