Plaquette 1 – Modéliser, calculer un seuil, cumuler

Suites numériques et modèles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

On choisit le **bon modèle** (arithmétique pour une évolution en valeur, géométrique pour une évolution en pourcentage), puis on calcule des termes, on reconnaît trois termes consécutifs par leur moyenne, on cherche un seuil (à la calculatrice ou par algorithme) et l'on calcule des sommes de termes, notées avec $\sum$. Les derniers exercices portent sur des placements avec versements réguliers, typiques du bac.

Exercice 1 – Choisir le modèle

Pour chaque situation, indiquer la nature de la suite et sa raison.

a) Un loyer de 700 € augmente de 2 % par an.

b) Un stock de 5 000 pièces diminue de 250 pièces par mois.

c) Une population de 12 000 habitants diminue de 1,5 % par an.

Exercice 2 – Calculer un terme

Soit (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 1\,500$ et de raison $q = 1{,}06$. Calculer u_8 et u_{15}, arrondis au centième.

Exercice 3 – Trois termes consécutifs

Dire si les trois nombres donnés peuvent être des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique, ou d'aucune des deux.

a) 5 ; 9 ; 13

b) 4 ; 6 ; 9

c) 10 ; 20 ; 40

Exercice 4 – Estimer une valeur manquante

Une ville comptait 40 000 habitants en 2020 et 44 100 en 2022, mais le recensement de 2021 manque.

a) Estimer la population de 2021 si elle a augmenté d'un même nombre d'habitants chaque année.

b) Même question si elle a augmenté d'un même pourcentage chaque année. Quel est ce pourcentage ?

Exercice 5 – Recherche d'un seuil (tableau)

Une entreprise compte 80 salariés et prévoit une croissance de 7 % par an.

a) Modéliser l'effectif par une suite (e_n).

b) Compléter le tableau (arrondi à l'unité) et déterminer l'année où l'effectif dépasse 120 salariés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

n	**4**	**5**	**6**	**7**
e_n	?	?	?	?

Exercice 6 – Algorithme de seuil

Compléter l'algorithme qui renvoie le nombre d'années au bout duquel l'effectif de l'exercice précédent dépasse 120.

```
def seuil():
    e = 80
    n = 0
    while e <= ...:
        e = e * ...
        n = n + 1
    return n
```

Exercice 7 – Somme de termes (arithmétique)

Un salarié perçoit une prime de 300 € la première année, augmentée de 40 € chaque année.

a) Quelle prime touche-t-il la 10^{e} année ?

b) Quel total a-t-il perçu au bout de 10 ans ?

Exercice 8 – Somme de termes (géométrique)

Une personne verse 1 000 € la première année sur un plan d'épargne, puis augmente son versement de 5 % chaque année.

Calculer le total versé au bout de 8 ans, arrondi au centime.

Exercice 9 – La notation sigma

Écrire chaque somme en extension, puis la calculer.

a) $\sum_{k=1}^{5} k^2$

b) $\sum_{k=0}^{4} 2^k$

c) $\sum_{k=1}^{10} (3k+2)$

Exercice 10 – Programmer une somme

On considère la fonction Python suivante.

```
def somme_carres(n):
    s = 0
    for k in range(1, n + 1):
        s = s + k ** 2
    return s
```

a) Quelle somme calcule-t-elle ? L'écrire avec le symbole $\sum$.

b) Que renvoie *somme_carres(10)* ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) Modifier une ligne pour calculer la somme des inverses $1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$.

Exercice 11 – Comparer deux modèles

Deux offres de salaire annuel partent de 24 000 € :

— offre A : +600 € par an ;
— offre B : +2,2 % par an.

a) Modéliser chaque offre.

b) Comparer les salaires au bout de 5 ans et au bout de 15 ans (arrondis à l'euro).

Exercice 12 – Deux termes connus

Une suite géométrique à termes positifs vérifie $u_0 = 400$ et $u_3 = 691{,}2$. Déterminer sa raison et l'interpréter.

Exercice 13 – Des versements réguliers

Une personne verse 1 200 € à la fin de chaque année sur un compte rémunéré à 3 % par an (intérêts composés). On veut connaître le capital juste après le dixième versement.

a) Que vaut, au bout de 10 ans, le premier versement ? le dernier ?

b) En déduire que le capital est une somme de termes d'une suite géométrique, et la calculer.

Exercice 14 – Problème : amortissement d'un véhicule

Un véhicule acheté 28 000 € perd 18 % de sa valeur chaque année.

a) Exprimer sa valeur v_n au bout de n années.

b) Calculer sa valeur au bout de 4 ans (arrondie à l'euro).

c) Au bout de combien d'années sa valeur devient-elle inférieure à 10 000 € ?

Exercice 15 – Synthèse : plan d'épargne

Une personne place 5 000 € à 3,5 % par an et ajoute 1 200 € à la fin de chaque année, juste après le versement des intérêts. On note c_n le capital au bout de n années.

a) Calculer c_1 et c_2.

b) Expliquer pourquoi $c_n = 5\,000 \times 1{,}035^n + 1\,200 \times \dfrac{1{,}035^n - 1}{0{,}035}$.

c) Écrire une fonction Python qui renvoie la première année où le capital dépasse 15 000 €, et donner le résultat.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).