

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse : mise en équation et modélisation

Calcul littéral et identités remarquables — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les quatre temps d'un problème.

Temps	Ce qu'on écrit
choisir l'inconnue	« Soit x le nombre de ... » avec l'unité
modéliser	traduire chaque donnée en expression de x
transformer	développer ou factoriser selon le but
conclure	répondre en français, avec l'unité

Choisir la bonne transformation.

But visé	Transformation
comparer deux expressions	développer les deux, puis soustraire
résoudre une équation	factoriser vers un produit nul
prouver une divisibilité	factoriser pour isoler le diviseur
prouver un signe ou un maximum	faire apparaître un carré
calculer une valeur	remplacer dans la forme la plus simple

Les formules disponibles.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Équation produit. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$AB = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Vérifier ses solutions dans le contexte. Une longueur négative, un effectif décimal ou un prix nul se rejettent **après** le calcul, en le disant explicitement.

Grandeurs usuelles. Aire d'un rectangle Ll , d'un carré c^2 , d'un disque πr^2 ; volume d'un pavé Llh , d'un cube c^3 ; périmètre d'un rectangle $2(L + l)$.

Correction de l'exercice 1 - Le jardin agrandi

a) **Nouvelles dimensions** : $x + 3$ sur $x + 3$ ✓

— **Première expression** : $(x + 3)^2$ ✓

— **Développement** : $x^2 + 6x + 9$ ✓

— **Seconde expression, par découpage** : l'ancien carré, deux bandes et un petit carré ✓

— **Ancien carré** : x^2 ✓

— **Deux bandes** : $2 \times 3x = 6x$ ✓

— **Petit carré de coin** : $3 \times 3 = 9$ ✓

— **Total** :

$$x^2 + 6x + 9$$

— **Cohérence** : les deux expressions coïncident ✓

— **Interprétation** : le découpage **illustre** l'identité remarquable ✓

b) **Augmentation** : $(x + 3)^2 - x^2$ ✓

— **Simplification** : $6x + 9$ ✓

— **Pour** $x = 12$: $72 + 9$ ✓

— **Résultat** :

$$81 \text{ m}^2$$

— **Contrôle direct** : ancienne aire 144 m^2 ✓

— **Nouvelle aire** : $15^2 = 225 \text{ m}^2$ ✓

— **Différence** : $225 - 144 = 81 \text{ m}^2$ ✓

— **Concordance** : les deux méthodes donnent le même résultat ✓

— **Remarque** : l'augmentation dépend de x , elle n'est pas de 9 m^2 ✓

Réponse. a) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ · b) $+81 \text{ m}^2$ (de 144 à 225 m^2).

Correction de l'exercice 2 - Le carré de carton

— **Aire du carré initial** : x^2 ✓

— **Aire d'un coin découpé** : $4^2 = 16 \text{ cm}^2$ ✓

— **Nombre de coins** : 4 ✓

— **Aire découpée** : $4 \times 16 = 64 \text{ cm}^2$ ✓

— **Aire restante** :

$$A(x) = x^2 - 64$$

— **Forme factorisée** : différence de carrés ✓

— **Identification** : $64 = 8^2$ ✓

— **Factorisation** : $(x - 8)(x + 8)$ ✓

— **Pour** $x = 20$: $400 - 64$ ✓

— **Résultat** :

$$336 \text{ cm}^2$$

— **Contrôle par la forme factorisée** : $12 \times 28 = 336$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Condition d'existence** : les découpes ne doivent pas se chevaucher ✓

— **Contrainte** : $x > 8$ ✓

— **Vérification pour** $x = 20$: condition remplie ✓

— **Cas limite** $x = 8$: l'aire restante serait nulle ✓

— **Interprétation** : les quatre carrés de 4 cm rempliraient tout ✓

— **Contrôle** : $8^2 = 64$, soit exactement l'aire découpée ✓

Réponse. $A(x) = x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$, soit 336 cm^2 pour $x = 20$.

Correction de l'exercice 3 - Deux abonnements

— **Inconnue** : x , le nombre de séances ✓

— **Prix en salle A** : $40 + 3x$ ✓

— **Prix en salle B** : $10 + 6x$ ✓

- **Égalité** : $40 + 3x = 10 + 6x$ ✓
- **Regroupement des x** : $40 - 10 = 6x - 3x$ ✓
- **Réduction** : $30 = 3x$ ✓
- **Solution** :

$$x = 10 \text{ séances}$$

- **Contrôle en salle A** : $40 + 30 = 70$ € ✓
- **Contrôle en salle B** : $10 + 60 = 70$ € ✓
- **Égalité vérifiée** ✓
- **Différence de prix** : $(40 + 3x) - (10 + 6x)$ ✓
- **Réduction** : $30 - 3x$ ✓
- **Interprétation du signe** : positif si $x < 10$ ✓
- **Conclusion** : en dessous de 10 séances, la salle **B** est moins chère ✓
- **Contrôle pour 5 séances** : A donne 55 €, B donne 40 € ✓
- **Au-dessus de 10 séances** : la salle **A** devient plus avantageuse ✓
- **Contrôle pour 20 séances** : A donne 100 €, B donne 130 € ✓
- **Économie à 20 séances** : 30 € en choisissant A ✓

Réponse. 10 séances, à 70 € ; en dessous la salle B est moins chère, au-dessus la salle A.

Correction de l'exercice 4 - L'aire du chemin

- **Dimensions extérieures** : le chemin s'ajoute des deux côtés ✓
- **Longueur totale** : $8 + 2x$ ✓
- **Largeur totale** : $5 + 2x$ ✓
- **Aire totale** : $(8 + 2x)(5 + 2x)$ ✓
- **Développement** : $40 + 16x + 10x + 4x^2$ ✓
- **Réduction** : $4x^2 + 26x + 40$ ✓
- **Aire du bassin** : $8 \times 5 = 40 \text{ m}^2$ ✓
- **Aire du chemin** : différence ✓
- **Résultat** :

$$C(x) = 4x^2 + 26x$$

- **Forme factorisée** : $2x(2x + 13)$ ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : aire nulle, cohérent ✓
- **Pour $x = 1,5$** : $4 \times 2,25 = 9$ ✓
- **Deuxième terme** : $26 \times 1,5 = 39$ ✓
- **Résultat** :

$$48 \text{ m}^2$$

- **Contrôle par la forme factorisée** : $3 \times 16 = 48$ ✓
- **Contrôle direct** : dimensions 11 m sur 8 m ✓
- **Aire totale** : 88 m^2 ✓
- **Différence** : $88 - 40 = 48 \text{ m}^2$ ✓
- **Concordance des trois méthodes** ✓

Réponse. $C(x) = 4x^2 + 26x = 2x(2x + 13)$, soit 48 m^2 pour $x = 1,5 \text{ m}$.

Correction de l'exercice 5 - Le nombre de départ

- **Inconnue** : x , le nombre de départ ✓
- **Traduction** : $(x + 5)^2 - x^2 = 105$ ✓
- **Développement** : $x^2 + 10x + 25 - x^2$ ✓
- **Réduction** : $10x + 25$ ✓
- **Équation** : $10x + 25 = 105$ ✓
- **Soustraction** : $10x = 80$ ✓
- **Solution** :
$$x = 8$$
- **Contrôle** : $13^2 = 169$ ✓
- **Et** : $8^2 = 64$ ✓
- **Différence** : $169 - 64 = 105$ ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Voie plus rapide** : différence de carrés ✓
- **Factorisation** : $(x + 5)^2 - x^2 = (x + 5 - x)(x + 5 + x)$ ✓
- **Simplification** : $5(2x + 5)$ ✓
- **Équation** : $5(2x + 5) = 105$ ✓
- **Division par 5** : $2x + 5 = 21$ ✓
- **Solution** : $x = 8$ ✓
- **Concordance des deux méthodes** ✓
- **Remarque** : l'équation est du premier degré, il y a une seule solution ✓

Réponse. $x = 8$: $13^2 - 8^2 = 169 - 64 = 105$.

Correction de l'exercice 6 - Deux entiers de somme 30

- **Notations** : a et b , avec $a + b = 30$ ✓
- **Seconde donnée** : $a^2 - b^2 = 180$ ✓
- **Identité clé** : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ✓
- **Substitution** : $(a - b) \times 30 = 180$ ✓
- **Division** : $a - b = 6$ ✓
- **Système obtenu** : somme 30 et différence 6 ✓
- **Somme des deux égalités** : $2a = 36$ ✓
- **Premier nombre** :
$$a = 18$$
- **Second nombre** : $b = 30 - 18$ ✓
- **Résultat** :
$$b = 12$$
- **Contrôle de la somme** : $18 + 12 = 30$ ✓
- **Contrôle des carrés** : $324 - 144 = 180$ ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Intérêt de l'identité** : elle évite de résoudre une équation du second degré ✓
- **Méthode alternative** : poser $b = 30 - a$ ✓
- **Développement** : $a^2 - (30 - a)^2 = a^2 - 900 + 60a - a^2$ ✓
- **Réduction** : $60a - 900 = 180$ ✓

— **Solution** : $60a = 1080$, donc $a = 18$ ✓

— **Concordance** ✓

Réponse. 18 et 12 : $(a - b) \times 30 = 180$ donne $a - b = 6$.

Correction de l'exercice 7 - La bande de terrain

a) **Nouvelles dimensions** : $50 - x$ et $30 - x$ ✓

— **Contrainte** : $0 \leq x < 30$ ✓

— **Aire restante** : $(50 - x)(30 - x)$ ✓

— **Développement** : $1500 - 50x - 30x + x^2$ ✓

— **Forme développée** :

$$A(x) = x^2 - 80x + 1500$$

— **Contrôle en $x = 0$** : 1500 m^2 , l'aire initiale ✓

b) **Équation** : $x^2 - 80x + 1500 = 1196$ ✓

— **Passage à zéro** : $x^2 - 80x + 304 = 0$ ✓

— **Forme canonique** : $x^2 - 80x = (x - 40)^2 - 1600$ ✓

— **Réécriture** : $(x - 40)^2 - 1600 + 304 = 0$ ✓

— **Équation obtenue** : $(x - 40)^2 = 1296$ ✓

— **Racine carrée** : $1296 = 36^2$ ✓

— **Premier cas** : $x - 40 = 36$, donc $x = 76$ ✓

— **Rejet** : la bande dépasserait les dimensions du terrain ✓

— **Second cas** : $x - 40 = -36$ ✓

— **Solution retenue** :

$$x = 4 \text{ m}$$

— **Dimensions restantes** : 46 m sur 26 m ✓

— **Contrôle de l'aire** : $46 \times 26 = 1196 \text{ m}^2$ ✓

— **Vérification réussie** ✓

— **Perte de surface** : $1500 - 1196 = 304 \text{ m}^2$ ✓

— **Contrôle par la forme développée** : $16 - 320 + 1500 = 1196$ ✓

— **Concordance des deux méthodes** ✓

Réponse. a) $A(x) = x^2 - 80x + 1500$ · b) $(x - 40)^2 = 1296$ donne $x = 4 \text{ m}$ (terrain de 46 m sur 26 m).

Correction de l'exercice 8 - Prix, hausse et baisse

— **Hausse de 20 %** : on multiplie par 1,2 ✓

— **Prix intermédiaire** : $1,2p$ ✓

— **Baisse de 20 %** : on multiplie par 0,8 ✓

— **Prix final** : $1,2 \times 0,8 \times p$ ✓

— **Produit des coefficients** : 0,96 ✓

— **Prix final** :

$$0,96p$$

— **Comparaison** : $0,96 < 1$ ✓

— **Conclusion** : le prix final est inférieur au prix initial ✓

— **Baisse globale** : 4 % ✓

- **Lien avec une identité** : $1,2 \times 0,8 = (1 + 0,2)(1 - 0,2)$ ✓
- **Différence de carrés** : $1 - 0,2^2 = 1 - 0,04 = 0,96$ ✓
- **Généralisation** : pour un taux t , le coefficient global vaut $1 - t^2$ ✓
- **Conséquence** : il est toujours strictement inférieur à 1 pour $t \neq 0$ ✓
- **Contrôle avec** $p = 50$: hausse à 60 € ✓
- **Baisse** : $60 \times 0,8 = 48$ € ✓
- **Vérification** : $0,96 \times 50 = 48$ € ✓
- **Perte** : 2 €, soit 4 % de 50 ✓
- **Ordre inverse** : baisse puis hausse ✓
- **Coefficient** : $0,8 \times 1,2 = 0,96$, identique ✓
- **Conclusion** : l'ordre des deux évolutions ne change rien ✓

Réponse. Prix final $0,96p = (1 - 0,2^2)p$: baisse globale de 4 %, quel que soit p .

Correction de l'exercice 9 - Trois nombres consécutifs

- **Écriture centrée** : $n - 1$, n et $n + 1$ ✓
- **Produit des extrêmes** : $(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1$ ✓
- **Produit des trois** : $n(n^2 - 1)$ ✓
- **Développement** : $n^3 - n$ ✓
- **On ajoute** n : $n^3 - n + n$ ✓
- **Simplification remarquable** :

$$n^3$$

- **Équation** : $n^3 = 1000$ ✓
- **Cube parfait** : $10^3 = 1000$ ✓
- **Solution** :

$$n = 10$$

- **Les trois entiers** : 9, 10 et 11 ✓
- **Contrôle du produit** : $9 \times 10 \times 11 = 990$ ✓
- **Plus l'entier du milieu** : $990 + 10 = 1000$ ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Unicité** : le cube est strictement croissant, il n'y a qu'une solution ✓
- **Contrôle avec** $n = 5$: $4 \times 5 \times 6 + 5 = 125 = 5^3$ ✓
- **Contrôle avec** $n = 8$: $7 \times 8 \times 9 + 8 = 512 = 8^3$ ✓
- **Intérêt de l'identité** : elle transforme un problème de degré 3 en extraction de cube ✓
- **Cas sans solution** : un total de 520 n'est pas un cube ✓
- **Conséquence** : aucun triplet d'entiers consécutifs ne le réalise ✓

Réponse. Le total vaut n^3 ; $n^3 = 1000$ donne $n = 10$, soit 9, 10 et 11.

Correction de l'exercice 10 - Le cadre de photo

- **Côté extérieur** : $c + 4$, car 2 cm de chaque côté ✓
- **Aire extérieure** : $(c + 4)^2$ ✓
- **Développement** : $c^2 + 8c + 16$ ✓
- **Aire de la photo** : c^2 ✓
- **Aire du cadre** : différence ✓

— **Expression :**

$$8c + 16$$

— **Équation :** $8c + 16 = 80$ ✓

— **Soustraction :** $8c = 64$ ✓

— **Solution :**

$$c = 8 \text{ cm}$$

— **Contrôle du côté extérieur :** 12 cm ✓

— **Aire extérieure :** 144 cm^2 ✓

— **Aire de la photo :** 64 cm^2 ✓

— **Aire du cadre :** $144 - 64 = 80 \text{ cm}^2$ ✓

— **Vérification réussie** ✓

— **Voie plus rapide :** différence de carrés ✓

— **Factorisation :** $(c + 4)^2 - c^2 = 4(2c + 4)$ ✓

— **Contrôle :** $4(16 + 4) = 80$ ✓

— **Remarque :** l'aire du cadre est du **premier** degré en c ✓

— **Conséquence :** elle croît proportionnellement à la taille de la photo ✓

Réponse. $c = 8 \text{ cm}$: le cadre a une aire de $8c + 16 = 80 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 11 - L'équation produit

— **Stratégie :** tout passer d'un côté ✓

— **Équation équivalente :** $(2x - 6)^2 - (x + 1)^2 = 0$ ✓

— **Reconnaissance :** différence de deux carrés ✓

— **Identification :** $A = 2x - 6$ et $B = x + 1$ ✓

— **Premier facteur :** $A - B = 2x - 6 - x - 1 = x - 7$ ✓

— **Second facteur :** $A + B = 2x - 6 + x + 1 = 3x - 5$ ✓

— **Forme factorisée :**

$$(x - 7)(3x - 5) = 0$$

— **Règle du produit nul :** un facteur au moins est nul ✓

— **Premier cas :** $x - 7 = 0$ ✓

— **Solution :** $x = 7$ ✓

— **Second cas :** $3x - 5 = 0$ ✓

— **Solution :**

$$x = \frac{5}{3}$$

— **Contrôle pour** $x = 7$: $(14 - 6)^2 = 64$ ✓

— **Autre membre :** $8^2 = 64$ ✓

— **Égalité vérifiée** ✓

— **Contrôle pour** $x = \frac{5}{3}$: $2x - 6 = \frac{10}{3} - 6 = -\frac{8}{3}$ ✓

— **Carré :** $\frac{64}{9}$ ✓

— **Autre membre :** $x + 1 = \frac{8}{3}$, de carré $\frac{64}{9}$ ✓

— **Égalité vérifiée** ✓

— **Piège évité :** écrire $2x - 6 = x + 1$ ne donnerait qu'une solution ✓

— **Raison :** deux carrés égaux autorisent des bases **opposées** ✓

Réponse. $(x - 7)(3x - 5) = 0$, donc $x = 7$ ou $x = \frac{5}{3}$.

Correction de l'exercice 12 - Le triangle rectangle

- **Théorème de Pythagore** : $x^2 + (x + 7)^2 = (x + 9)^2$ ✓
- **Développement du deuxième carré** : $x^2 + 14x + 49$ ✓
- **Membre de gauche** : $2x^2 + 14x + 49$ ✓
- **Développement du troisième carré** : $x^2 + 18x + 81$ ✓
- **Équation** : $2x^2 + 14x + 49 = x^2 + 18x + 81$ ✓
- **Passage à zéro** : $x^2 - 4x - 32 = 0$ ✓
- **Recherche d'une factorisation** : deux nombres de produit -32 et de somme -4 ✓
- **Candidats** : -8 et 4 ✓
- **Factorisation** :

$$(x - 8)(x + 4) = 0$$

- **Contrôle du développement** : $x^2 + 4x - 8x - 32 = x^2 - 4x - 32$ ✓
- **Première solution** : $x = 8$ ✓
- **Seconde solution** : $x = -4$ ✓
- **Rejet** : une longueur ne peut pas être négative ✓
- **Solution retenue** :

$$x = 8$$

- **Dimensions du triangle** : 8, 15 et 17 ✓
- **Contrôle** : $64 + 225 = 289$ ✓
- **Et** : $17^2 = 289$ ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Remarque** : (8 ; 15 ; 17) est un triplet pythagoricien connu ✓
- **Aire du triangle** : $\frac{8 \times 15}{2} = 60$ ✓
- **Périmètre** : $8 + 15 + 17 = 40$ ✓

Réponse. $x = 8$: le triangle a pour côtés 8, 15 et 17.

Correction de l'exercice 13 - Deux carrés accolés

- **Aire du grand carré** : $(x + 4)^2$ ✓
- **Aire du petit carré** : x^2 ✓
- **Différence** : $(x + 4)^2 - x^2$ ✓
- **Factorisation** : $(x + 4 - x)(x + 4 + x)$ ✓
- **Simplification** :

$$4(2x + 4) = 8x + 16$$

- **Équation** : $8x + 16 = 96$ ✓
- **Soustraction** : $8x = 80$ ✓
- **Solution** : $x = 10$ cm ✓
- **Côtés** : 10 cm et 14 cm ✓
- **Contrôle des aires** : $196 - 100 = 96$ cm² ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Périmètre du petit carré** : 40 cm ✓
- **Périmètre du grand carré** : 56 cm ✓

— **Différence :**

$$16 \text{ cm}$$

- **Expression générale :** $4(x + 4) - 4x = 16$ ✓
- **Observation :** cette différence ne dépend **pas** de x ✓
- **Contraste :** celle des aires, elle, dépend de x ✓
- **Contrôle avec** $x = 1$: aires $25 - 1 = 24 \text{ cm}^2$ ✓
- **Périmètres :** $20 - 4 = 16 \text{ cm}$, inchangé ✓

Réponse. 10 cm et 14 cm ; la différence des périmètres vaut 16 cm, indépendamment de x .

Correction de l'exercice 14 - Le volume de la boîte

a) **Aire du fond :** x^2 ✓

- **Nombre de faces latérales :** 4 ✓
- **Aire d'une face latérale :** $5x$ ✓
- **Aire latérale totale :** $20x$ ✓
- **Aire de carton :**

$$A(x) = x^2 + 20x$$

— **Forme factorisée :** $x(x + 20)$ ✓

b) **Équation :** $x^2 + 20x = 384$ ✓

- **Passage à zéro :** $x^2 + 20x - 384 = 0$ ✓
- **Recherche :** deux nombres de produit -384 et de somme 20 ✓
- **Décomposition de 384 :** $384 = 12 \times 32$ ✓
- **Candidats :** -12 et 32 ✓
- **Produit :** -384 ✓
- **Somme :** 20 ✓
- **Factorisation :**

$$(x - 12)(x + 32) = 0$$

- **Contrôle du développement :** $x^2 + 32x - 12x - 384 = x^2 + 20x - 384$ ✓
- **Première solution :** $x = 12$ ✓
- **Seconde solution :** $x = -32$ ✓
- **Rejet :** un côté ne peut pas être négatif ✓
- **Solution retenue :**

$$x = 12 \text{ cm}$$

- **Contrôle de l'aire :** $144 + 240 = 384 \text{ cm}^2$ ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Volume :** aire de base par hauteur ✓
- **Calcul :** 144×5 ✓
- **Résultat :**

$$720 \text{ cm}^3$$

— **Ordre de grandeur :** 0,72 litre ✓

Réponse. a) $A(x) = x^2 + 20x$ · b) $x = 12 \text{ cm}$ et $V = 720 \text{ cm}^3$.

Correction de l'exercice 15 - Le partage du champ

a) **Demi-périmètre** : 60 m ✓

— **Largeur** : $60 - x$ ✓

— **Contrainte** : $0 < x < 60$ ✓

— **Aire** :

$$A(x) = x(60 - x) = 60x - x^2$$

— **Contrôle en** $x = 40$: largeur 20, aire 800 m² ✓

— **Vérification** : $2400 - 1600 = 800$ ✓

b) **Méthode** : forme canonique ✓

— **Réécriture** : $-(x^2 - 60x)$ ✓

— **Début de carré** : $x^2 - 60x = (x - 30)^2 - 900$ ✓

— **Substitution** : $-\left[(x - 30)^2 - 900\right]$ ✓

— **Forme obtenue** :

$$A(x) = 900 - (x - 30)^2$$

— **Contrôle du développement** : $900 - x^2 + 60x - 900 = 60x - x^2$ ✓

— **Argument** : $(x - 30)^2 \geq 0$ ✓

— **Conséquence** : $A(x) \leq 900$ ✓

— **Maximum** : 900 m² ✓

— **Valeur qui le réalise** : $x = 30$ m ✓

— **Forme du champ** : un carré de 30 m de côté ✓

— **Contrôle du périmètre** : $4 \times 30 = 120$ m ✓

— **Contrôle de l'aire** : $30^2 = 900$ m² ✓

— **Comparaison avec** $x = 40$: 800 m², moins bon ✓

— **Comparaison avec** $x = 20$: 900 - 100 = 800 m² ✓

— **Symétrie** : $x = 20$ et $x = 40$ donnent la même aire ✓

— **Remarque** : la clôture intérieure ne change pas l'aire totale ✓

Réponse. a) $A(x) = 60x - x^2$ · b) $A(x) = 900 - (x - 30)^2$: maximum 900 m² pour $x = 30$ m.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : le dallage

a) **Dimensions de l'ensemble** : $x + 1$ sur $x + 1$ ✓

— **Aire totale** : $(x + 1)^2$ ✓

— **Développement** :

$$x^2 + 2x + 1$$

— **Contrôle en** $x = 5$: 36 m² ✓

b) **Aire des dalles** : $(x + 1)^2 - x^2$ ✓

— **Développement** : $x^2 + 2x + 1 - x^2$ ✓

— **Réduction** :

$$2x + 1$$

— **Lecture géométrique** : deux bandes de x m² et un carré de 1 m² ✓

— **Cohérence** : $x + x + 1 = 2x + 1$ ✓

— **Voie alternative** : différence de carrés ✓

— **Factorisation** : $(x + 1 - x)(x + 1 + x) = 2x + 1$ ✓

c) **Équation** : $2x + 1 = 27$ ✓

— **Soustraction** : $2x = 26$ ✓

— **Solution** :

$$x = 13 \text{ m}$$

— **Aire de la terrasse** : 13^2 ✓

— **Résultat** :

$$169 \text{ m}^2$$

— **Aire totale** : $14^2 = 196 \text{ m}^2$ ✓

— **Contrôle** : $196 - 169 = 27 \text{ m}^2$ ✓

— **Vérification réussie** ✓

d) **Proportion** : $\frac{169}{196}$ ✓

— **Valeur décimale** : $\approx 0,8622$ ✓

— **Pourcentage** :

$$\approx 86,2 \%$$

— **Part des dalles** : $\approx 13,8 \%$ ✓

— **Contrôle** : $\frac{27}{196} \approx 0,1378$ ✓

— **Somme** : $86,2 + 13,8 = 100$ ✓

— **Remarque** : plus la terrasse est grande, plus cette part augmente ✓

— **Contrôle avec** $x = 3$: terrasse 9 m^2 , total 16 m^2 ✓

— **Proportion** : $\frac{9}{16} = 56,25 \%$ ✓

— **Interprétation** : la bordure pèse relativement moins sur les grandes terrasses ✓

Réponse. a) $(x + 1)^2$ · b) $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$ · c) $x = 13 \text{ m}$, terrasse de 169 m^2 · d) environ $86,2 \%$.