

Plaquette 3 – Boucles et figures géométriques

Algorithmique et Scratch – Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

La formule du polygone régulier. Pour tracer un polygone à n côtés, on répète n fois « avancer, tourner » avec

$$\text{angle de rotation} = \frac{360}{n}$$

Polygone	n	Angle de rotation
triangle équilatéral	3	120°
carré	4	90°
pentagone	5	72°
hexagone	6	60°
octogone	8	45°
décagone	10	36°

Pourquoi 360 ? À la fin du tracé, le lutin a fait un tour complet sur lui-même et retrouve sa direction initiale : la figure est fermée.

Angle de rotation et angle intérieur. Ils sont **supplémentaires** :

$$\text{angle intérieur} = 180 - \frac{360}{n}$$

Retrouver n à partir de l'angle.

$$n = \frac{360}{\text{angle de rotation}}$$

Si le quotient n'est pas entier, la figure ne se referme pas après un tour.

Boucles imbriquées. Une boucle dans une boucle : le bloc intérieur est exécuté (nombre extérieur) $\times$ (nombre intérieur) fois. C'est le principe des rosaces.

Périmètre. Pour un polygone régulier de n côtés de longueur c :

$$P = n \times c$$

Contrôle systématique. On vérifie que le produit du nombre de répétitions par l'angle de rotation vaut 360 (ou un multiple de 360 pour une étoile).

Correction de l'exercice 1 – Un triangle équilatéral

- Nombre de côtés : 3 ✓
- Angle de rotation : $\frac{360}{3}$ ✓
- Valeur :

120°

- Script ✓

stylo en position d'écriture

répéter 3 fois

avancer de 90 pas

tourner de 120 degrés

- **Contrôle de fermeture** : $3 \times 120 = 360$ ✓
- **Interprétation** : le lutin fait un tour complet ✓
- **Périmètre** : 3×90 ✓
- **Résultat** :

270 pas

- **Angle intérieur du triangle** : $180 - 120$ ✓
- **Valeur** : 60° ✓
- **Cohérence** : c'est bien l'angle d'un triangle équilatéral ✓
- **Hauteur de la figure** : $90 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 77,9$ pas ✓
- **Aire** : $\frac{90 \times 77,9}{2}$ ✓
- **Valeur approchée** : ≈ 3506 ✓
- **Erreur classique** : tourner de 60 degrés ✓
- **Ce que cela donnerait** : un hexagone ✓

Réponse. Répéter 3 fois « avancer de 90, tourner de 120 degrés » ; périmètre 270 pas.

Correction de l'exercice 2 - Un hexagone

- **Nombre de répétitions** : 6 ✓
- **Angle de rotation** : 60° ✓
- **Contrôle de fermeture** : 6×60 ✓
- **Valeur** : 360 ✓
- **Conclusion** : la figure est fermée ✓
- **Nombre de côtés** : 6 ✓
- **Longueur de chaque côté** : 70 pas ✓
- **Figure** :

un hexagone régulier de côté 70

- **Périmètre** : 6×70 ✓
- **Valeur** : 420 pas ✓
- **Angle intérieur** : $180 - 60$ ✓
- **Valeur** : 120° ✓
- **Contrôle** : la somme des angles d'un hexagone vaut 720° ✓
- **Calcul** : $6 \times 120 = 720$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Rayon du cercle circonscrit** : 70 pas ✓
- **Raison** : l'hexagone régulier se découpe en triangles équilatéraux ✓
- **Aire** : $\frac{6 \times 70^2 \sqrt{3}}{4}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 12\,730$ ✓

Réponse. Un hexagone régulier de côté 70 pas, de périmètre 420.

Correction de l'exercice 3 - Retrouver le nombre de côtés

- a) **Condition de fermeture** : le total des rotations vaut 360° ✓

— **Équation** : $40n = 360$ ✓

— **Solution** :

$$n = 9$$

b) **Nombre de côtés** : 9 ✓

— **Nom de la figure** : un **ennéagone** régulier ✓

— **Longueur des côtés** : 50 pas ✓

— **Périmètre** : 9×50 ✓

— **Valeur** :

450 pas

— **Angle intérieur** : $180 - 40$ ✓

— **Valeur** : 140° ✓

— **Somme des angles intérieurs** : 9×140 ✓

— **Valeur** : 1260° ✓

— **Contrôle par la formule** : $(9 - 2) \times 180$ ✓

— **Valeur** : 1260° ✓

— **Concordance** ✓

— **Effet de $n = 5$** : rotation totale 200° ✓

— **Conséquence** : la figure reste ouverte ✓

— **Effet de $n = 18$** : rotation totale 720° ✓

— **Conséquence** : la figure est parcourue **deux fois** ✓

Réponse. a) $n = 9$ · b) un ennéagone régulier de périmètre 450 pas.

Correction de l'exercice 4 - Un angle impossible

a) **Calcul** : $\frac{360}{50}$ ✓

— **Valeur** :

7,2

— **Constat** : ce n'est pas un entier ✓

b) **Conséquence** : aucun nombre entier de répétitions ne referme la figure ✓

— **Après 7 répétitions** : rotation totale 350° ✓

— **Écart avec un tour** : 10° ✓

— **Conséquence** : la figure ne se referme pas ✓

— **Après 36 répétitions** : rotation totale 1800° ✓

— **Contrôle** : $1800 = 5 \times 360$ ✓

— **Conséquence** :

la figure se referme après 5 tours

— **Nature du tracé** : une **étoile** à 36 branches apparentes ✓

— **Précision** : les segments se croisent ✓

— **Angles de rotation qui conviennent pour un polygone simple** : les diviseurs de 360 ✓

— **Exemples** : 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120 ✓

— **Contrôle pour 36** : $\frac{360}{36} = 10$ côtés ✓

— **Contrôle pour 45** : 8 côtés ✓

— **Règle générale** : le nombre de tours est le plus petit multiple commun divisé par 360 ✓

Réponse. a) 7,2, non entier · b) la figure ne se referme qu'après 36 répétitions et 5 tours, en formant une étoile.

Correction de l'exercice 5 - Une étoile à cinq branches

a) **Rotation totale** : 5×144 ✓

— **Valeur** :

$$720^\circ$$

— **Contrôle** : $720 = 2 \times 360$ ✓

— **Conclusion** : la figure se referme bien ✓

— **Précision** : le lutin retrouve sa direction initiale ✓

b) **Nombre de tours** : $\frac{720}{360}$ ✓

— **Valeur** :

$$2$$

— **Conséquence** : les segments se croisent ✓

— **Nature de la figure** : une étoile à cinq branches ✓

— **Longueur totale tracée** : 5×120 ✓

— **Valeur** : 600 pas ✓

— **Angle au sommet de chaque branche** : $180 - 144$ ✓

— **Valeur** : 36° ✓

— **Contrôle** : $5 \times 36 = 180$ ✓

— **Propriété connue** : la somme des angles d'une étoile à cinq branches vaut 180° ✓

— **Comparaison avec le pentagone** : rotation de 72° ✓

— **Relation** : $144 = 2 \times 72$ ✓

— **Interprétation** : l'étoile relie un sommet sur deux ✓

— **Étoile à sept branches** : rotation de $\frac{2 \times 360}{7} \approx 102,9^\circ$ ✓

Réponse. a) $5 \times 144 = 720 = 2 \times 360$ · b) deux tours.

Correction de l'exercice 6 - Boucles imbriquées

— **Boucle intérieure** : 4 répétitions ✓

— **Effet** : elle trace un carré de côté 60 ✓

— **Contrôle** : $4 \times 90 = 360$ ✓

— **Boucle extérieure** : 4 répétitions ✓

— **Nombre total de segments** : 4×4 ✓

— **Valeur** :

$$16$$

— **Effet de la rotation extérieure** : le lutin pivote de 90° avant le carré suivant ✓

— **Mais** : après un carré complet, il est déjà revenu à sa direction initiale ✓

— **Conséquence** : chaque carré est tourné de 90° par rapport au précédent ✓

— **Or** : un carré tourné de 90° se superpose à lui-même ✓

— **Figure obtenue** :

un seul carré, tracé quatre fois

- **Longueur totale parcourue** : 16×60 ✓
- **Valeur** : 960 pas ✓
- **Longueur visible** : 240 pas ✓
- **Pour obtenir une rosace** : tourner de 30° à l'extérieur ✓
- **Nombre de carrés visibles alors** : 12 ✓
- **Contrôle** : $\frac{360}{30} = 12$ ✓
- **Leçon** : l'angle extérieur détermine l'écartement des motifs ✓

Réponse. 16 segments, mais un seul carré visible, tracé quatre fois.

Correction de l'exercice 7 - Une rosace

a) **Boucle intérieure** : 3 répétitions, rotation de 120° ✓

— **Contrôle** : $3 \times 120 = 360$ ✓

— **Figure** :

un triangle équilatéral de côté 80

b) **Boucle extérieure** : 8 répétitions ✓

— **Rotation entre deux triangles** : 45° ✓

— **Contrôle** : $8 \times 45 = 360$ ✓

— **Nombre de triangles** :

8

— **Interprétation** : ils sont répartis régulièrement ✓

— **Écartement angulaire** : 45° ✓

c) **Segments par triangle** : 3 ✓

— **Nombre total** : 8×3 ✓

— **Valeur** :

24

— **Longueur totale tracée** : 24×80 ✓

— **Valeur** : 1920 pas ✓

— **Position finale du lutin** : son point de départ ✓

— **Justification** : chaque triangle se referme ✓

— **Direction finale** : la direction initiale ✓

— **Justification** : $8 \times 45 = 360$ ✓

— **Effet d'une rotation extérieure de 60°** : 6 triangles ✓

— **Effet de 90°** : 4 triangles ✓

— **Règle** : le nombre de motifs vaut $\frac{360}{\text{angle extérieur}}$ ✓

Réponse. a) un triangle équilatéral de côté 80 · b) 8 triangles · c) 24 segments.

Correction de l'exercice 8 - Un escalier

a) **Position de départ** : $(-150; -100)$ ✓

— **Gain d'abscisse par tour** : 40 ✓

— **Gain total** : 6×40 ✓

— **Valeur** : 240 ✓

— **Abscisse finale** : $-150 + 240$ ✓

- **Valeur** : 90 ✓
- **Gain d'ordonnée par tour** : 30 ✓
- **Gain total** : 6×30 ✓
- **Valeur** : 180 ✓
- **Ordonnée finale** : $-100 + 180$ ✓
- **Valeur** : 80 ✓
- **Position finale** :

(90 ; 80)

b) **Hauteur gravie** :

180 pas

- **Largeur totale** : 240 pas ✓
- **Pente** : $\frac{180}{240}$ ✓
- **Valeur** : 0,75 ✓
- **En pourcentage** : 75 % ✓
- **Angle avec l'horizontale** : $\arctan(0,75)$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 36,9^\circ$ ✓
- **Distance directe** : $\sqrt{57\,600 + 32\,400}$ ✓
- **Calcul** : $\sqrt{90\,000} = 300$ ✓
- **Remarque** : (180 ; 240 ; 300) est un triplet pythagoricien ✓
- **Longueur du trajet en escalier** : $240 + 180 = 420$ ✓

Réponse. a) (90 ; 80) · b) 180 pas.

Correction de l'exercice 9 - Une spirale

a) **Valeur initiale** : $c = 10$ ✓

- **Premier côté** : 10 pas ✓
- **Après le premier tour** : $c = 30$ ✓
- **Deuxième côté** : 30 pas ✓
- **Après** : $c = 50$ ✓
- **Troisième côté** : 50 pas ✓
- **Quatrième côté** : 70 pas ✓
- **Cinquième côté** : 90 pas ✓
- **Suite des longueurs** :

10 30 50 70 90

- **Nature de la suite** : arithmétique de raison 20 ✓

b) **Somme** : $10 + 30 + 50 + 70 + 90$ ✓

- **Regroupement** : $(10 + 90) + (30 + 70) + 50$ ✓
- **Calcul** : $100 + 100 + 50$ ✓
- **Résultat** :

250 pas

- **Contrôle par la moyenne** : $\frac{10 + 90}{2} = 50$ ✓
- **Multiplification par 5** : 250 ✓
- **Concordance** ✓
- **Valeur finale de c** : 110 ✓

- **Attention** : elle n'est jamais utilisée pour tracer ✓
- **Rotation totale** : $5 \times 90 = 450^\circ$ ✓
- **Contrôle** : cela dépasse un tour complet ✓
- **Direction finale** : $90 + 450 = 540$, soit 180 ✓

Réponse. a) 10, 30, 50, 70, 90 · b) 250 pas.

Correction de l'exercice 10 - Un cercle approché

a) **Rotation totale** : 360×1 ✓

- **Valeur** : 360° ✓
- **Conclusion** : le lutin fait exactement un tour ✓
- **Conséquence** : la figure est fermée ✓
- **Nature exacte** : un polygone régulier à 360 côtés ✓
- **Perception** : il paraît circulaire ✓

b) **Périmètre** : 360×2 ✓

— **Valeur** :

720 pas

— **Formule du périmètre d'un cercle** : $2\pi r$ ✓

— **Équation** : $2\pi r = 720$ ✓

— **Calcul** : $r = \frac{720}{2\pi}$ ✓

— **Valeur approchée** :

$r \approx 114,6$ pas

- **Diamètre** : $\approx 229,2$ pas ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : la scène fait 480 de large ✓
- **Conclusion** : la figure tient sur l'écran ✓
- **Aire du disque** : πr^2 ✓
- **Calcul** : $\pi \times 13\,131$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 41\,253$ ✓
- **Effet d'un « avancer de 1 pas »** : rayon divisé par 2 ✓
- **Valeur** : $\approx 57,3$ pas ✓
- **Effet d'un « tourner de 2 degrés »** : 180 répétitions suffiraient ✓

Réponse. a) $360 \times 1 = 360^\circ$ · b) périmètre 720 pas, rayon $\approx 114,6$ pas.

Correction de l'exercice 11 - Corriger un polygone

- **Rotation totale du script** : 8×60 ✓
- **Valeur** : 480° ✓
- **Comparaison avec 360** : bien trop ✓
- **Conséquence** : la figure ne se referme pas correctement ✓
- **Angle correct pour un octogone** : $\frac{360}{8}$ ✓
- **Valeur** :

45°

— **Script corrigé** ✓

répéter 8 fois

avancer de 50 pas

tourner de 45 degrés

- **Contrôle** : $8 \times 45 = 360$ ✓
- **Périmètre** : 8×50 ✓
- **Valeur** : 400 pas ✓
- **Angle intérieur** : $180 - 45$ ✓
- **Valeur** : 135° ✓
- **Somme des angles intérieurs** : 8×135 ✓
- **Valeur** : 1080° ✓
- **Contrôle par la formule** : $(8 - 2) \times 180 = 1080$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Autre correction possible** : garder 60° et répéter 6 fois ✓
- **Figure obtenue** : un hexagone, pas un octogone ✓
- **Ce que trace le script fautif** : une figure ouverte, partiellement recroisée ✓

Réponse. Remplacer « tourner de 60 degrés » par « tourner de 45 degrés ».

Correction de l'exercice 12 - Comparer deux polygones

a) **Pentagone** : $\frac{360}{5}$ ✓

— **Valeur** :

72°

— **Décagone** : $\frac{360}{10}$ ✓

— **Valeur** :

36°

- **Observation** : l'angle est deux fois plus petit ✓
- **Explication** : il y a deux fois plus de côtés ✓

b) **Périmètre du pentagone** : 5×80 ✓

- **Valeur** : 400 pas ✓
- **Périmètre du décagone** : 10×40 ✓
- **Valeur** : 400 pas ✓
- **Comparaison** : les périmètres sont **égaux** ✓
- **Conclusion** :

400 pas dans les deux cas

- **Mais** : les figures diffèrent ✓
- **Le décagone** : plus proche d'un cercle ✓
- **Rayon du cercle circonscrit au pentagone** : $\frac{80}{2 \sin 36^\circ}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 68,1$ ✓
- **Rayon pour le décagone** : $\frac{40}{2 \sin 18^\circ}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 64,7$ ✓
- **Comparaison** : le décagone est légèrement plus petit ✓
- **Propriété générale** : à périmètre égal, plus de côtés donne plus d'aire ✓
- **Limite** : le cercle maximise l'aire ✓

Réponse. a) 72° et 36° · b) même périmètre, 400 pas.

Correction de l'exercice 13 - Un motif répété

a) **Rotation totale de la boucle intérieure** : $4 \times 90 = 360$ ✓

— **Figure** :

un carré de côté 40

b) **Nombre de répétitions extérieures** : 5 ✓

— **Nombre de carrés** :

5

— **Déplacement entre deux carrés** : 60 en abscisse ✓

— **Comparaison avec le côté** : $60 > 40$ ✓

— **Conséquence** : les carrés sont **espacés** ✓

— **Écart entre deux carrés** : $60 - 40 = 20$ pas ✓

c) **Abscisse de départ** : -200 ✓

— **Nombre de décalages** : 5 ✓

— **Décalage total** : 5×60 ✓

— **Valeur** : 300 ✓

— **Abscisse finale** : $-200 + 300$ ✓

— **Résultat** :

(100; 0)

— **Abscisse du dernier carré tracé** : $-200 + 4 \times 60 = 40$ ✓

— **Extrémité droite de ce carré** : $40 + 40 = 80$ ✓

— **Contrôle** : la frise tient sur la scène ✓

— **Largeur totale de la frise** : $80 - (-200) = 280$ pas ✓

— **Nombre de segments tracés** : $5 \times 4 = 20$ ✓

— **Longueur totale tracée** : $20 \times 40 = 800$ pas ✓

Réponse. a) un carré de côté 40 · b) 5 carrés espacés de 20 pas · c) le lutin finit en (100; 0).

Correction de l'exercice 14 - Calculer l'angle intérieur

— **Formule de la rotation** : $\frac{360}{n}$ ✓

— **Formule de l'angle intérieur** : $180 - \frac{360}{n}$ ✓

a) **Rotation** : $\frac{360}{12}$ ✓

— **Valeur** : 30° ✓

— **Angle intérieur** : $180 - 30$ ✓

— **Valeur** :

150°

b) **Rotation** : $\frac{360}{18}$ ✓

— **Valeur** : 20° ✓

— **Angle intérieur** : $180 - 20$ ✓

— **Valeur** :

160°

c) **Rotation** : $\frac{360}{20}$ ✓

— **Valeur** : 18° ✓

— **Angle intérieur** : $180 - 18$ ✓

— **Valeur** :

162°

— **Observation** : plus il y a de côtés, plus l'angle intérieur approche 180° ✓

— **Interprétation** : la figure ressemble de plus en plus à un cercle ✓

— **Contrôle pour a)** : somme des angles $(12 - 2) \times 180 = 1800$ ✓

— **Et** : $12 \times 150 = 1800$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Contrôle pour c)** : $(20 - 2) \times 180 = 3240$ ✓

— **Et** : $20 \times 162 = 3240$ ✓

— **Concordance** ✓

Réponse. a) 30° et 150° · b) 20° et 160° · c) 18° et 162° .

Correction de l'exercice 15 - Un triangle rectangle

— **Stratégie** : deux côtés perpendiculaires, puis retour au départ ✓

— **Script** ✓

aller à x: 0 y: 0

stylo en position d'écriture

aller à x: 120 y: 0

aller à x: 0 y: 90

aller à x: 0 y: 0

— **Premier segment** : horizontal, longueur 120 ✓

— **Troisième segment** : vertical, longueur 90 ✓

— **Angle droit** : à l'origine ✓

— **Hypoténuse par Pythagore** : $120^2 + 90^2$ ✓

— **Calcul** : $14\,400 + 8\,100$ ✓

— **Somme** : 22 500 ✓

— **Racine carrée** :

150 pas

— **Remarque** : (90 ; 120 ; 150) est un triplet pythagoricien ✓

— **Périmètre** : $90 + 120 + 150$ ✓

— **Résultat** :

360 pas

— **Aire** : $\frac{90 \times 120}{2}$ ✓

— **Valeur** : 5400 ✓

— **Angle au sommet** (120 ; 0) : $\arctan\left(\frac{90}{120}\right)$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 36,9^\circ$ ✓

— **Troisième angle** : $\approx 53,1^\circ$ ✓

— **Contrôle** : $90 + 36,9 + 53,1 = 180$ ✓

Réponse. Hypoténuse 150 pas, périmètre 360 pas.

Correction de l'exercice 16 – Synthèse : trois figures

a) **Angle de rotation** : $\frac{360}{4} = 90^\circ$ ✓

— **Script** : répéter 4 fois « avancer de 110 pas, tourner de 90 degrés » ✓

— **Périmètre** : 4×110 ✓

— **Résultat** :

440 pas

b) **Nombre de côtés** : 12 ✓

— **Angle de rotation** : $\frac{360}{12}$ ✓

— **Valeur** : 30° ✓

— **Script** : répéter 12 fois « avancer de 35 pas, tourner de 30 degrés » ✓

— **Périmètre** : 12×35 ✓

— **Résultat** :

420 pas

— **Angle intérieur** : 150° ✓

c) **Rotation totale** : 8×135 ✓

— **Valeur** : 1080° ✓

— **Contrôle** : $1080 = 3 \times 360$ ✓

— **Conséquence** : la figure se referme après **trois** tours ✓

— **Script** : répéter 8 fois « avancer de 90 pas, tourner de 135 degrés » ✓

— **Longueur totale tracée** : 8×90 ✓

— **Résultat** :

720 pas

— **Nature** : une étoile à huit branches ✓

— **Angle au sommet d'une branche** : $180 - 135 = 45^\circ$ ✓

— **Comparaison avec l'octogone** : rotation de 45° ✓

— **Relation** : $135 = 3 \times 45$ ✓

— **Interprétation** : l'étoile relie un sommet sur trois ✓

— **Bilan des trois périmètres** : 440, 420 et 720 ✓

Réponse. a) 440 pas · b) 420 pas · c) 720 pas (trois tours).