Plaquette 2 – Suites arithmétiques et sommes

Suites numériques et modèles — Terminale STMG

Exercices

Méthode

Une suite arithmétique modélise une évolution **à pas constant** : +150 unités par mois, −4000 € d'amortissement par an. Tout se ramène au premier terme et à la raison r : terme général, seuil, et somme de termes consécutifs, écrite avec le symbole $\sum$.

Exercice 1 – Reconnaître une suite arithmétique

Pour chaque liste, dire si ce sont les premiers termes d'une suite arithmétique et, si oui, donner la raison.

a) 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17

b) 2 ; 6 ; 18 ; 54

c) 40 ; 34 ; 28 ; 22

Exercice 2 – Terme général

Soit (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 3.

a) Donner l'expression de u_n en fonction de n.

b) Calculer u_{10} et u_{20}.

Exercice 3 – Deux termes connus

Une suite arithmétique vérifie $u_3 = 17$ et $u_9 = 41$.

a) Calculer la raison.

b) Calculer u_0, puis exprimer u_n.

c) Calculer u_{20}.

Exercice 4 – Franchir un seuil

Soit $u_n = 3n + 5$. Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n \geq 150$.

Exercice 5 – Somme de termes

Soit $u_n = 3n + 5$. Calculer $\sum_{k=0}^{20} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$.

Exercice 6 – La somme des premiers entiers

a) Calculer $1 + 2 + 3 + \cdots + 100$.

b) Établir une formule pour $\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + \cdots + n$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Un abonnement

Une salle de sport facture 60 € d'inscription puis 35 € par mois. On note c_n le coût total après n mois.

a) Exprimer c_n.

b) Calculer le coût après un an, puis après deux ans.

c) Au bout de combien de mois dépasse-t-on 1000 € ?

Exercice 8 – Un amortissement linéaire

Un véhicule acheté 24 000 € est amorti de 4000 € par an. On note v_n sa valeur comptable après n ans.

a) Exprimer v_n.

b) Calculer v_3.

c) Au bout de combien d'années la valeur est-elle nulle ?

Exercice 9 – Une production croissante

Une usine produit 1200 unités le premier mois, puis 150 de plus chaque mois. On note p_n la production du mois de rang n, avec $p_0 = 1200$.

a) Exprimer p_n.

b) Calculer la production du neuvième mois.

c) Calculer la production totale sur les douze premiers mois.

Exercice 10 – Variations et signe

Soit $u_n = 200 - 12n$.

a) Donner u_0 et la raison.

b) La suite est-elle croissante ?

c) À partir de quel rang les termes deviennent-ils négatifs ?

Exercice 11 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « $u_5 = 23$ et $u_{11} = 47$, donc $r = \dfrac{47 - 23}{11} \approx 2{,}18$ ». Corriger, puis exprimer u_n.

Exercice 12 – Deux modèles comparés

Modèle A : $a_n = 500 + 40n$. Modèle B : $b_n = 300 + 60n$.

a) Calculer a_5 et b_5.

b) À partir de quel rang B dépasse-t-il A ?

Exercice 13 – Une somme partielle

Soit $u_n = 7n + 10$.

a) Calculer u_5 et u_{15}.

b) Calculer $\sum_{k=5}^{15} u_k$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Un remboursement

Un emprunt sans intérêt de 18 000 € est remboursé par mensualités constantes de 750 €. On note d_n la dette après n mensualités.

a) Exprimer d_n.

b) Calculer la dette après un an.

c) En combien de mois l'emprunt est-il soldé ?

Exercice 15 – Reconnaître le bon modèle

Pour chaque situation, dire si le modèle est arithmétique ou géométrique, et donner la raison.

a) Un loyer de 650 € augmente de 25 € par an.

b) Un capital rapporte 3 % par an.

c) Une population perd 500 habitants par an.

d) Un stock diminue de 10 % par mois.

Exercice 16 – Synthèse : un plan d'embauche

Une entreprise compte 240 salariés et recrute 18 personnes par an, sans départ.

a) Exprimer l'effectif e_n après n ans.

b) Calculer l'effectif au bout de 5 ans.

c) Au bout de combien d'années dépasse-t-elle 400 salariés ?

d) Calculer la somme $\sum_{k=1}^{10} e_k$ des effectifs des dix premières années ; à quoi peut-elle servir ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).