Plaquette 4 – Variables, tests et conditions

Algorithmique et Scratch — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les instructions sur les variables.

Instruction	Effet
mettre v à 5	la variable v vaut désormais 5
ajouter 3 à v	v augmente de 3
mettre v à $v \times 2$	v est doublée
mettre v à $v + w$	v prend la somme des deux

Affectation, pas égalité. « mettre v à $v + 3$ » n'est pas une équation : on calcule d'abord $v + 3$ avec l'ancienne valeur, puis on range le résultat dans v.

Somme et produit dans une boucle. Avec un compteur i qui va de 1 à n, on initialise une somme à 0 et un produit à 1 :

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \qquad 1 \times 2 \times \cdots \times n$$

Le tableau de suivi. Une colonne par tour de boucle, une ligne par variable. On le remplit de gauche à droite, sans sauter d'étape.

Les tests.

Structure	Comportement
si (condition) alors [A]	A n'est exécuté que si la condition est vraie
si (condition) alors [A] sinon [B]	A si vraie, B sinon
conditions	=, <, >, et, ou

Ordre d'évaluation. La condition est testée avec les valeurs **au moment du test**. Si une variable change ensuite, cela ne remet pas le test en cause.

Boucle et compteur. Un compteur s'initialise **avant** la boucle et s'incrémente **dedans**. L'oublier avant donne un résultat faux ; l'oublier dedans donne une boucle sans fin.

Contrôles. On vérifie le nombre de tours, la valeur finale, et la cohérence : un compteur d'objets ne peut pas être négatif.

Correction de l'exercice 1 – Suivre une variable

On suit la valeur de v après chaque ligne :

ligne	1	2	3	4
v	4	11	33	28

« Ajouter 7 à v » donne $4 + 7 = 11$; « mettre v à v x 3 » remplace v par $11 \times 3 = 33$; « ajouter -5 à v » donne $33 - 5 = 28$.

$$v = 28$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Le script calcule $(4 + 7) \times 3 - 5$. L'ordre des instructions compte : en multipliant d'abord par 3, on obtiendrait $4 \times 3 + 7 - 5 = 14$.

Réponse. $v = 28$.

Correction de l'exercice 2 – Une variable dans une boucle

On suit les deux variables à chaque passage dans la boucle : on ajoute d'abord i à s, puis on augmente i de 1.

passage	1	2	3	4	5
s	1	3	6	10	15
i après	2	3	4	5	6

$$s = 15$$

La variable s contient la somme $1 + 2 + 3 + 4 + 5$. À la fin, i vaut 6 : il a été augmenté une dernière fois après le dernier ajout. Avec 10 passages, on obtiendrait la somme des entiers de 1 à 10, soit 55.

Réponse. $s = 15$ (la somme de 1 à 5).

Correction de l'exercice 3 – Un produit

On suit les deux variables : à chaque passage, p est multiplié par i, puis i augmente de 1.

passage	1	2	3	4	5
p	1	2	6	24	120

$$p = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

On initialise p à 1 et non à 0 : multiplier par 1 ne change rien, alors qu'en partant de 0, p resterait nul à chaque multiplication. Pour une somme, au contraire, on part de 0. Avec 6 passages, on obtiendrait 720 : ce produit grandit très vite.

Réponse. $p = 120$.

Correction de l'exercice 4 – Un test simple

Le bloc « si … alors … sinon » n'exécute qu'**une** des deux branches, selon que la condition est vraie ou fausse.

Pour $n = 12$: la condition $12 > 10$ est vraie, on exécute la branche « alors » :
$r = 12 \times 2 = 24$.

Pour $n = 7$: la condition $7 > 10$ est fausse, on exécute la branche « sinon » :
$r = 7 + 100 = 107$.

$$r = 24 \text{ pour } n = 12 \qquad r = 107 \text{ pour } n = 7$$

Attention au cas limite : pour $n = 10$, la condition $10 > 10$ est fausse (l'inégalité est stricte), donc $r = 110$.

Réponse. $r = 24$ si $n = 12$; $r = 107$ si $n = 7$.

Correction de l'exercice 5 – Compter dans une boucle

La boucle est exécutée 10 fois, avec $i = 1, 2, \ldots, 10$ au moment du test. La condition $i > 4$ est fausse pour $i = 1, 2, 3, 4$ et vraie pour $i = 5$ à 10, soit 6 fois. La variable c est augmentée de 1 chaque fois que la condition est vraie :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$c = 6$$

c compte les valeurs de i supérieures à 4. À la fin, i vaut 11. Avec la condition $i \geq 4$, la valeur 4 compterait aussi, et l'on obtiendrait $c = 7$.

Réponse. $c = 6$.

Correction de l'exercice 6 – Deux variables en parallèle

À chaque passage, a diminue de 15 et b est doublé :

passage	0	1	2	3	4
a	100	85	70	55	40
b	5	10	20	40	80

$$a = 40 \qquad b = 80$$

Contrôle : $a = 100 - 4 \times 15 = 40$ et $b = 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80$. L'une des variables diminue d'une quantité fixe, l'autre est multipliée par un nombre fixe : b dépasse a entre le troisième et le quatrième passage.

Réponse. $a = 40$ et $b = 80$.

Correction de l'exercice 7 – Un programme de calcul

a) On suit y : la ligne 2 donne $6 + 4 = 10$, la ligne 3 remplace y par $10 \times 10 = 100$, la ligne 4 donne $100 - 6 = 94$.

b) En remplaçant 6 par x, chaque ligne se traduit : $x + 4$, puis $(x + 4)^2$, puis

$$y = (x + 4)^2 - x$$

En développant : $y = x^2 + 8x + 16 - x = x^2 + 7x + 16$. **Contrôle** pour $x = 6$: $36 + 42 + 16 = 94$.

c) Pour $x = -2$: $(-2 + 4)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6$. La forme développée donne aussi $4 - 14 + 16 = 6$.

Réponse. a) $y = 94$ · b) $y = (x + 4)^2 - x$ · c) $y = 6$.

Correction de l'exercice 8 – Parité

a) On divise 17 par 2 : $17 = 2 \times 8 + 1$, le reste vaut 1. La condition « reste = 0 » est fausse, donc c'est la branche « sinon » qui s'exécute :

$$m = \text{« impair »}$$

b) On obtient « pair » quand le reste de la division de n par 2 est nul, c'est-à-dire quand n est divisible par 2 : pour tous les nombres **pairs** (0, 2, 4, 24…). Par exemple, $24 = 2 \times 12 + 0$.

Le même bloc permet d'autres tests : un reste nul dans la division par 3 signale un multiple de 3, un reste nul dans la division par 10 un nombre qui se termine par 0.

Réponse. a) « impair » · b) pour tous les nombres pairs.

Correction de l'exercice 9 – Un maximum

a) L'algorithme part de la première valeur, puis la remplace chaque fois qu'il trouve une valeur plus grande.

— Au départ, max = $a = 14$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— $23 > 14$ est vrai : max devient 23.
— $19 > 23$ est faux : max reste 23.

$$\text{max} = 23$$

b) Avec $a = 30$: max vaut 30 au départ, et les deux tests ($23 > 30$, $19 > 30$) sont faux, donc max reste 30, qui est bien le plus grand. On initialise max avec une des données, et non avec 0 : sinon, si les trois nombres étaient négatifs, le résultat serait faux.

Réponse. a) 23 · b) 30.

Correction de l’exercice 10 – Une condition composée

Une condition avec « et » n’est vraie que si **les deux** tests sont vrais : ici, n doit être strictement compris entre 10 et 20.

a) $n = 15$: $15 > 10$ et $15 < 20$ sont vrais, donc $r = 1$.

b) $n = 25$: $25 < 20$ est faux, donc la condition est fausse et $r = 0$.

c) $n = 10$: $10 > 10$ est faux (inégalité stricte), donc $r = 0$.

$$r = 1 \text{ pour les entiers de 11 à 19 seulement}$$

Avec « ou », un seul test vrai suffirait, et la condition serait vraie pour tous les nombres.

Réponse. a) $r = 1$ · b) $r = 0$ · c) $r = 0$.

Correction de l’exercice 11 – Une suite

À chaque passage, u est remplacé par $3u - 1$. On suit les valeurs :

$$2 \to 5 \to 14 \to 41 \to 122 \to 365 \to 1094$$

par exemple $5 = 2 \times 3 - 1$ et $14 = 5 \times 3 - 1$. Après 6 passages, $u = 1094$.

Contrôle : les écarts entre deux valeurs successives sont 3, 9, 27, 81, 243, 729 : chacun est le triple du précédent. Leur somme vaut 1092, et $2 + 1092 = 1094$.

Réponse. $u = 1094$.

Correction de l’exercice 12 – Repérer une erreur d’initialisation

Le script utilise la variable s sans lui avoir donné de valeur de départ. Dans Scratch, une variable garde la valeur qu’elle avait à la fin de l’exécution précédente : le résultat change à chaque lancement. Il faut ajouter, **avant** la boucle, la ligne

$$\text{mettre } s \text{ à } 0$$

Le script corrigé commence par « mettre s à 0 » et « mettre i à 1 », puis la boucle ajoute 1, 2, 3, 4 et 5 à s : on obtient 15. On initialise une somme à 0 (et un produit à 1). Si l’on augmentait i avant de l’ajouter, on obtiendrait $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$: l’ordre des deux instructions compte aussi.

Réponse. Il manque « mettre s à 0 » avant la boucle ; le résultat est alors 15.

Correction de l’exercice 13 – Table de multiplication

a) La variable i prend les valeurs 1 à 10 ; à chaque passage, le lutin dit $p = 7 \times i$. Les valeurs affichées forment la table de 7 :

$$7,\ 14,\ 21,\ 28,\ 35,\ 42,\ 49,\ 56,\ 63,\ 70$$

b) La somme vaut $7 \times (1 + 2 + \cdots + 10) = 7 \times 55 = 385$. On peut aussi regrouper les valeurs deux à deux : $7 + 70 = 14 + 63 = \cdots = 77$, cinq paires, soit $5 \times 77 = 385$.

Réponse. a) la table de 7, de 7 à 70 · b) 385.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Un test dans une boucle

La variable i prend les valeurs 1 à 8. On n’ajoute i à s que si le reste de sa division par 2 est nul, c’est-à-dire si i est **pair** :

— $i = 2$: $s = 2$; $i = 4$: $s = 6$; $i = 6$: $s = 12$; $i = 8$: $s = 20$;

— pour i impair, s ne change pas.

$$s = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

La somme des impairs de 1 à 7 vaut 16, et l’on vérifie que $20 + 16 = 36$, la somme de tous les entiers de 1 à 8. Avec 10 passages, on ajouterait 10 et l’on obtiendrait 30.

Réponse. $s = 20$ (la somme des entiers pairs de 2 à 8).

Correction de l’exercice 15 – Deux scripts à comparer

On exécute les deux scripts ligne par ligne.

Script A : $v = 10$, puis $10 + 5 = 15$, puis $15 \times 2 = 30$.

Script B : $v = 10$, puis $10 \times 2 = 20$, puis $20 + 5 = 25$.

$$30 \neq 25$$

Les deux scripts ne donnent pas la même valeur. Le script A calcule $(v + 5) \times 2$ et le script B $v \times 2 + 5$: l’ordre des opérations change le résultat. Quelle que soit la valeur de départ, l’écart vaut $2(v + 5) - (2v + 5) = 5$.

Réponse. Non : $v = 30$ avec A, $v = 25$ avec B.

Correction de l’exercice 16 – Synthèse : une caisse

a) La boucle ajoute 12 au total six fois : $6 \times 12 = 72$. (La variable i ne sert à rien dans ce script.)

b) La condition $72 > 60$ est vraie : la remise s’applique.

c) Le total est multiplié par 0,9, ce qui retire 10 % :

$$72 \times 0{,}9 = 64{,}80 \text{ €}$$

d) La remise s’applique quand $12n > 60$, c’est-à-dire $n > 5$: à partir de 6 articles. Pour 5 articles, le total vaut 60 € et $60 > 60$ est faux. On remarque que 6 articles (64,80 €) ne coûtent que 4,80 € de plus que 5.

Réponse. a) 72 · b) oui · c) 64,80 € · d) à partir de 6 articles.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).