Plaquette 5 – Notation Σ, moyennes et versements réguliers

Suites numériques et modèles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

On écrit et l'on calcule des sommes avec le symbole $\sum$, on utilise les moyennes arithmétique et géométrique pour estimer une valeur ou un taux, puis on traite les placements avec versements réguliers, qui se ramènent toujours à une somme de termes d'une suite géométrique.

Exercice 1 – Écrire une somme avec sigma

On considère la somme $3 + 5 + 7 + \cdots + 41$ des nombres impairs de 3 à 41.

a) L'écrire avec le symbole $\sum$, sous la forme $\sum_{k=1}^{n}(2k+1)$.

b) La calculer.

Exercice 2 – Somme de cubes

Calculer $\sum_{k=1}^{4} k^3$ et $\left(\sum_{k=1}^{4} k\right)^2$. Que remarque-t-on ?

Exercice 3 – Somme d'inverses

Calculer la valeur exacte de $\sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k}$, puis une valeur approchée. Peut-on utiliser une formule de somme arithmétique ou géométrique ?

Exercice 4 – Compter les termes

Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 500$ et pour raison 1,04. Calculer $\sum_{k=3}^{12} u_k$.

Exercice 5 – Une épargne mensuelle

Une personne verse 100 € à la fin de chaque mois sur un compte rémunéré à 0,25 % par mois. Quel capital obtient-elle juste après le 24e versement ?

Exercice 6 – Le taux mensuel équivalent

Un livret rapporte 3 % par an. Quel taux mensuel constant donne le même résultat sur un an ? Est-ce $\frac{3}{12} = 0{,}25\,\%$?

Exercice 7 – Le taux moyen de deux évolutions

Un prix augmente de 20 % une année, puis baisse de 10 % l'année suivante. Quel est le taux d'évolution annuel moyen ? Est-ce 5 % ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Intercaler un point

Une grandeur à croissance exponentielle vaut 100 pour $x = 2$ et 400 pour $x = 6$. On veut estimer sa valeur pour $x = 4$.

a) Calculer la moyenne arithmétique des abscisses et la moyenne géométrique des ordonnées.

b) Vérifier avec le modèle $y = k \times q^x$.

Exercice 9 – Quel versement pour un objectif ?

On veut disposer de 20 000 € dans 5 ans en versant chaque mois la même somme V sur un compte rémunéré à 0,2 % par mois. Calculer V.

Exercice 10 – Combien d'années de versements ?

On verse 2000 € à la fin de chaque année sur un placement à 4 %. Au bout de combien d'années le capital dépassera-t-il 30 000 € ?

Exercice 11 – Deux plans d'épargne

Pendant 10 ans, sans intérêts, Ana verse 1000 € la première année puis 100 € de plus chaque année ; Bruno verse 1000 € la première année puis augmente son versement de 5 % par an. Qui aura le plus versé au total ?

Exercice 12 – Une masse salariale

Un salarié gagne 24 000 € la première année, puis 600 € de plus chaque année. Calculer le total perçu en 10 ans, en l'écrivant avec $\sum$.

Exercice 13 – Repérer une erreur

Pour calculer $\sum_{k=0}^{9} 1{,}05^k$, un élève écrit $\dfrac{1-1{,}05^9}{1-1{,}05} \approx 11{,}03$. Corriger.

Exercice 14 – Vérifier une formule par programme

On veut vérifier la formule de la somme géométrique avec Python.

```
def somme_geo(u0, q, n):
    s = 0
    for k in range(n):
        s = s + u0 * q ** k
    return s
```

a) Quelle somme cette fonction calcule-t-elle ? L'écrire avec $\sum$.

b) Comparer *somme_geo(1000, 1.05, 10)* avec la formule du cours.

Exercice 15 – Synthèse : un projet d'achat

Pour acheter un véhicule de 20 000 €, une personne place 3000 € sur un compte à 2,5 % par an et y ajoute 1500 € à la fin de chaque année.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) Montrer que le capital après n années vaut
$C_n = 3000 \times 1{,}025^n + 1500 \times \dfrac{1{,}025^n - 1}{0{,}025}$.

b) En déduire que $C_n = 63\,000 \times 1{,}025^n - 60\,000$.

c) Au bout de combien d'années pourra-t-elle acheter le véhicule ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).