MATHÉMATIQUES

# Suites numériques et modèles

## Terminale STMG

Suite arithmétique • Suite géométrique • Moyenne arithmétique • Moyenne géométrique
Somme de termes • Notation $\sum$ • Versements réguliers • Valeur acquise • Seuil

### Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques du tronc commun de la voie technologique, classe terminale** (arrêté du 26 février 2026, applicable à la rentrée 2027 ; la partie « Analyse » reprend celle du programme de 2019), partie « Analyse », section « Suites numériques ». Il couvre :

- suites arithmétiques : moyenne arithmétique de deux nombres, terme de rang $n$, somme des $n$ premiers termes ;
- suites géométriques à termes positifs : moyenne géométrique, terme de rang $n$, somme des $n$ premiers termes ;
- notation $\sum$ ; croissance linéaire et croissance exponentielle ;
- placements à intérêts composés avec versements réguliers ;
- **algorithmes** : sommes des premiers carrés, cubes, inverses.

**Objectif :** reconnaître et utiliser les suites arithmétiques et géométriques, calculer des sommes de termes et modéliser des placements à versements réguliers.

Document pédagogique – mathlvl.fr

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

# Table des matières

**1 Suites arithmétiques** **3**

**2 Suites géométriques** **3**

**3 Notation $\sum$** **4**

**4 Placements et versements réguliers** **4**

**5 Erreurs classiques** **5**

**6 Fiche de synthèse** **5**

**7 Exercices d'application** **5**

**8 Corrigés des exercices** **5**

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

# 1. Suites arithmétiques

### Rappels

$(u_n)$ est arithmétique de raison $r$ si $u_{n+1} = u_n + r$ pour tout $n$. Alors $\boxed{u_n = u_0 + nr}$ et, plus généralement, $u_n = u_p + (n-p)r$. Elle modélise une **croissance linéaire** (même quantité ajoutée à chaque étape).

### Moyenne arithmétique

Trois nombres $a$, $b$, $c$ sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique si et seulement si $b = \dfrac{a+c}{2}$ (moyenne arithmétique de $a$ et $c$). Exemple : 4, 10, 16.

### Somme de termes consécutifs

$$\boxed{S = \text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}} \qquad 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

### Un loyer

Un loyer annuel de 6 000 € augmente de 150 € par an : $u_n = 6\,000 + 150n$ ($n = 0$ pour la première année). La dixième année, $u_9 = 7\,350$ €. Total payé en 10 ans : $10 \times \dfrac{6\,000 + 7\,350}{2} = 66\,750$ €.

# 2. Suites géométriques

### Rappels

$(u_n)$, à termes positifs, est géométrique de raison $q > 0$ si $u_{n+1} = q \times u_n$. Alors $\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$ et $u_n = u_p \times q^{n-p}$. Une évolution de $t\,\%$ par période donne $q = 1 + \frac{t}{100}$ : c'est une **croissance exponentielle**.

### Moyenne géométrique

Trois nombres positifs $a$, $b$, $c$ sont des termes consécutifs d'une suite géométrique si et seulement si $b = \sqrt{ac}$ (moyenne géométrique de $a$ et $c$). Exemple : 4, 12, 36, car $\sqrt{4 \times 36} = 12$.

### Somme de termes consécutifs

Pour $q \neq 1$ :

$$\boxed{1 + q + q^2 + \cdots + q^{n-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q}} \qquad u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} = u_0 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

### Production d'un panneau solaire

Un panneau produit 400 kWh la première année, puis sa production baisse de 0,5 % par an

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

($q = 0{,}995$). Production totale sur 20 ans : $400 \times \dfrac{1 - 0{,}995^{20}}{1 - 0{,}995} \approx 7\,631$ kWh.

## 3. Notation $\sum$

**Somme**

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ ; $k$ est l'indice de sommation.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{5} k^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$ ; $\displaystyle\sum_{k=0}^{9} 1{,}03^k = \frac{1 - 1{,}03^{10}}{1 - 1{,}03} \approx 11{,}46$.

**Algorithme : somme des premiers carrés**

```
def somme_carres(n):
    s = 0
    for k in range(1, n + 1):
        s = s + k**2
    return s
```

`somme_carres(10)` renvoie 385. En remplaçant `k**2` par `k**3` ou `1/k`, on obtient la somme des cubes ou des inverses.

## 4. Placements et versements réguliers

**Intérêts composés**

Un capital $C_0$ placé à $t\,\%$ par an (intérêts composés) vaut $C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$ au bout de $n$ ans.

**Valeur acquise avec versements réguliers**

On verse $V$ € au début de chaque année pendant $n$ ans, à $t\,\%$. Juste après le dernier versement, le dernier versé vaut $V$, l'avant-dernier $V \times q$, …, le premier $V \times q^{n-1}$ (avec $q = 1 + \frac{t}{100}$). La valeur acquise est la somme

$$V(1 + q + \cdots + q^{n-1}) = V \times \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

1 000 € versés chaque année pendant 10 ans à 3 % : $1\,000 \times \dfrac{1{,}03^{10} - 1}{0{,}03} \approx 11\,463{,}88$ €, pour 10 000 € versés.

**Seuil**

On cherche le premier $n$ tel que $u_n$ dépasse une valeur : au tableur, à la calculatrice, avec une boucle `while`, ou avec le logarithme décimal. Exemple : 5 000 € placés à 4 % dépassent 8 000 €

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

quand $1{,}04^n > 1{,}6$, soit à partir de $n = 12$ ($1{,}04^{11} \approx 1{,}54$ ; $1{,}04^{12} \approx 1{,}60$).

## 5. Erreurs classiques

**À éviter**

- Se tromper sur le nombre de termes : de $u_0$ à $u_9$, il y en a 10.
- Utiliser la formule de somme géométrique avec $q = 1$.
- Confondre moyenne arithmétique (évolutions absolues) et moyenne géométrique (évolutions relatives).
- Oublier que, dans une valeur acquise, le premier versement a rapporté des intérêts plus longtemps.

## 6. Fiche de synthèse

| | |
|---|---|
| **Arithmétique** | $u_n = u_0 + nr$ ; $b = \frac{a+c}{2}$ ; $S =$ nb termes $\times \frac{\text{premier}+\text{dernier}}{2}$ |
| **Géométrique** | $u_n = u_0 q^n$ ; $b = \sqrt{ac}$ ; $1 + q + \cdots + q^{n-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$ |
| $\sum$ | $\sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + \cdots + u_n$ |
| **Versements** | valeur acquise $V \times \frac{q^n-1}{q-1}$ |

## 7. Exercices d'application

### Exercice 1 – Arithmétique

$(u_n)$ est arithmétique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison $-2$. Calculer $u_{20}$ et $u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$.

### Exercice 2 – Géométrique

$(v_n)$ est géométrique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison 3. Calculer $v_5$ et $v_0 + v_1 + \cdots + v_5$.

### Exercice 3 – Reconnaître

Les nombres 5, 15, 45 sont-ils des termes consécutifs d'une suite arithmétique ? géométrique ?

### Exercice 4 – Épargne

On verse 200 € au début de chaque année pendant 5 ans sur un livret à 2 %. Calculer la valeur acquise juste après le cinquième versement.

## 8. Corrigés des exercices

### Corrigé de l'exercice 1

**Corrigé.** $u_{20} = 7 - 40 = -33$. La somme a 21 termes : $21 \times \dfrac{7 + (-33)}{2} = 21 \times (-13) = -273$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Corrigé de l'exercice 2

**Corrigé.** $v_5 = 2 \times 3^5 = 486$ ; somme $= 2 \times \dfrac{1-3^6}{1-3} = 2 \times \dfrac{-728}{-2} = 728$.

### Corrigé de l'exercice 3

**Corrigé.** $\dfrac{5+45}{2} = 25 \neq 15$ : pas arithmétique. $\sqrt{5 \times 45} = 15$ : géométrique, de raison 3.

### Corrigé de l'exercice 4

**Corrigé.** $200 \times \dfrac{1{,}02^5 - 1}{0{,}02} \approx 1\,040{,}81$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).