

Plaque 3 - Factoriser : facteur commun, identités et formes mixtes

Calcul littéral et identités remarquables — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

L'ordre des réflexes.

Étape	Question à se poser
1	Y a-t-il un facteur commun à tous les termes ?
2	Le reste est-il une identité remarquable ?
3	Peut-on encore factoriser ce qu'on a obtenu ?

Le facteur commun peut être une parenthèse. C'est le cas le plus difficile à voir :

$$(x + 2)(x - 5) + (x + 2)(3x + 1) = (x + 2)[(x - 5) + (3x + 1)] = (x + 2)(4x - 4)$$

On termine en factorisant encore : $(x + 2) \times 4(x - 1) = 4(x + 2)(x - 1)$.

Faire apparaître un facteur commun caché. Souvent, un terme isolé est en réalité un multiple du facteur :

$$(x - 3)^2 + 5(x - 3) = (x - 3)[(x - 3) + 5] = (x - 3)(x + 2)$$

$$4x^2 - 9 + (2x - 3)(x + 1) = (2x - 3)(2x + 3) + (2x - 3)(x + 1) = (2x - 3)(3x + 4)$$

Un terme seul compte comme facteur $\times 1$.

$$(x + 7)(2x - 1) + (x + 7) = (x + 7)[(2x - 1) + 1] = (x + 7) \times 2x$$

Les trois identités, dans le sens de la factorisation.

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Vérifier une factorisation. Deux moyens, à utiliser systématiquement :

- **redévelopper** le produit obtenu et retrouver l'expression de départ ;
- tester une **valeur numérique** dans les deux écritures.

Piège de signe. Quand le facteur commun est précédé d'un moins, il reste un 1 :

$$3x(x - 1) - (x - 1) = (x - 1)(3x - 1)$$

et non $(x - 1) \times 3x$.

Correction de l'exercice 1 - Facteur commun numérique ou littéral

- **Première expression** : on cherche le PGCD des coefficients ✓
- **Calcul** : $\text{PGCD}(12; 18) = 6$ ✓
- **Factorisation** :

$$12x + 18 = 6(2x + 3)$$

- **Contrôle par développement** : $6 \times 2x + 6 \times 3 = 12x + 18$ ✓
- **Deuxième expression** : facteur commun numérique 5 ✓
- **Facteur commun littéral** : x , présent dans les deux termes ✓
- **Facteur commun total** : $5x$ ✓

— **Factorisation :**

$$5x^2 - 15x = 5x(x - 3)$$

— **Contrôle** : $5x \times x - 5x \times 3 = 5x^2 - 15x$ ✓— **Contrôle numérique en** $x = 2$: $20 - 30 = -10$ ✓— **Vérification** : $10 \times (-1) = -10$ ✓— **Troisième expression** : PGCD des coefficients PGCD(6 ; 9) = 3 ✓— **Partie littérale commune** : x^2 , la plus petite puissance ✓— **Facteur commun total** : $3x^2$ ✓— **Factorisation :**

$$6x^3 + 9x^2 = 3x^2(2x + 3)$$

— **Contrôle** : $3x^2 \times 2x + 3x^2 \times 3 = 6x^3 + 9x^2$ ✓— **Contrôle numérique en** $x = 1$: $6 + 9 = 15$ ✓— **Vérification** : $3 \times 5 = 15$ ✓**Réponse.** $6(2x + 3) \cdot 5x(x - 3) \cdot 3x^2(2x + 3)$.**Correction de l'exercice 2 - Facteur commun en parenthèse**— **Observation** : les deux termes contiennent $(x + 4)$ ✓— **Facteur commun** : la parenthèse $(x + 4)$ ✓— **Mise en facteur** : $(x + 4)[(2x - 1) + (x + 3)]$ ✓— **Réduction du crochet** : $2x - 1 + x + 3$ ✓— **Résultat du crochet** : $3x + 2$ ✓— **Factorisation :**

$$(x + 4)(3x + 2)$$

— **Contrôle par développement** : $3x^2 + 2x + 12x + 8$ ✓— **Réduction** : $3x^2 + 14x + 8$ ✓— **Développement de l'expression initiale** : $(x + 4)(2x - 1) = 2x^2 + 7x - 4$ ✓— **Puis** : $(x + 4)(x + 3) = x^2 + 7x + 12$ ✓— **Somme** : $3x^2 + 14x + 8$ ✓— **Cohérence** : les deux développements concordent ✓— **Contrôle numérique en** $x = 0$: $4 \times (-1) + 4 \times 3 = -4 + 12 = 8$ ✓— **Vérification** : $4 \times 2 = 8$ ✓— **Contrôle en** $x = 1$: $5 \times 1 + 5 \times 4 = 25$ ✓— **Vérification** : $5 \times 5 = 25$ ✓— **Piège** : développer les deux produits d'abord ferait perdre le facteur commun ✓**Réponse.** $(x + 4)(3x + 2)$.**Correction de l'exercice 3 - Un terme isolé**— **Première expression** : le second terme est $(2x - 5)$ **seul** ✓— **Astuce** : on l'écrit $(2x - 5) \times 1$ ✓— **Facteur commun** : $(2x - 5)$ ✓— **Mise en facteur** : $(2x - 5)[(x + 1) - 1]$ ✓— **Réduction du crochet** : x ✓— **Résultat :**

$$(2x - 5)(x + 1) - (2x - 5) = x(2x - 5)$$

- **Contrôle en** $x = 3$: $1 \times 4 - 1 = 3$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 1 = 3$ ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $-5 \times 1 + 5 = 0$ ✓
- **Vérification** : $0 \times (-5) = 0$ ✓
- **Seconde expression** : $(3x + 2)^2$ vaut $(3x + 2) \times (3x + 2)$ ✓
- **Facteur commun** : $(3x + 2)$ ✓
- **Mise en facteur** : $(3x + 2)[(3x + 2) + 1]$ ✓
- **Réduction du crochet** : $3x + 3$ ✓
- **Factorisation intermédiaire** : $(3x + 2)(3x + 3)$ ✓
- **On peut encore factoriser** : $3x + 3 = 3(x + 1)$ ✓
- **Résultat complet** :

$$(3x + 2)^2 + (3x + 2) = 3(3x + 2)(x + 1)$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $25 + 5 = 30$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 5 \times 2 = 30$ ✓

Réponse. $x(2x - 5) \cdot 3(3x + 2)(x + 1)$.

Correction de l'exercice 4 - Faire apparaître une identité

- **Observation** : le premier bloc est une différence de carrés ✓
- **Factorisation de** $x^2 - 25$: $(x - 5)(x + 5)$ ✓
- **Réécriture de l'expression** : $(x - 5)(x + 5) + (x - 5)(2x + 1)$ ✓
- **Facteur commun apparu** : $(x - 5)$ ✓
- **Mise en facteur** : $(x - 5)[(x + 5) + (2x + 1)]$ ✓
- **Réduction du crochet** : $3x + 6$ ✓
- **Factorisation intermédiaire** : $(x - 5)(3x + 6)$ ✓
- **On peut encore factoriser** : $3x + 6 = 3(x + 2)$ ✓
- **Résultat complet** :

$$3(x - 5)(x + 2)$$

- **Contrôle en** $x = 0$: $-25 + (-5) \times 1 = -30$ ✓
- **Vérification** : $3 \times (-5) \times 2 = -30$ ✓
- **Contrôle en** $x = 1$: $1 - 25 + (-4) \times 3 = -24 - 12 = -36$ ✓
- **Vérification** : $3 \times (-4) \times 3 = -36$ ✓
- **Contrôle en** $x = 5$: $25 - 25 + 0 = 0$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 0 \times 7 = 0$ ✓
- **Méthode générale** : quand un terme est une identité, on la factorise pour **révéler** le facteur commun ✓
- **Contrôle du degré** : l'expression initiale est de degré 2, le produit aussi ✓

Réponse. $3(x - 5)(x + 2)$.

Correction de l'exercice 5 - Deux identités à repérer

- **Première expression** : différence de carrés ✓
- **Identification** : $4x^2 = (2x)^2$ et $9 = 3^2$ ✓
- **Factorisation** :

$$4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$$

- **Contrôle en** $x = 2$: $16 - 9 = 7$ ✓
- **Vérification** : $1 \times 7 = 7$ ✓
- **Seconde expression** : on remplace $4x^2 - 9$ par sa forme factorisée ✓
- **Réécriture** : $(2x - 3)(x + 7) + (2x - 3)(2x + 3)$ ✓
- **Facteur commun** : $(2x - 3)$ ✓
- **Mise en facteur** : $(2x - 3)[(x + 7) + (2x + 3)]$ ✓
- **Réduction du crochet** : $3x + 10$ ✓
- **Résultat** :

$$(2x - 3)(3x + 10)$$

- **Contrôle en** $x = 0$: $(-3) \times 7 + (-9) = -21 - 9 = -30$ ✓
- **Vérification** : $(-3) \times 10 = -30$ ✓
- **Contrôle en** $x = 1$: $(-1) \times 8 + (4 - 9) = -8 - 5 = -13$ ✓
- **Vérification** : $(-1) \times 13 = -13$ ✓
- **Contrôle en** $x = 1,5$: $0 \times 8,5 + 0 = 0$ ✓
- **Vérification** : $0 \times 14,5 = 0$ ✓
- **Point de méthode** : $x = 1,5$ annule $2x - 3$, donc toute l'expression ✓

Réponse. $(2x - 3)(2x + 3)$ puis $(2x - 3)(3x + 10)$.

Correction de l'exercice 6 - Factoriser complètement

- **Première expression** : facteur commun 5 ✓
- **Mise en facteur** : $5(x^2 - 9)$ ✓
- **Reconnaissance** : $x^2 - 9$ est une différence de carrés ✓
- **Factorisation** : $(x - 3)(x + 3)$ ✓
- **Résultat complet** :

$$5x^2 - 45 = 5(x - 3)(x + 3)$$

- **Contrôle en** $x = 4$: $80 - 45 = 35$ ✓
- **Vérification** : $5 \times 1 \times 7 = 35$ ✓
- **Seconde expression** : facteur commun 2 ✓
- **Mise en facteur** : $2(x^2 + 8x + 16)$ ✓
- **Test du carré parfait** : $16 = 4^2$ ✓
- **Double produit** : $2 \times x \times 4 = 8x$ ✓
- **Correspondance** : c'est bien le terme du milieu ✓
- **Factorisation** : $(x + 4)^2$ ✓
- **Résultat complet** :

$$2x^2 + 16x + 32 = 2(x + 4)^2$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $2 + 16 + 32 = 50$ ✓
- **Vérification** : $2 \times 25 = 50$ ✓
- **Contrôle en** $x = -4$: $32 - 64 + 32 = 0$ ✓
- **Vérification** : $2 \times 0 = 0$ ✓
- **Règle d'or** : le facteur commun **toujours en premier** ✓

Réponse. $5(x - 3)(x + 3) \cdot 2(x + 4)^2$.

Correction de l'exercice 7 - Équation produit simple

- **Propriété clé** : un produit est nul si et seulement si **l'un des facteurs** est nul ✓
- **Première équation** : $x - 3 = 0$ ou $2x + 7 = 0$ ✓
- **Première solution** : $x = 3$ ✓
- **Seconde équation à résoudre** : $2x = -7$ ✓
- **Seconde solution** : $x = -3,5$ ✓
- **Solutions** :

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -3,5$$

- **Vérification pour** $x = 3$: $0 \times 13 = 0$ ✓
- **Vérification pour** $x = -3,5$: $(-6,5) \times 0 = 0$ ✓
- **Deuxième équation** : $x = 0$ ou $x - 5 = 0$ ✓
- **Solutions** :

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 5$$

- **Vérification pour** $x = 0$: $0 \times (-5) = 0$ ✓
- **Vérification pour** $x = 5$: $5 \times 0 = 0$ ✓
- **Piège fréquent** : oublier la solution $x = 0$ ✓
- **Raison de l'oubli** : x tout seul ne ressemble pas à une parenthèse ✓
- **Autre piège** : développer avant de résoudre ✓
- **Conséquence** : $x^2 - 5x = 0$ est plus difficile à traiter sans refactoriser ✓
- **Contrôle du nombre de solutions** : une équation produit de deux facteurs du premier degré a **au plus deux** solutions ✓

Réponse. $x = 3$ ou $x = -3,5$ · $x = 0$ ou $x = 5$.

Correction de l'exercice 8 - Factoriser pour résoudre

- **Première équation** : on factorise le membre de gauche ✓
- **Différence de carrés** : $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$ ✓
- **Équation produit** : $(x - 7)(x + 7) = 0$ ✓
- **Solutions** :

$$x = 7 \quad \text{ou} \quad x = -7$$

- **Vérification pour** $x = 7$: $49 - 49 = 0$ ✓
- **Vérification pour** $x = -7$: $49 - 49 = 0$ ✓
- **Seconde équation** : on ramène tout du même côté ✓
- **Écriture** : $3x^2 - 12x = 0$ ✓
- **Facteur commun** : $3x$ ✓
- **Factorisation** : $3x(x - 4) = 0$ ✓
- **Solutions** :

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

- **Vérification pour** $x = 4$: $48 = 48$ ✓
- **Vérification pour** $x = 0$: $0 = 0$ ✓
- **Erreur grave à éviter** : diviser les deux membres par x ✓
- **Conséquence** : on obtiendrait $3x = 12$, soit $x = 4$, en **perdant** la solution $x = 0$ ✓
- **Règle** : on ne divise **jamais** par une expression qui peut être nulle ✓
- **Bonne méthode** : toujours ramener à 0 puis factoriser ✓
- **Contrôle** : les deux équations ont bien **deux** solutions ✓

Réponse. $x = 7$ ou $x = -7$ · $x = 0$ ou $x = 4$.

Correction de l'exercice 9 - Une équation à factoriser en deux temps

- **Facteur commun** : $(x + 2)$, présent dans les deux termes ✓
- **Rappel** : $(x + 2)^2 = (x + 2) \times (x + 2)$ ✓
- **Mise en facteur** : $(x + 2)[(x + 2) - (3x - 1)]$ ✓
- **Attention au signe** : le moins change les deux termes du second crochet ✓
- **Réduction** : $x + 2 - 3x + 1$ ✓
- **Résultat du crochet** : $-2x + 3$ ✓
- **Équation produit** : $(x + 2)(-2x + 3) = 0$ ✓
- **Premier facteur nul** : $x = -2$ ✓
- **Second facteur nul** : $-2x = -3$, donc $x = 1,5$ ✓
- **Solutions** :

$$x = -2 \quad \text{ou} \quad x = 1,5$$

- **Vérification pour** $x = -2$: $0 - 0 = 0$ ✓
- **Vérification pour** $x = 1,5$: $(3,5)^2 - 3,5 \times 3,5$ ✓
- **Calcul** : $12,25 - 12,25 = 0$ ✓
- **Cohérence** : les deux solutions conviennent ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $4 - 2 \times (-1) = 4 + 2 = 6$ ✓
- **Vérification par la forme factorisée** : $2 \times 3 = 6$ ✓
- **Piège du signe** : oublier de changer le signe de -1 donnerait $-2x + 1$ ✓
- **Conséquence de ce piège** : une solution fausse, $x = 0,5$ ✓

Réponse. $x = -2$ ou $x = 1,5$.

Correction de l'exercice 10 - Aire d'un rectangle factorisée

- **Aire** : produit de la longueur par la largeur ✓
- **Expression** : $(x + 5)(x - 2)$ ✓
- **Développement** : $x^2 - 2x + 5x - 10$ ✓
- **Réduction** :

$$A(x) = x^2 + 3x - 10$$

- **Contrôle en** $x = 4$: $9 \times 2 = 18$ ✓
- **Vérification** : $16 + 12 - 10 = 18$ ✓
- **Équation à résoudre** : $(x + 5)(x - 2) = 60$ ✓
- **Attention** : le membre de droite n'est **pas** nul, on ne peut pas conclure directement ✓
- **Mise sous forme développée** : $x^2 + 3x - 10 = 60$ ✓
- **Passage à zéro** : $x^2 + 3x - 70 = 0$ ✓
- **Recherche par essais** : on cherche deux nombres de produit -70 et de somme 3 ✓
- **Candidats** : 10 et -7 ✓
- **Contrôles** : $10 \times (-7) = -70$ et $10 - 7 = 3$ ✓
- **Factorisation** : $(x + 10)(x - 7) = 0$ ✓
- **Solutions de l'équation** : $x = -10$ ou $x = 7$ ✓
- **Contrainte de l'énoncé** : $x > 2$ ✓
- **Solution retenue** :

$$x = 7$$

- **Vérification** : longueur 12, largeur 5, aire 60 ✓
- **Rejet de $x = -10$** : la largeur vaudrait -12 , impossible ✓

Réponse. $A(x) = x^2 + 3x - 10$, et $x = 7$ (rectangle 12×5).

Correction de l'exercice 11 - Reconnaître la bonne méthode

- **Première expression** : facteur commun, puis identité ✓
- **Facteur commun** : 7 ✓
- **Mise en facteur** : $7(x^2 - 1)$ ✓
- **Identité** : différence de carrés ✓
- **Résultat** :

$$7x^2 - 7 = 7(x - 1)(x + 1)$$

- **Contrôle en $x = 2$** : $28 - 7 = 21$ ✓
- **Vérification** : $7 \times 1 \times 3 = 21$ ✓
- **Deuxième expression** : identité du carré parfait ✓
- **Test** : $81 = 9^2$ et $2 \times x \times 9 = 18x$ ✓
- **Résultat** :

$$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$$

- **Contrôle en $x = 1$** : $1 + 18 + 81 = 100$ ✓
 - **Vérification** : $10^2 = 100$ ✓
 - **Troisième expression** : facteur commun en parenthèse ✓
 - **Facteur** : $(x - 1)$ ✓
 - **Mise en facteur** : $(x - 1)[(x + 6) + 3]$ ✓
 - **Réduction** : $x + 9$ ✓
 - **Résultat** :
- $$(x - 1)(x + 9)$$
- **Contrôle en $x = 0$** : $(-1) \times 6 + 3 \times (-1) = -6 - 3 = -9$ ✓
 - **Vérification** : $(-1) \times 9 = -9$ ✓
 - **Bilan des méthodes** : facteur commun numérique, identité, facteur commun en parenthèse ✓

Réponse. $7(x - 1)(x + 1) \cdot (x + 9)^2 \cdot (x - 1)(x + 9)$.

Correction de l'exercice 12 - Simplifier une fraction littérale

- **Première fraction** : on factorise le numérateur ✓
- **Différence de carrés** : $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$ ✓
- **Écriture** : $\frac{(x - 4)(x + 4)}{x + 4}$ ✓
- **Simplification** : le facteur $(x + 4)$ disparaît ✓
- **Résultat** :

$$\frac{x^2 - 16}{x + 4} = x - 4$$

- **Justification de la condition** : $x \neq -4$ évite la division par zéro ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $\frac{-16}{4} = -4$ ✓
- **Vérification** : $0 - 4 = -4$ ✓

- **Contrôle en** $x = 6$: $\frac{20}{10} = 2$ ✓
- **Vérification** : $6 - 4 = 2$ ✓
- **Seconde fraction** : facteur commun au numérateur ✓
- **Factorisation** : $3x^2 - 12x = 3x(x - 4)$ ✓
- **Écriture** : $\frac{3x(x - 4)}{x - 4}$ ✓
- **Simplification** : le facteur $(x - 4)$ disparaît ✓
- **Résultat** :

$$\frac{3x^2 - 12x}{x - 4} = 3x$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $\frac{3 - 12}{-3} = \frac{-9}{-3} = 3$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 1 = 3$ ✓
- **Piège** : simplifier $\frac{x^2 - 16}{x + 4}$ en « $x^2 - 4$ » est **faux** ✓
- **Règle** : on ne simplifie que des **facteurs**, jamais des termes d'une somme ✓

Réponse. $x - 4 \cdot 3x$.

Correction de l'exercice 13 - Démontrer avec une factorisation

- **Première expression** : test du carré parfait ✓
- **Terme constant** : $9 = 3^2$ ✓
- **Double produit** : $2 \times n \times 3 = 6n$ ✓
- **Correspondance** : c'est bien le terme du milieu ✓
- **Factorisation** :

$$n^2 + 6n + 9 = (n + 3)^2$$

- **Conclusion** : c'est le carré de l'entier $n + 3$, donc un **carré parfait** ✓
- **Contrôle pour** $n = 5$: $25 + 30 + 9 = 64 = 8^2$ ✓
- **Contrôle pour** $n = 10$: $100 + 60 + 9 = 169 = 13^2$ ✓
- **Seconde expression** : le terme constant a changé ✓
- **Recherche** : deux nombres de produit 8 et de somme 6 ✓
- **Candidats** : 2 et 4 ✓
- **Contrôles** : $2 \times 4 = 8$ et $2 + 4 = 6$ ✓
- **Factorisation** :

$$n^2 + 6n + 8 = (n + 2)(n + 4)$$

- **Différence des deux facteurs** : $(n + 4) - (n + 2) = 2$ ✓
- **Conclusion** : c'est bien un produit de deux entiers de différence 2 ✓
- **Contrôle pour** $n = 5$: $25 + 30 + 8 = 63$ ✓
- **Vérification** : $7 \times 9 = 63$ ✓
- **Contrôle pour** $n = 1$: $1 + 6 + 8 = 15$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 5 = 15$ ✓
- **Lien entre les deux** : $n^2 + 6n + 9 = (n^2 + 6n + 8) + 1$ ✓
- **Interprétation** : le produit de deux entiers de différence 2, plus 1, est un carré ✓

Réponse. $(n + 3)^2$ est un carré parfait ; $(n + 2)(n + 4)$ est un produit de deux entiers distants de 2.

Correction de l'exercice 14 - Résoudre une équation avec identité

- **Première équation** : on ramène tout du même côté ✓
- **Écriture** : $(x + 3)^2 - 25 = 0$ ✓
- **Reconnaissance** : différence de carrés, avec $25 = 5^2$ ✓
- **Factorisation** : $[(x + 3) - 5][(x + 3) + 5]$ ✓
- **Simplification** : $(x - 2)(x + 8) = 0$ ✓
- **Solutions** :

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -8$$

- **Vérification pour** $x = 2$: $5^2 = 25$ ✓
- **Vérification pour** $x = -8$: $(-5)^2 = 25$ ✓
- **Seconde équation** : même stratégie ✓
- **Écriture** : $(2x - 1)^2 - (x + 4)^2 = 0$ ✓
- **Différence de carrés** : $A^2 - B^2$ avec $A = 2x - 1$ et $B = x + 4$ ✓
- **Premier facteur** : $A - B = 2x - 1 - x - 4 = x - 5$ ✓
- **Second facteur** : $A + B = 2x - 1 + x + 4 = 3x + 3$ ✓
- **Équation produit** : $(x - 5)(3x + 3) = 0$ ✓
- **Solutions** :

$$x = 5 \quad \text{ou} \quad x = -1$$

- **Vérification pour** $x = 5$: $9^2 = 81$ et $9^2 = 81$ ✓
- **Vérification pour** $x = -1$: $(-3)^2 = 9$ et $3^2 = 9$ ✓
- **Piège** : de $A^2 = B^2$, on ne déduit **pas** $A = B$ ✓
- **Raison** : on peut aussi avoir $A = -B$ ✓

Réponse. $x = 2$ ou $x = -8$ · $x = 5$ ou $x = -1$.

Correction de l'exercice 15 - Volume et factorisation

- **Volume** : produit des trois dimensions ✓
- **Expression** : $x(x + 2)(x - 2)$ ✓
- **Astuce** : les deux dernières parenthèses forment un produit **conjugué** ✓
- **Calcul** : $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ ✓
- **Volume développé** :

$$V(x) = x(x^2 - 4) = x^3 - 4x$$

- **Pour** $x = 5$: $125 - 20$ ✓
- **Résultat** :

$$V(5) = 105$$

- **Contrôle par les dimensions** : $5 \times 7 \times 3 = 105$ ✓
- **Équation à résoudre** : $x^3 - 4x = 96$ ✓
- **Recherche par essais** : on teste des entiers ✓
- **Pour** $x = 4$: $64 - 16 = 48$, trop petit ✓
- **Pour** $x = 5$: 105 , trop grand ✓
- **La solution est entre 4 et 5** ✓
- **Ajustement** : on cherche plus finement ✓
- **Pour** $x = 4,8$: $110,592 - 19,2 = 91,392$ ✓

— **Pour** $x = 4,9$: $117,649 - 19,6 = 98,049$ ✓

— **Encadrement** :

$$4,8 < x < 4,9$$

— **Valeur approchée** : $x \approx 4,87$ ✓

— **Contrôle** : $4,87^3 - 4 \times 4,87 \approx 115,5 - 19,5 = 96,0$ ✓

— **Remarque** : cette équation du **troisième degré** n'a pas de solution entière ✓

Réponse. $V(x) = x^3 - 4x$, $V(5) = 105$, et $x \approx 4,87$ pour un volume de 96.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : une expression à étudier

a) **Premier terme** : $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$ ✓

— **Second produit** : $(3x - 2)(x + 5)$ ✓

— **Développement** : $3x^2 + 15x - 2x - 10$ ✓

— **Réduction** : $3x^2 + 13x - 10$ ✓

— **Soustraction** : $9x^2 - 12x + 4 - (3x^2 + 13x - 10)$ ✓

— **Suppression de la parenthèse** : $9x^2 - 12x + 4 - 3x^2 - 13x + 10$ ✓

— **Réduction des x^2** : $9x^2 - 3x^2 = 6x^2$ ✓

— **Réduction des x** : $-12x - 13x = -25x$ ✓

— **Réduction des constantes** : $4 + 10 = 14$ ✓

— **Résultat** :

$$E = 6x^2 - 25x + 14$$

b) **Facteur commun** : $(3x - 2)$ ✓

— **Mise en facteur** : $(3x - 2)[(3x - 2) - (x + 5)]$ ✓

— **Attention au signe** : le moins change les deux termes ✓

— **Réduction du crochet** : $3x - 2 - x - 5 = 2x - 7$ ✓

— **Résultat** :

$$E = (3x - 2)(2x - 7)$$

— **Contrôle par développement** : $6x^2 - 21x - 4x + 14$ ✓

— **Réduction** : $6x^2 - 25x + 14$ ✓

— **Cohérence** : on retrouve la forme développée ✓

c) **Avec la forme développée** : $6 \times 4 - 50 + 14$ ✓

— **Calcul** : $24 - 50 + 14$ ✓

— **Résultat** :

$$E = -12$$

— **Avec la forme factorisée** : $(6 - 2)(4 - 7)$ ✓

— **Calcul** : $4 \times (-3) = -12$ ✓

— **Cohérence** : les deux formes donnent le même résultat ✓

— **Contrôle avec l'expression initiale** : $(4)^2 - 4 \times 7 = 16 - 28 = -12$ ✓

d) **Forme à utiliser** : la forme **factorisée** ✓

— **Équation produit** : $(3x - 2)(2x - 7) = 0$ ✓

— **Premier facteur nul** : $3x = 2$, donc $x = \frac{2}{3}$ ✓

— **Second facteur nul** : $2x = 7$, donc $x = 3,5$ ✓

— **Solutions** :

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = 3,5$$

- **Vérification pour** $x = 3,5$: $(10,5 - 2)^2 - (8,5)(8,5) \checkmark$
- **Calcul** : $72,25 - 72,25 = 0 \checkmark$
- **Vérification pour** $x = \frac{2}{3}$: $3x - 2 = 0$, donc les deux termes sont nuls $\checkmark$
- **Contrôle** : $0 - 0 = 0 \checkmark$
- **Leçon** : pour **résoudre**, on factorise ; pour **calculer**, l'une ou l'autre forme convient $\checkmark$
- **Contrôle du nombre de solutions** : deux, comme attendu pour un produit de deux facteurs du premier degré $\checkmark$

Réponse. a) $6x^2 - 25x + 14$ · b) $(3x - 2)(2x - 7)$ · c) $E = -12$ · d) $x = \frac{2}{3}$ ou $x = 3,5$.