

Plaquette 4 - Variables, tests et conditions

Algorithmique et Scratch — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les instructions sur les variables.

Instruction	Effet
mettre v à 5	la variable v vaut désormais 5
ajouter 3 à v	v augmente de 3
mettre v à $v \times 2$	v est doublée
mettre v à $v + w$	v prend la somme des deux

Affectation, pas égalité. « mettre v à $v + 3$ » n'est pas une équation : on calcule d'abord $v + 3$ avec l'ancienne valeur, puis on range le résultat dans v .

Le tableau de suivi. Une colonne par tour de boucle, une ligne par variable. On le remplit de gauche à droite, sans sauter d'étape.

Les tests.

Structure	Comportement
si (condition) alors [A]	A n'est exécuté que si la condition est vraie
si (condition) alors [A] sinon [B]	A si vraie, B sinon
conditions	$=$, $<$, $>$, et, ou

Ordre d'évaluation. La condition est testée avec les valeurs **au moment du test**. Si une variable change ensuite, cela ne remet pas le test en cause.

Boucle et compteur. Un compteur s'initialise **avant** la boucle et s'incrémente **dedans**. L'oublier avant donne un résultat faux ; l'oublier dedans donne une boucle sans fin.

Contrôles. On vérifie le nombre de tours, la valeur finale, et la cohérence : un compteur d'objets ne peut pas être négatif.

Correction de l'exercice 1 - Suivre une variable

- Après la ligne 1 : $v = 4$ ✓
- Après la ligne 2 : $4 + 7$ ✓
- Valeur : $v = 11$ ✓
- Après la ligne 3 : 11×3 ✓
- Valeur : $v = 33$ ✓
- Après la ligne 4 : $33 - 5$ ✓
- Valeur finale :

$$v = 28$$

- Tableau de suivi ✓

ligne	1	2	3	4
v	4	11	33	28

- **Traduction en expression** : $(4 + 7) \times 3 - 5$ ✓
- **Contrôle** : $11 \times 3 = 33$, puis 28 ✓
- **Concordance** ✓
- **Effet d'un ordre différent** : multiplier d'abord ✓
- **Expression** : $4 \times 3 + 7 - 5$ ✓
- **Valeur** : 14 ✓
- **Comparaison** : $14 \neq 28$ ✓
- **Leçon** : l'ordre des instructions compte ✓
- **Valeur de départ donnant** $v = 0$: $(x + 7) \times 3 - 5 = 0$ ✓
- **Résolution** : $3x + 16 = 0$ ✓
- **Valeur** : $x = -\frac{16}{3} \approx -5,33$ ✓

Réponse. $v = 28$.

Correction de l'exercice 2 - Une variable dans une boucle

- **Valeurs initiales** : $s = 0$ et $i = 1$ ✓
 - **Tour 1** : s devient $0 + 1 = 1$ ✓
 - **Puis** : i devient 2 ✓
 - **Tour 2** : s devient $1 + 2 = 3$ ✓
 - **Puis** : $i = 3$ ✓
 - **Tour 3** : s devient $3 + 3 = 6$ ✓
 - **Puis** : $i = 4$ ✓
 - **Tour 4** : s devient $6 + 4 = 10$ ✓
 - **Puis** : $i = 5$ ✓
 - **Tour 5** : s devient $10 + 5 = 15$ ✓
 - **Puis** : $i = 6$ ✓
 - **Valeur finale** :

$s = 15$
 - **Interprétation** : s contient $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ ✓
 - **Contrôle** : $\frac{5 \times 6}{2} = 15$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Valeur finale de i** : 6 ✓
 - **Remarque** : i dépasse 5, car il est incrémenté au dernier tour ✓
 - **Avec 10 répétitions** : $s = \frac{10 \times 11}{2} = 55$ ✓
 - **Avec 100 répétitions** : $s = 5050$ ✓
- Réponse.** $s = 15$ (la somme de 1 à 5).

Correction de l'exercice 3 - Un produit

- **Valeurs initiales** : $p = 1$ et $i = 1$ ✓
- **Tour 1** : $p = 1 \times 1 = 1$, puis $i = 2$ ✓
- **Tour 2** : $p = 1 \times 2 = 2$, puis $i = 3$ ✓

- **Tour 3** : $p = 2 \times 3 = 6$, puis $i = 4$ ✓
- **Tour 4** : $p = 6 \times 4 = 24$, puis $i = 5$ ✓
- **Tour 5** : $p = 24 \times 5 = 120$, puis $i = 6$ ✓
- **Valeur finale** :

$$p = 120$$

- **Interprétation** : p contient $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ ✓
- **Nom de ce nombre** : la factorielle de 5 ✓
- **Pourquoi initialiser p à 1** : c'est l'élément neutre du produit ✓
- **Effet d'une initialisation à 0** : p resterait nul ✓
- **Contrôle** : $0 \times 1 \times 2 \dots = 0$ ✓
- **Comparaison avec la somme** : on initialise à 0 ✓
- **Raison** : 0 est l'élément neutre de l'addition ✓
- **Avec 6 répétitions** : $p = 720$ ✓
- **Avec 7** : $p = 5040$ ✓
- **Observation** : la croissance est extrêmement rapide ✓
- **Avec 10** : $p = 3\,628\,800$ ✓

Réponse. $p = 120$.

Correction de l'exercice 4 - Un test simple

- **Cas $n = 12$, évaluation de la condition** : $12 > 10$ ✓
- **Verdict** : vraie ✓
- **Branche exécutée** : celle du « alors » ✓
- **Calcul** : 12×2 ✓
- **Résultat** :

$$r = 24$$

- **Branche « sinon »** : elle n'est **pas** exécutée ✓
- **Cas $n = 7$, évaluation** : $7 > 10$ ✓
- **Verdict** : fausse ✓
- **Branche exécutée** : celle du « sinon » ✓
- **Calcul** : $7 + 100$ ✓
- **Résultat** :

$$r = 107$$

- **Observation** : une seule branche s'exécute à chaque fois ✓
- **Cas limite $n = 10$** : $10 > 10$ est faux ✓
- **Résultat** : $r = 110$ ✓
- **Attention** : le symbole est strict ✓
- **Avec une condition $n \geq 10$** : r vaudrait 20 ✓
- **Valeur de n donnant le même r dans les deux branches** : $2n = n + 100$ ✓
- **Résolution** : $n = 100$ ✓
- **Mais** : $100 > 10$, donc seule la première branche s'applique ✓

Réponse. $r = 24$ si $n = 12$; $r = 107$ si $n = 7$.

Correction de l'exercice 5 - Compter dans une boucle

- **Valeurs initiales** : $c = 0$ et $i = 1$ ✓

- **Condition testée** : $i > 4$ ✓
- **Valeurs prises par i lors des tests** : de 1 à 10 ✓
- **Tours où la condition est fausse** : $i = 1, 2, 3, 4$ ✓
- **Nombre** : 4 ✓
- **Tours où elle est vraie** : $i = 5$ à 10 ✓
- **Nombre** : 6 ✓
- **Incrémentations de c** : 6 ✓
- **Valeur finale** :

$$c = 6$$
- **Contrôle** : $4 + 6 = 10$ tours ✓
- **Concordance** ✓
- **Valeur finale de i** : 11 ✓
- **Rôle de c** : compter les valeurs supérieures à 4 ✓
- **Avec la condition $i \geq 4$** : c vaudrait 7 ✓
- **Différence** : le tour $i = 4$ compterait aussi ✓
- **Avec 20 répétitions** : $c = 16$ ✓
- **Formule générale pour n répétitions** : $c = n - 4$ si $n \geq 4$ ✓
- **Contrôle pour $n = 10$** : 6 ✓

Réponse. $c = 6$.

Correction de l'exercice 6 - Deux variables en parallèle

- **Valeurs initiales** : $a = 100$ et $b = 5$ ✓
- **Tour 1** : $a = 85$ et $b = 10$ ✓
- **Tour 2** : $a = 70$ et $b = 20$ ✓
- **Tour 3** : $a = 55$ et $b = 40$ ✓
- **Tour 4** : $a = 40$ et $b = 80$ ✓
- **Valeurs finales** :

$$a = 40 \quad b = 80$$

- **Tableau de suivi** ✓

tour	0	1	2	3	4
a	100	85	70	55	40
b	5	10	20	40	80

- **Nature de l'évolution de a** : arithmétique, raison -15 ✓
- **Contrôle** : $100 - 4 \times 15 = 40$ ✓
- **Nature de l'évolution de b** : géométrique, raison 2 ✓
- **Contrôle** : $5 \times 2^4 = 80$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Tour où a et b se croisent** : entre le tour 3 et le tour 4 ✓
- **Au tour 3** : $55 > 40$ ✓
- **Au tour 4** : $40 < 80$ ✓
- **Avec 6 tours** : $a = 10$ et $b = 320$ ✓
- **Avec 7 tours** : $a = -5$, valeur négative ✓

Réponse. $a = 40$ et $b = 80$.

Correction de l'exercice 7 - Un programme de calcul

a) **Après la ligne 2** : $6 + 4$ ✓

— **Valeur** : $y = 10$ ✓

— **Après la ligne 3** : 10×10 ✓

— **Valeur** : $y = 100$ ✓

— **Après la ligne 4** : $100 - 6$ ✓

— **Valeur finale** :

$$y = 94$$

b) **Traduction ligne à ligne** ✓

— **Après la ligne 2** : $x + 4$ ✓

— **Après la ligne 3** : $(x + 4)^2$ ✓

— **Après la ligne 4** : $(x + 4)^2 - x$ ✓

— **Expression** :

$$y = (x + 4)^2 - x$$

— **Contrôle pour** $x = 6$: $100 - 6 = 94$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Forme développée** : $x^2 + 8x + 16 - x$ ✓

— **Réduction** : $x^2 + 7x + 16$ ✓

— **Contrôle pour** $x = 6$: $36 + 42 + 16 = 94$ ✓

c) **Calcul pour** $x = -2$: $(-2 + 4)^2$ ✓

— **Valeur** : 4 ✓

— **Soustraction** : $4 - (-2)$ ✓

— **Résultat** :

$$y = 6$$

— **Contrôle par la forme développée** : $4 - 14 + 16 = 6$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Valeur minimale de** y : forme canonique $(x + 3,5)^2 + 3,75$ ✓

— **Minimum** : $3,75$, atteint en $x = -3,5$ ✓

Réponse. a) $y = 94$ · b) $y = (x + 4)^2 - x$ · c) $y = 6$.

Correction de l'exercice 8 - Parité

a) **Calcul du reste** : 17 divisé par 2 ✓

— **Quotient** : 8 ✓

— **Reste** : 1 ✓

— **Évaluation de la condition** : $1 = 0$ ✓

— **Verdict** : fausse ✓

— **Branche exécutée** : le « sinon » ✓

— **Résultat** :

$$m = \text{impair}$$

b) **Condition** : le reste de la division par 2 vaut 0 ✓

— **Signification** : n est divisible par 2 ✓

— **Réponse :**

les nombres pairs

- **Exemples :** 0, 2, 4, 6, ... ✓
- **Et aussi :** -2, -4 ✓
- **Test pour** $n = 24$: reste 0, donc pair ✓
- **Test pour** $n = 0$: reste 0, donc pair ✓
- **Remarque :** 0 est bien un nombre pair ✓
- **Variante pour tester un multiple de 3 :** reste de n divisé par 3 ✓
- **Test pour** $n = 17$: reste 2 ✓
- **Verdict :** 17 n'est pas multiple de 3 ✓
- **Variante pour tester un multiple de 10 :** reste divisé par 10 ✓
- **Interprétation :** le chiffre des unités vaut 0 ✓
- **Utilité de cette instruction :** détecter les multiples, les années bissextiles ✓

Réponse. a) « impair » · b) pour tous les nombres pairs.

Correction de l'exercice 9 - Un maximum

a) **Initialisation :** $\text{max} = 14$ ✓

- **Premier test :** $23 > 14$ ✓
- **Verdict :** vrai ✓
- **Mise à jour :** $\text{max} = 23$ ✓
- **Second test :** $19 > 23$ ✓
- **Verdict :** faux ✓
- **Aucune mise à jour** ✓
- **Valeur finale :**

$$\text{max} = 23$$

- **Contrôle :** c'est bien le plus grand des trois ✓

b) **Nouvelle initialisation :** $\text{max} = 30$ ✓

- **Premier test :** $23 > 30$ ✓
- **Verdict :** faux ✓
- **Second test :** $19 > 30$ ✓
- **Verdict :** faux ✓
- **Valeur finale :**

$$\text{max} = 30$$

- **Contrôle :** c'est bien le plus grand ✓
- **Robustesse de l'algorithme :** il fonctionne dans tous les ordres ✓
- **Pourquoi initialiser avec a :** pour partir d'une valeur existante ✓
- **Effet d'une initialisation à 0 :** échec si les trois sont négatifs ✓
- **Exemple :** $a = -5, b = -3, c = -8$ ✓
- **Résultat erroné :** $\text{max} = 0$ ✓
- **Bonne pratique :** initialiser avec la première donnée ✓
- **Adaptation pour le minimum :** remplacer $>$ par $<$ ✓

Réponse. a) 23 · b) 30.

Correction de l'exercice 10 - Une condition composée

— **Nature de la condition** : deux tests reliés par « et » ✓

— **Règle** : les deux doivent être vrais ✓

a) **Premier test** : $15 > 10$, vrai ✓

— **Second test** : $15 < 20$, vrai ✓

— **Condition globale** : vraie ✓

— **Résultat** :

$$r = 1$$

b) **Premier test** : $25 > 10$, vrai ✓

— **Second test** : $25 < 20$, faux ✓

— **Condition globale** : fausse ✓

— **Résultat** :

$$r = 0$$

c) **Premier test** : $10 > 10$, faux ✓

— **Condition globale** : fausse, quel que soit le second ✓

— **Résultat** :

$$r = 0$$

— **Valeurs donnant $r = 1$** : les entiers de 11 à 19 ✓

— **Nombre d'entiers** : 9 ✓

— **Avec « ou » à la place de « et »** : un seul test suffirait ✓

— **Test pour $n = 25$** : $25 > 10$ est vrai ✓

— **Résultat** : $r = 1$ ✓

— **Test pour $n = 5$** : $5 < 20$ est vrai ✓

— **Résultat** : $r = 1$ ✓

— **Constat** : avec « ou », la condition est presque toujours vraie ✓

— **Valeur donnant $r = 0$ avec « ou »** : aucune ✓

Réponse. a) $r = 1$ · b) $r = 0$ · c) $r = 0$.

Correction de l'exercice 11 - Une suite

— **Valeur initiale** : $u = 2$ ✓

— **Tour 1** : $2 \times 3 - 1$ ✓

— **Valeur** : 5 ✓

— **Tour 2** : $5 \times 3 - 1$ ✓

— **Valeur** : 14 ✓

— **Tour 3** : $14 \times 3 - 1$ ✓

— **Valeur** : 41 ✓

— **Tour 4** : $41 \times 3 - 1$ ✓

— **Valeur** : 122 ✓

— **Tour 5** : $122 \times 3 - 1$ ✓

— **Valeur** : 365 ✓

— **Tour 6** : $365 \times 3 - 1$ ✓

— **Valeur finale** :

$$u = 1094$$

- **Suite obtenue** : 2, 5, 14, 41, 122, 365, 1094 ✓
- **Écart successifs** : 3, 9, 27, 81, 243, 729 ✓
- **Observation** : ce sont les puissances de 3 ✓
- **Formule explicite** : $u_n = \frac{3^{n+1} + 1}{2}$ ✓
- **Contrôle pour $n = 0$** : $\frac{3+1}{2} = 2$ ✓
- **Contrôle pour $n = 6$** : $\frac{2187+1}{2} = 1094$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Avec 8 tours** : $u = 9842$ ✓

Réponse. $u = 1094$.

Correction de l'exercice 12 - Repérer une erreur d'initialisation

- **Variables utilisées** : i et s ✓
- **Initialisation de i** : présente ✓
- **Initialisation de s** : **absente** ✓
- **Conséquence** : s part d'une valeur inconnue ✓
- **Dans Scratch** : s garde sa valeur précédente ✓
- **Conséquence** : le résultat varie d'une exécution à l'autre ✓
- **Correction** : ajouter une ligne d'initialisation ✓
- **Ligne à ajouter avant la boucle** :

mettre s à 0

- **Script corrigé** ✓

```
mettre s à 0
mettre i à 1
répéter 5 fois
  ajouter i à s
  ajouter 1 à i
```

- **Résultat attendu** : $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ ✓
- **Valeur** : 15 ✓
- **Contrôle** : $\frac{5 \times 6}{2} = 15$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Pourquoi initialiser à 0** : c'est l'élément neutre de l'addition ✓
- **Cas d'un produit** : il faudrait initialiser à 1 ✓
- **Seconde erreur possible à surveiller** : l'ordre des deux instructions ✓
- **Si on incrémentait i avant** : la somme irait de 2 à 6 ✓
- **Valeur** : 20 ✓
- **Leçon** : toujours initialiser avant la boucle ✓

Réponse. Il manque « mettre s à 0 » avant la boucle ; le résultat est alors 15.

Correction de l'exercice 13 - Table de multiplication

- a) **Valeurs prises par i** : de 1 à 10 ✓
- **Valeur affichée au tour i** : $7i$ ✓
- **Liste** :

7 14 21 28 35 42 49 56 63 70

- **Interprétation** : c'est la table de 7 ✓
 - b) **Somme** : $7 \times (1 + 2 + \dots + 10)$ ✓
 - **Somme des dix premiers entiers** : $\frac{10 \times 11}{2}$ ✓
 - **Valeur** : 55 ✓
 - **Produit** : 7×55 ✓
 - **Résultat** :
385
 - **Contrôle par regroupement** : $7 + 70 = 77$ ✓
 - **Et** : $14 + 63 = 77$ ✓
 - **Nombre de paires** : 5 ✓
 - **Produit** : $5 \times 77 = 385$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Avec** $n = 9$: somme $9 \times 55 = 495$ ✓
 - **Formule générale** : $55n$ ✓
 - **Valeur finale de i** : 11 ✓
 - **Valeur finale de p** : 70 ✓
 - **Modification pour aller jusqu'à 12** : répéter 12 fois ✓
 - **Nouvelle somme** : $7 \times 78 = 546$ ✓
- Réponse.** a) la table de 7, de 7 à 70 · b) 385.

Correction de l'exercice 14 - Un test dans une boucle

- **Condition** : i est pair ✓
 - **Valeurs prises par i** : de 1 à 8 ✓
 - **Valeurs paires parmi elles** : 2, 4, 6, 8 ✓
 - **Tour 1, $i = 1$** : condition fausse, s inchangée ✓
 - **Tour 2, $i = 2$** : $s = 2$ ✓
 - **Tour 3, $i = 3$** : s inchangée ✓
 - **Tour 4, $i = 4$** : $s = 6$ ✓
 - **Tour 5** : s inchangée ✓
 - **Tour 6, $i = 6$** : $s = 12$ ✓
 - **Tour 7** : s inchangée ✓
 - **Tour 8, $i = 8$** : $s = 20$ ✓
 - **Valeur finale** :
 $s = 20$
 - **Contrôle** : $2 + 4 + 6 + 8 = 20$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Somme des impairs** : $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ ✓
 - **Somme totale de 1 à 8** : 36 ✓
 - **Contrôle** : $20 + 16 = 36$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Avec 10 répétitions** : $s = 30$ ✓
 - **Formule pour $2n$ répétitions** : $s = n(n + 1)$ ✓
 - **Contrôle pour $n = 4$** : $4 \times 5 = 20$ ✓
- Réponse.** $s = 20$ (la somme des entiers pairs de 2 à 8).

Correction de l'exercice 15 - Deux scripts à comparer

- **Script A, après la ligne 1** : $v = 10$ ✓
- **Après la ligne 2** : $10 + 5$ ✓
- **Valeur** : 15 ✓
- **Après la ligne 3** : 15×2 ✓
- **Valeur finale de A** :
$$v = 30$$
- **Script B, après la ligne 2** : 10×2 ✓
- **Valeur** : 20 ✓
- **Après la ligne 3** : $20 + 5$ ✓
- **Valeur finale de B** :
$$v = 25$$
- **Comparaison** : $30 \neq 25$ ✓
- **Conclusion** : les deux scripts **diffèrent** ✓
- **Traduction de A** : $(v + 5) \times 2$ ✓
- **Traduction de B** : $v \times 2 + 5$ ✓
- **Explication** : l'ordre des opérations change le résultat ✓
- **Écart** : 5 ✓
- **Généralisation** : $2(v + 5) - (2v + 5) = 5$ ✓
- **Constat** : l'écart est constant ✓
- **Valeur de départ donnant le même résultat** : aucune ✓
- **Raison** : l'écart ne s'annule jamais ✓

Réponse. Non : $v = 30$ avec A, $v = 25$ avec B.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : une caisse

- a) **Ajout par tour** : 12 ✓
- **Nombre de tours** : 6 ✓
- **Total** : 6×12 ✓
- **Résultat** :
$$72$$
- **Valeur finale de i** : 7 ✓
- **Remarque** : i ne sert à rien ici ✓
- b) **Condition** : $72 > 60$ ✓
- **Verdict** :
$$\text{vraie}$$
- **Conséquence** : la remise s'applique ✓
- c) **Calcul** : $72 \times 0,9$ ✓
- **Résultat** :
$$64,80 \text{ €}$$
- **Montant de la remise** : $72 - 64,8$ ✓
- **Valeur** : 7,20 € ✓
- **Contrôle** : 10 % de 72 ✓

— **Concordance** ✓

d) **Condition** : $12n > 60$ ✓

— **Division par 12** : $n > 5$ ✓

— **Contrainte** : n est un entier ✓

— **Réponse** :

$$n \geq 6 \text{ articles}$$

— **Contrôle à 5 articles** : total 60 ✓

— **Test** : $60 > 60$ est faux ✓

— **Verdict** : pas de remise ✓

— **Prix payé** : 60 € ✓

— **Contrôle à 6 articles** : 64,80 € ✓

— **Constat surprenant** : 6 articles coûtent à peine plus que 5 ✓

— **Écart** : 4,80 € pour un article à 12 € ✓

— **Interprétation** : le seuil rend le 6^e article très avantageux ✓

Réponse. a) 72 · b) oui · c) 64,80 € · d) à partir de 6 articles.