

Plaquette 2 – Multiples communs, PPCM et problèmes de cycles

Arithmétique — Troisième

Exercices

Méthode

Après les diviseurs, les **multiples**. On cherche le plus petit multiple commun à deux nombres, on apprend à le calculer par la décomposition, et on s'en sert dans les situations qui **se répètent** : bus, engrenages, feux, tours de piste.

Exercice 1 – Lister des multiples communs

Écrire les six premiers multiples de 9 et de 12, puis en déduire leurs trois premiers multiples communs et le PPCM.

Exercice 2 – PPCM par la décomposition

Calculer le PGCD et le PPCM de 84 et 126 en décomposant en facteurs premiers.

Exercice 3 – Utiliser la relation PGCD $\times$ PPCM

Le PGCD de deux nombres vaut 15 et leur PPCM 210. Calculer leur produit. Ces deux nombres peuvent-ils être 30 et 105 ?

Exercice 4 – Deux bus

À un arrêt, une ligne passe toutes les 12 minutes et une autre toutes les 18 minutes. Elles se croisent à 7 h. À quelle heure se croiseront-elles à nouveau ? Combien de fois entre 7 h et midi ?

Exercice 5 – Engrenages

Deux roues dentées engrenent : l'une a 24 dents, l'autre 36. Combien de tours chacune doit-elle faire pour revenir à la position de départ ?

Exercice 6 – Trois clignotants

Trois balises clignotent toutes les 4, 6 et 10 secondes. Elles s'allument ensemble à midi pile. Quand se rallumeront-elles ensemble ? Et combien de fois en une heure ?

Exercice 7 – Additionner des fractions

Calculer $\frac{5}{12} + \frac{7}{18}$ en utilisant le PPCM des dénominateurs, puis simplifier si possible.

Exercice 8 – Deux coureurs sur une piste

Deux coureurs partent ensemble. Le premier fait un tour en 80 secondes, le second en 100 secondes. Quand se retrouveront-ils au départ ? Combien de tours auront-ils faits ?

Exercice 9 - Nombres premiers entre eux

Calculer le PPCM de 15 et 28, puis celui de 21 et 35. Commenter la différence.

Exercice 10 - Carreler un sol

Un sol rectangulaire mesure 4,20 m sur 3,00 m. On veut le carreler avec des dalles carrées identiques, les plus grandes possible, sans découpe. Quelle taille et combien de dalles ?

Exercice 11 - Le plus petit carré pavé

On dispose de carreaux rectangulaires de 12 cm sur 18 cm. Quel est le plus petit carré qu'on peut paver avec ces carreaux, sans découpe ? Combien en faut-il ?

Exercice 12 - Nombre de diviseurs

Décomposer 360 en facteurs premiers, puis déterminer son nombre de diviseurs et le plus petit entier à lui multiplier pour obtenir un carré parfait.

Exercice 13 - Simplifier une racine carrée

Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour écrire $\sqrt{180}$ et $\sqrt{588}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible.

Exercice 14 - Deux périodes et un écart

Deux satellites survolent un même point, l'un toutes les 45 minutes, l'autre toutes les 60 minutes. Ils passent ensemble à 8 h. Combien de passages communs dans la journée ?

Exercice 15 - Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie, en justifiant.

- a) Le PPCM de deux nombres est toujours leur produit.
- b) Le PPCM est toujours un multiple du PGCD.
- c) Si $\text{PGCD}(a; b) = 1$, alors $\text{PPCM}(a; b) = ab$.
- d) $\text{PPCM}(a; b)$ est toujours supérieur ou égal au plus grand des deux nombres.

Exercice 16 - Synthèse : organiser une kermesse

Pour une kermesse, on dispose de 126 bonbons et 84 chocolats.

- a) On veut faire des sachets identiques, sans reste, le plus nombreux possible. Combien de sachets, et que contient chacun ?
- b) Deux animations démarrent à 14 h : l'une revient toutes les 21 minutes, l'autre toutes les 28 minutes. Quand coïncideront-elles ?
- c) Combien de coïncidences entre 14 h et 18 h ?
- d) Vérifier la relation entre PGCD et PPCM sur les deux couples de nombres rencontrés.