Plaquette 2 – Multiples communs et problèmes de cycles

Arithmétique — Troisième

Exercices

Méthode

Après les diviseurs, les **multiples**. On cherche le plus petit multiple commun à deux nombres, on apprend à le calculer par la décomposition, et on s'en sert dans les situations qui **se répètent** : bus, engrenages, feux, tours de piste.

Exercice 1 – Lister des multiples communs

Écrire les six premiers multiples de 9 et de 12, puis en déduire leurs trois premiers multiples communs et le plus petit multiple commun.

Exercice 2 – Plus petit multiple commun par la décomposition

Calculer le PGCD et le plus petit multiple commun de 84 et 126 en décomposant en facteurs premiers.

Exercice 3 – Des billes en sacs de 12 ou de 15

Un collectionneur possède entre 100 et 200 billes. S'il les range en sacs de 12, ou en sacs de 15, il ne reste aucune bille. Combien de billes peut-il avoir ?

Exercice 4 – Deux bus

À un arrêt, une ligne passe toutes les 12 minutes et une autre toutes les 18 minutes. Elles se croisent à 7 h. À quelle heure se croiseront-elles à nouveau ? Combien de fois entre 7 h et midi ?

Exercice 5 – Engrenages

Deux roues dentées engrènent : l'une a 24 dents, l'autre 36. Combien de tours chacune doit-elle faire pour revenir à la position de départ ?

Exercice 6 – Trois clignotants

Trois balises clignotent toutes les 4, 6 et 10 secondes. Elles s'allument ensemble à midi pile. Quand se rallumeront-elles ensemble ? Et combien de fois en une heure ?

Exercice 7 – Additionner des fractions

Calculer $\frac{5}{12} + \frac{7}{18}$ en utilisant le plus petit multiple commun des dénominateurs, puis simplifier si possible.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Deux coureurs sur une piste

Deux coureurs partent ensemble. Le premier fait un tour en 80 secondes, le second en 100 secondes. Quand se retrouveront-ils au départ ? Combien de tours auront-ils faits ?

Exercice 9 – Nombres premiers entre eux

Calculer le plus petit multiple commun de 15 et 28, puis celui de 21 et 35. Commenter la différence.

Exercice 10 – Carreler un sol

Un sol rectangulaire mesure 4,20 m sur 3,00 m. On veut le carreler avec des dalles carrées identiques, les plus grandes possible, sans découpe. Quelle taille et combien de dalles ?

Exercice 11 – Le plus petit carré pavé

On dispose de carreaux rectangulaires de 12 cm sur 18 cm. Quel est le plus petit carré qu'on peut paver avec ces carreaux, sans découpe ? Combien en faut-il ?

Exercice 12 – Nombre de diviseurs

Décomposer 360 en facteurs premiers, puis déterminer son nombre de diviseurs et le plus petit entier à lui multiplier pour obtenir un carré parfait.

Exercice 13 – Simplifier une racine carrée

Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour écrire $\sqrt{180}$ et $\sqrt{588}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible.

Exercice 14 – Deux périodes et un écart

Deux satellites survolent un même point, l'un toutes les 45 minutes, l'autre toutes les 60 minutes. Ils passent ensemble à 8 h. Combien de passages communs dans la journée ?

Exercice 15 – Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie, en justifiant.

a) Le plus petit multiple commun de deux nombres est toujours leur produit.

b) Le produit de deux nombres est toujours un multiple commun de ces deux nombres.

c) Si deux nombres n'ont aucun facteur premier commun, leur plus petit multiple commun est leur produit.

d) Le plus petit multiple commun de deux nombres est toujours supérieur ou égal au plus grand des deux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Synthèse : organiser une kermesse

Pour une kermesse, on dispose de 126 bonbons et 84 chocolats.

a) On veut faire des sachets identiques, sans reste, le plus nombreux possible. Combien de sachets, et que contient chacun ?

b) Deux animations démarrent à 14 h : l'une revient toutes les 21 minutes, l'autre toutes les 28 minutes. Quand coïncideront-elles ?

c) Combien de coïncidences entre 14 h et 18 h ?

d) Combien de séances chaque animation aura-t-elle faites à la première coïncidence ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).