

Plaquette 5 - Modèles mixtes et gestion

Suites numériques et modèles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Dès qu'une évolution combine un **pourcentage** et un **montant fixe** — pertes et recrutements, intérêts et remboursements —, la suite n'est ni arithmétique ni géométrique. On la calcule pas à pas, et son **point d'équilibre** dit vers quoi elle tend.

Exercice 1 - Reconnaître un modèle mixte

Traduire chaque situation par une relation de récurrence.

- Un fichier client perd 15 % par an, mais gagne 900 nouveaux clients.
- Un capital rapporte 2,5 % par an et reçoit 2000 € de versement.
- Un stock baisse de 20 % puis est réapprovisionné de 240 unités.

Exercice 2 - Calculer les premiers termes

Soit $u_{n+1} = 0,85 u_n + 900$ avec $u_0 = 4000$. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

Exercice 3 - Le point d'équilibre

Toujours avec $u_{n+1} = 0,85 u_n + 900$.

- Déterminer le point d'équilibre.
- Vérifier qu'il est bien stable.
- Interpréter.

Exercice 4 - Un seuil sur un modèle mixte

Avec $u_{n+1} = 0,85 u_n + 900$ et $u_0 = 4000$, au bout de combien d'années dépasse-t-on 5500 clients ?

Exercice 5 - Un stock à piloter

Un stock perd 20 % par mois et est réapprovisionné de 240 unités :

$s_{n+1} = 0,8 s_n + 240$, avec $s_0 = 2000$.

- Calculer s_1 , s_2 et s_3 .
- Déterminer le stock d'équilibre.

Exercice 6 - Un emprunt à mensualités

Une dette de 40 000 € porte 0,4 % d'intérêt mensuel ; on rembourse 850 € par mois :
 $d_{n+1} = 1,004 d_n - 850$.

- Calculer d_1 et d_2 .
- Déterminer le point d'équilibre et l'interpréter.

Exercice 7 - Durée d'un emprunt

Avec $d_{n+1} = 1,004 d_n - 850$ et $d_0 = 40\,000$, écrire l'algorithme donnant le nombre de mensualités et déterminer le coût total.

Exercice 8 - Une épargne avec versements

Un capital de 5000 € rapporte 2,5 % par an, avec un versement annuel de 2000 € :
 $u_{n+1} = 1,025 u_n + 2000$.

- Calculer u_1 et u_2 .
- Le point d'équilibre a-t-il un sens ici ?

Exercice 9 - Atteindre un objectif d'épargne

Avec $u_{n+1} = 1,025 u_n + 2000$ et $u_0 = 5000$, au bout de combien d'années dépasse-t-on 30 000 € ?

Exercice 10 - Deux politiques de recrutement

Une base perd 20 % de clients par an. Politique A : +1500 nouveaux clients par an.
Politique B : +1800.

- Calculer les deux points d'équilibre.
- Comparer les deux politiques.

Exercice 11 - Dimensionner un paramètre

Un stock perd 25 % par mois. On veut un stock d'équilibre de 3000 unités.

- Quel réapprovisionnement mensuel faut-il ?
- Vérifier.

Exercice 12 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $u_{n+1} = 0,9 u_n + 400$ est géométrique de raison 0,9, donc $u_n = u_0 \times 0,9^n$ ». Corriger.

Exercice 13 - Une suite auxiliaire

Soit $u_{n+1} = 0,8 u_n + 240$ avec $u_0 = 2000$, d'équilibre 1200. On pose $v_n = u_n - 1200$.

- Calculer v_0 , v_1 et v_2 .
- Que remarque-t-on ?

Exercice 14 - Une population qui décline

Une commune perd 2 % d'habitants par an mais accueille 180 nouveaux arrivants :
 $p_{n+1} = 0,98 p_n + 180$, avec $p_0 = 12\,000$.

- Calculer p_1 et p_2 .
- Déterminer la population d'équilibre.
- Conclure.

Exercice 15 – Choisir entre deux financements

Emprunt A : 30 000 € à 0,3 % par mois, mensualité 700 €. Emprunt B : 30 000 € à 0,5 % par mois, mensualité 800 €.

- Calculer la première mensualité d'intérêts de chacun.
- Estimer lequel coûte le moins cher.

Exercice 16 – Synthèse : un parc de véhicules

Une flotte de 600 véhicules perd 18 % par an ; l'entreprise en achète 90 chaque année : $f_{n+1} = 0,82 f_n + 90$.

- Calculer f_1 et f_2 .
- Déterminer la flotte d'équilibre.
- Combien acheter pour stabiliser à 600 ?