

Plaquette 2 - Les trois identités remarquables : reconnaître et appliquer

Calcul littéral et identités remarquables — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les trois identités.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Identifier a et b . C'est l'étape décisive : on regarde ce qui est **au carré**.

Expression	a	b	Résultat
$(x + 5)^2$	x	5	$x^2 + 10x + 25$
$(3x - 2)^2$	$3x$	2	$9x^2 - 12x + 4$
$(2x - 7)(2x + 7)$	$2x$	7	$4x^2 - 49$
$(5 - x)^2$	5	x	$25 - 10x + x^2$

Attention aux coefficients. $(3x)^2 = 9x^2$ et non $3x^2$: le carré porte sur **tout** le terme.

Reconnaître une forme factorisable.

Forme développée	Indice	Factorisation
$x^2 - 64$	différence de deux carrés	$(x - 8)(x + 8)$
$x^2 + 12x + 36$	$36 = 6^2$ et $12x = 2 \times x \times 6$	$(x + 6)^2$
$x^2 - 10x + 25$	$25 = 5^2$ et $-10x = -2 \times x \times 5$	$(x - 5)^2$
$4x^2 - 9$	$4x^2 = (2x)^2$ et $9 = 3^2$	$(2x - 3)(2x + 3)$

Le test du double produit. Pour savoir si $x^2 + bx + c$ est un carré, on vérifie que c est un carré parfait k^2 **et** que $b = \pm 2k$. Sinon, ce n'est pas une identité.

Ce qui ne se factorise pas avec ces identités. $x^2 + 9$ n'est **pas** factorisable : c'est une **somme** de carrés, pas une différence.

Erreurs classiques à éviter.

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2 \quad (a - b)^2 \neq a^2 - b^2 \quad \sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$$

Le terme $2ab$, appelé **double produit**, est celui qu'on oublie le plus souvent.

Correction de l'exercice 1 - Développer trois carrés

- **Première expression** : on identifie $a = x$ et $b = 7$ ✓
- **Application** : $a^2 + 2ab + b^2$ ✓
- **Calcul** : $x^2 + 2 \times x \times 7 + 49$ ✓
- **Résultat** :

$$(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

- **Contrôle numérique en $x = 1$:** $8^2 = 64$ ✓
- **Vérification :** $1 + 14 + 49 = 64$ ✓
- **Deuxième expression :** $a = 2x$ et $b = 5$ ✓
- **Carré de a :** $(2x)^2 = 4x^2$ ✓
- **Double produit :** $2 \times 2x \times 5 = 20x$ ✓
- **Résultat :**

$$(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

- **Contrôle en $x = 1$:** $(-3)^2 = 9$ ✓
- **Vérification :** $4 - 20 + 25 = 9$ ✓
- **Troisième expression :** $a = 3$ et $b = 4x$ ✓
- **Attention à l'ordre :** le terme constant est **devant** ✓
- **Résultat :**

$$(3 - 4x)^2 = 9 - 24x + 16x^2$$

- **Contrôle en $x = 1$:** $(-1)^2 = 1$ ✓
- **Vérification :** $9 - 24 + 16 = 1$ ✓
- **Remarque :** $(3 - 4x)^2 = (4x - 3)^2$, les deux donnent le même développement ✓

Réponse. $x^2 + 14x + 49 \cdot 4x^2 - 20x + 25 \cdot 9 - 24x + 16x^2$.

Correction de l'exercice 2 - Produits conjugués

- **Forme reconnue :** produit de deux facteurs **conjugués** ✓
- **Identité :** $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ ✓
- **Première expression :** $a = x$ et $b = 9$ ✓
- **Résultat :**

$$(x - 9)(x + 9) = x^2 - 81$$

- **Contrôle en $x = 10$:** $1 \times 19 = 19$ ✓
- **Vérification :** $100 - 81 = 19$ ✓
- **Deuxième expression :** $a = 3x$ et $b = 4$ ✓
- **Carré de a :** $9x^2$ ✓
- **Résultat :**

$$(3x + 4)(3x - 4) = 9x^2 - 16$$

- **Contrôle en $x = 1$:** $7 \times (-1) = -7$ ✓
- **Vérification :** $9 - 16 = -7$ ✓
- **Troisième expression :** $a = 7$ et $b = 2x$ ✓
- **Résultat :**

$$(7 - 2x)(7 + 2x) = 49 - 4x^2$$

- **Contrôle en $x = 2$:** $3 \times 11 = 33$ ✓
- **Vérification :** $49 - 16 = 33$ ✓
- **Point commun aux trois :** le développement n'a **que deux termes** ✓
- **Explication :** les doubles produits s'annulent ✓
- **Vérification par le calcul long :** $(x - 9)(x + 9) = x^2 + 9x - 9x - 81$ ✓

- **Simplification** : $+9x - 9x = 0$ ✓
- **Piège** : $(x - 9)(x - 9)$ n'est **pas** un produit conjugué, c'est $(x - 9)^2$ ✓

Réponse. $x^2 - 81 \cdot 9x^2 - 16 \cdot 49 - 4x^2$.

Correction de l'exercice 3 - Reconnaître l'identité à utiliser

- **Première expression** : deux termes dans une parenthèse au carré, avec un $+$ ✓
- **Identité** : $(a + b)^2$ ✓
- **Identification** : $a = 5$ et $b = x$ ✓
- **Résultat** :

$$(5 + x)^2 = 25 + 10x + x^2$$

- **Contrôle en** $x = 2$: $7^2 = 49$ ✓
- **Vérification** : $25 + 20 + 4 = 49$ ✓
- **Deuxième expression** : deux facteurs conjugués ✓
- **Identité** : $(a - b)(a + b)$ ✓
- **Identification** : $a = x$ et $b = 1$ ✓
- **Résultat** :

$$(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

- **Contrôle en** $x = 3$: $2 \times 4 = 8$ ✓
- **Vérification** : $9 - 1 = 8$ ✓
- **Troisième expression** : carré d'une somme ✓
- **Identification** : $a = 4x$ et $b = 3$ ✓
- **Carré de** a : $16x^2$ ✓
- **Double produit** : $2 \times 4x \times 3 = 24x$ ✓
- **Résultat** :

$$(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $7^2 = 49$ ✓
- **Vérification** : $16 + 24 + 9 = 49$ ✓
- **Méthode de reconnaissance** : un **carré** donne trois termes, un produit **conjugué** en donne deux ✓

Réponse. $25 + 10x + x^2 \cdot x^2 - 1 \cdot 16x^2 + 24x + 9$.

Correction de l'exercice 4 - Factoriser une différence de carrés

- **Forme reconnue** : différence de deux carrés ✓
- **Identité** : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ✓
- **Première expression** : $36 = 6^2$ ✓
- **Identification** : $a = x$ et $b = 6$ ✓
- **Résultat** :

$$x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$$

- **Contrôle en** $x = 10$: $100 - 36 = 64$ ✓
- **Vérification** : $4 \times 16 = 64$ ✓
- **Deuxième expression** : $49 = 7^2$ ✓
- **Identification** : $a = 7$ et $b = y$ ✓
- **Résultat** :

$$49 - y^2 = (7 - y)(7 + y)$$

- **Contrôle en** $y = 3$: $49 - 9 = 40$ ✓
- **Vérification** : $4 \times 10 = 40$ ✓
- **Troisième expression** : $16x^2 = (4x)^2$ et $25 = 5^2$ ✓
- **Identification** : $a = 4x$ et $b = 5$ ✓
- **Résultat** :

$$16x^2 - 25 = (4x - 5)(4x + 5)$$

- **Contrôle en** $x = 2$: $64 - 25 = 39$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 13 = 39$ ✓
- **Piège à connaître** : $x^2 + 36$ **ne se factorise pas** ✓
- **Raison** : c'est une **somme** de carrés ✓
- **Vérification** : aucune valeur de x ne l'annule ✓

Réponse. $(x - 6)(x + 6) \cdot (7 - y)(7 + y) \cdot (4x - 5)(4x + 5)$.

Correction de l'exercice 5 - Factoriser un carré parfait

- **Méthode** : vérifier que le terme constant est un carré et que le terme du milieu est le **double produit** ✓
- **Première expression** : $64 = 8^2$ ✓
- **Test du double produit** : $2 \times x \times 8 = 16x$ ✓
- **Correspondance** : c'est bien le terme du milieu ✓
- **Résultat** :

$$x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2$$

- **Contrôle en** $x = 2$: $4 + 32 + 64 = 100$ ✓
- **Vérification** : $10^2 = 100$ ✓
- **Deuxième expression** : $49 = 7^2$ ✓
- **Test** : $2 \times x \times 7 = 14x$, avec un signe **moins** ✓
- **Résultat** :

$$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$$

- **Contrôle en** $x = 10$: $100 - 140 + 49 = 9$ ✓
- **Vérification** : $3^2 = 9$ ✓
- **Troisième expression** : $9x^2 = (3x)^2$ et $25 = 5^2$ ✓
- **Test** : $2 \times 3x \times 5 = 30x$ ✓
- **Résultat** :

$$9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $9 + 30 + 25 = 64$ ✓
- **Vérification** : $8^2 = 64$ ✓
- **Contre-exemple instructif** : $x^2 + 10x + 16$ ✓
- **Test** : $16 = 4^2$, mais $2 \times x \times 4 = 8x \neq 10x$ ✓
- **Conclusion** : ce n'est **pas** un carré parfait ✓

Réponse. $(x + 8)^2 \cdot (x - 7)^2 \cdot (3x + 5)^2$.

Correction de l'exercice 6 - Calcul astucieux

- **Premier calcul** : on écrit $102 = 100 + 2$ ✓
- **Identité** : $(a + b)^2$ avec $a = 100$ et $b = 2$ ✓
- **Développement** : $10\,000 + 2 \times 100 \times 2 + 4$ ✓
- **Résultat** :

$$102^2 = 10\,000 + 400 + 4 = 10\,404$$

- **Deuxième calcul** : $98 = 100 - 2$ ✓
- **Identité** : $(a - b)^2$ ✓
- **Développement** : $10\,000 - 400 + 4$ ✓
- **Résultat** :

$$98^2 = 9604$$

- **Troisième calcul** : $103 = 100 + 3$ et $97 = 100 - 3$ ✓
- **Identité** : produit conjugué $(a + b)(a - b)$ ✓
- **Développement** : $10\,000 - 9$ ✓
- **Résultat** :

$$103 \times 97 = 9991$$

- **Contrôle de la cohérence** : $102^2 - 98^2 = 10\,404 - 9604 = 800$ ✓
- **Vérification par identité** : $(102 - 98)(102 + 98) = 4 \times 200 = 800$ ✓
- **Autre calcul du même type** : $51^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$ ✓
- **Puis** : $49^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$ ✓
- **Et** : $52 \times 48 = 2500 - 4 = 2496$ ✓
- **Règle utile** : deux nombres symétriques autour de n ont pour produit n^2 moins le carré de l'écart ✓
- **Contrôle** : $105 \times 95 = 10\,000 - 25 = 9975$ ✓

Réponse. $102^2 = 10\,404 \cdot 98^2 = 9604 \cdot 103 \times 97 = 9991$.

Correction de l'exercice 7 - Développer puis réduire

- **Premier carré** : $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$ ✓
- **Second carré** : $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ ✓
- **Soustraction** : attention au signe devant la parenthèse ✓
- **Écriture** : $x^2 + 8x + 16 - (x^2 - 6x + 9)$ ✓
- **Suppression de la parenthèse** : $x^2 + 8x + 16 - x^2 + 6x - 9$ ✓
- **Réduction des x^2** : ils s'annulent ✓
- **Réduction des x** : $8x + 6x = 14x$ ✓
- **Réduction des constantes** : $16 - 9 = 7$ ✓
- **Résultat** :

$$(x + 4)^2 - (x - 3)^2 = 14x + 7$$

- **Contrôle en $x = 1$** : $25 - 4 = 21$ ✓
- **Vérification** : $14 + 7 = 21$ ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $16 - 9 = 7$ ✓
- **Vérification** : 7 ✓
- **Méthode alternative** : reconnaître une différence de carrés ✓

- **Écriture** : $A^2 - B^2$ avec $A = x + 4$ et $B = x - 3$ ✓
- **Factorisation** : $(A - B)(A + B)$ ✓
- **Calcul de $A - B$** : $(x + 4) - (x - 3) = 7$ ✓
- **Calcul de $A + B$** : $(x + 4) + (x - 3) = 2x + 1$ ✓
- **Produit** : $7(2x + 1) = 14x + 7$ ✓
- **Cohérence** : les deux méthodes concordent ✓

Réponse. $14x + 7$, soit $7(2x + 1)$.

Correction de l'exercice 8 - Factoriser après développement

- **Première expression** : on reconnaît une différence de carrés ✓
- **Identification** : $a = x + 2$ et $b = 3$, car $9 = 3^2$ ✓
- **Application** : $(a - b)(a + b)$ ✓
- **Calcul de $a - b$** : $x + 2 - 3 = x - 1$ ✓
- **Calcul de $a + b$** : $x + 2 + 3 = x + 5$ ✓
- **Résultat** :

$$(x + 2)^2 - 9 = (x - 1)(x + 5)$$

- **Contrôle en $x = 0$** : $4 - 9 = -5$ ✓
- **Vérification** : $(-1) \times 5 = -5$ ✓
- **Contrôle en $x = 3$** : $25 - 9 = 16$ ✓
- **Vérification** : $2 \times 8 = 16$ ✓
- **Seconde expression** : $a = 2x - 1$ et $b = 4$ ✓
- **Calcul de $a - b$** : $2x - 1 - 4 = 2x - 5$ ✓
- **Calcul de $a + b$** : $2x - 1 + 4 = 2x + 3$ ✓
- **Résultat** :

$$(2x - 1)^2 - 16 = (2x - 5)(2x + 3)$$

- **Contrôle en $x = 1$** : $1 - 16 = -15$ ✓
- **Vérification** : $(-3) \times 5 = -15$ ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $1 - 16 = -15$ ✓
- **Vérification** : $(-5) \times 3 = -15$ ✓
- **Piège** : développer d'abord donnerait $4x^2 - 4x - 15$, bien plus difficile à factoriser ✓

Réponse. $(x - 1)(x + 5) \cdot (2x - 5)(2x + 3)$.

Correction de l'exercice 9 - Compléter une identité

- **Première égalité** : $25 = 5^2$, donc $b = 5$ ✓
- **Terme manquant du membre de droite** : 5 ✓
- **Double produit** : $2 \times x \times 5 = 10x$ ✓
- **Résultat** :

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

- **Contrôle en $x = 1$** : $1 + 10 + 25 = 36$ ✓
- **Vérification** : $6^2 = 36$ ✓
- **Seconde égalité** : $4x^2 = (2x)^2$, donc $a = 2x$ ✓
- **Terme du milieu** : $-12x = -2 \times 2x \times b$ ✓
- **Équation** : $-4xb = -12x$ ✓

- **Résolution** : $b = 3$ ✓
- **Terme constant** : $b^2 = 9$ ✓
- **Résultat** :

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $4 - 12 + 9 = 1$ ✓
- **Vérification** : $(-1)^2 = 1$ ✓
- **Contrôle en** $x = 2$: $16 - 24 + 9 = 1$ ✓
- **Vérification** : $1^2 = 1$ ✓
- **Méthode générale** : le terme constant est le **carré de la moitié** du coefficient de x , divisé par le carré du coefficient de x^2 ✓
- **Contrôle simple** : pour $x^2 + bx + c$ carré parfait, on a $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$ ✓
- **Vérification sur la première** : $\left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25$ ✓

Réponse. $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ et $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$.

Correction de l'exercice 10 - Deux carrés consécutifs

- **Écriture** : les deux entiers sont n et $n + 1$ ✓
- **Différence des carrés** : $(n + 1)^2 - n^2$ ✓
- **Développement du premier carré** : $n^2 + 2n + 1$ ✓
- **Soustraction** : $n^2 + 2n + 1 - n^2$ ✓
- **Réduction** :

$$(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$$

- **Nature du résultat** : $2n + 1$ est un double plus 1, donc **impair** ✓
- **Somme des deux entiers** : $n + (n + 1) = 2n + 1$ ✓
- **Conclusion** : la différence des carrés **égale** la somme ✓
- **Contrôle avec 7 et 8** : $64 - 49 = 15$ ✓
- **Vérification** : $7 + 8 = 15$ ✓
- **Contrôle avec 12 et 13** : $169 - 144 = 25$ ✓
- **Vérification** : $12 + 13 = 25$ ✓
- **Méthode alternative** : factoriser la différence de carrés ✓
- **Factorisation** : $(n + 1 - n)(n + 1 + n)$ ✓
- **Simplification** : $1 \times (2n + 1) = 2n + 1$ ✓
- **Cohérence** : les deux méthodes concordent ✓
- **Conséquence amusante** : tout nombre impair est une différence de deux carrés ✓
- **Contrôle pour 21** : $21 = 2n + 1$ donne $n = 10$, et $11^2 - 10^2 = 121 - 100 = 21$ ✓

Réponse. $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$, qui est impair et vaut bien $n + (n + 1)$.

Correction de l'exercice 11 - Aire d'un carré agrandi

- **Aire initiale** : x^2 cm² ✓
- **Nouveau côté** : $x + 3$ cm ✓
- **Nouvelle aire** : $(x + 3)^2$ ✓
- **Développement** :

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

— **Augmentation d'aire** : la différence ✓

— **Calcul** : $x^2 + 6x + 9 - x^2$ ✓

— **Résultat** :

$$6x + 9 \text{ cm}^2$$

— **Pour** $x = 10$: aire initiale 100 cm^2 ✓

— **Nouvelle aire** : $13^2 = 169 \text{ cm}^2$ ✓

— **Augmentation** : 69 cm^2 ✓

— **Contrôle par la formule** : $6 \times 10 + 9 = 69$ ✓

— **Cohérence** : les deux calculs concordent ✓

— **Interprétation géométrique** : l'augmentation se décompose en **deux rectangles** et **un carré** ✓

— **Les deux rectangles** : $3 \times x$ chacun, soit $6x$ au total ✓

— **Le petit carré** : $3 \times 3 = 9$ ✓

— **Contrôle pour** $x = 10$: $30 + 30 + 9 = 69$ ✓

— **Augmentation en pourcentage** : $\frac{69}{100} = 69\%$ ✓

— **Piège d'intuition** : augmenter le côté de 30% augmente l'aire de 69% , non de 30% ✓

— **Vérification** : $1,3^2 = 1,69$ ✓

Réponse. Nouvelle aire $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$, augmentation $6x + 9$ — soit 69 cm^2 pour $x = 10$.

Correction de l'exercice 12 - Corriger des erreurs

a) **Erreur** : le **double produit** a été oublié ✓

— **Développement correct** : $x^2 + 2 \times x \times 5 + 25$ ✓

— **Résultat** :

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

— **Contrôle en** $x = 1$: $6^2 = 36$ ✓

— **Vérification de la version fausse** : $1 + 25 = 26 \neq 36$ ✓

— **Vérification de la version correcte** : $1 + 10 + 25 = 36$ ✓

b) **Erreur** : le carré de $2x$ vaut $4x^2$, non $2x^2$ ✓

— **Développement correct** : $(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 9$ ✓

— **Résultat** :

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

— **Contrôle en** $x = 1$: $(-1)^2 = 1$ ✓

— **Vérification de la version fausse** : $2 - 12 + 9 = -1 \neq 1$ ✓

— **Vérification correcte** : $4 - 12 + 9 = 1$ ✓

— **Cause de l'erreur** : oublier que le carré porte sur **tout** le terme ✓

c) **Erreur** : le signe du résultat ✓

— **Identité** : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, avec un **moins** ✓

— **Résultat** :

$$(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$$

- **Contrôle en** $x = 5$: $1 \times 9 = 9$ ✓
- **Vérification de la version fausse** : $25 + 16 = 41 \neq 9$ ✓
- **Vérification correcte** : $25 - 16 = 9$ ✓
- **Moyen mnémotechnique** : un produit conjugué donne toujours une **différence** ✓
- **Contrôle général** : tester une valeur numérique détecte **toutes** ces erreurs ✓

Réponse. a) $x^2 + 10x + 25$ · b) $4x^2 - 12x + 9$ · c) $x^2 - 16$.

Correction de l'exercice 13 - Une expression à factoriser complètement

- **Première expression** : chercher d'abord un **facteur commun** ✓
- **Facteur commun** : 2 ✓
- **Mise en facteur** : $2(x^2 - 16)$ ✓
- **Suite** : $x^2 - 16$ est une différence de carrés ✓
- **Factorisation** : $(x - 4)(x + 4)$ ✓
- **Résultat complet** :

$$2x^2 - 32 = 2(x - 4)(x + 4)$$

- **Contrôle en** $x = 5$: $50 - 32 = 18$ ✓
- **Vérification** : $2 \times 1 \times 9 = 18$ ✓
- **Seconde expression** : facteur commun 3 ✓
- **Mise en facteur** : $3(x^2 + 4x + 4)$ ✓
- **Suite** : $4 = 2^2$ et $4x = 2 \times x \times 2$ ✓
- **Reconnaissance** : c'est $(x + 2)^2$ ✓
- **Résultat complet** :

$$3x^2 + 12x + 12 = 3(x + 2)^2$$

- **Contrôle en** $x = 1$: $3 + 12 + 12 = 27$ ✓
- **Vérification** : $3 \times 9 = 27$ ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: 12 ✓
- **Vérification** : $3 \times 4 = 12$ ✓
- **Règle d'ordre** : toujours chercher le facteur commun **avant** l'identité ✓
- **Conséquence si on l'oublie** : $2x^2 - 32$ n'est pas directement une différence de carrés, $2x^2$ n'étant pas un carré parfait ✓

Réponse. $2(x - 4)(x + 4) \cdot 3(x + 2)^2$.

Correction de l'exercice 14 - Identité et nombres

- **Méthode** : factoriser la différence de carrés ✓
- **Identité** : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ✓
- **Premier calcul** : $a = 37$ et $b = 27$ ✓
- **Différence** : $37 - 27 = 10$ ✓
- **Somme** : $37 + 27 = 64$ ✓
- **Produit** :

$$37^2 - 27^2 = 10 \times 64 = 640$$

- **Contrôle direct** : $1369 - 729 = 640$ ✓
- **Second calcul** : $a = 2026$ et $b = 2024$ ✓
- **Différence** : 2 ✓

— **Somme** : 4050 ✓

— **Produit** :

$$2026^2 - 2024^2 = 2 \times 4050 = 8100$$

— **Contrôle d'ordre de grandeur** : $2026^2 \approx 4,1$ millions ✓

— **Écart relatif** : 8100 sur 4 millions, soit 0,2 % ✓

— **Cohérence** : les deux nombres sont très proches ✓

— **Avantage de la méthode** : elle évite deux multiplications à quatre chiffres ✓

— **Remarque** : $8100 = 90^2$ ✓

— **Généralisation** : $(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$ ✓

— **Contrôle** : avec $n = 2025$, on obtient $4 \times 2025 = 8100$ ✓

Réponse. $37^2 - 27^2 = 10 \times 64 = 640$ et $2026^2 - 2024^2 = 2 \times 4050 = 8100$.

Correction de l'exercice 15 - Deux expressions égales ?

— **Méthode** : développer A et comparer ✓

— **Premier carré** : $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ ✓

— **Second carré** : $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ ✓

— **Soustraction** : $x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 2x + 1)$ ✓

— **Suppression de la parenthèse** : $x^2 + 6x + 9 - x^2 - 2x - 1$ ✓

— **Réduction des x^2** : ils s'annulent ✓

— **Réduction des x** : $6x - 2x = 4x$ ✓

— **Réduction des constantes** : $9 - 1 = 8$ ✓

— **Résultat** :

$$A = 4x + 8$$

— **Conclusion** : $A = B$ pour **tout** x ✓

— **Contrôle en $x = 0$** : $9 - 1 = 8$ et $B = 8$ ✓

— **Contrôle en $x = 2$** : $25 - 9 = 16$ et $B = 16$ ✓

— **Contrôle en $x = -1$** : $4 - 0 = 4$ et $B = 4$ ✓

— **Méthode alternative** : factoriser A comme différence de carrés ✓

— **Facteurs** : $[(x+3) - (x+1)][(x+3) + (x+1)]$ ✓

— **Simplification** : $2 \times (2x + 4) = 4x + 8$ ✓

— **Cohérence** : les deux méthodes concordent ✓

— **Point de méthode important** : deux ou trois valeurs numériques ne **démontrent** pas l'égalité ✓

— **Seule preuve valable** : le développement littéral ✓

Réponse. Oui : A se développe en $4x + 8$, donc $A = B$ pour tout x .

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un programme de calcul

a) **Départ à 3** ✓

— **Ajouter 4** : 7 ✓

— **Élever au carré** : 49 ✓

— **Soustraire le carré de 3** : $49 - 9 = 40$ ✓

— **Soustraire 16** :

- **Départ à 10** ✓
- **Ajouter 4** : 14 ✓
- **Élever au carré** : 196 ✓
- **Soustraire 100** : 96 ✓
- **Soustraire 16** :

80

b) **Traduction littérale** : $(x + 4)^2 - x^2 - 16$ ✓

- **Développement du carré** : $x^2 + 8x + 16$ ✓
- **Expression complète** : $x^2 + 8x + 16 - x^2 - 16$ ✓
- **Réduction des x^2** : ils s'annulent ✓
- **Réduction des constantes** : $16 - 16 = 0$ ✓
- **Résultat** :

8x

- **Contrôle avec $x = 3$** : $8 \times 3 = 24$ ✓
- **Contrôle avec $x = 10$** : $8 \times 10 = 80$ ✓
- **Cohérence** : les valeurs de la question a) sont retrouvées ✓

c) **Observation** : le résultat est toujours 8x ✓

- **Conclusion** : le programme **multiplie par 8** le nombre de départ ✓
- **Conséquence** : le résultat est toujours un **multiple de 8** ✓
- **Contrôle avec $x = 5$** : $81 - 25 - 16 = 40 = 8 \times 5$ ✓
- **Contrôle avec $x = 0$** : $16 - 0 - 16 = 0$ ✓
- **Contrôle avec un négatif**, $x = -2$: $4 - 4 - 16 = -16 = 8 \times (-2)$ ✓
- **Remarque** : le programme fonctionne aussi pour les décimaux ✓
- **Contrôle avec $x = 0,5$** : $20,25 - 0,25 - 16 = 4 = 8 \times 0,5$ ✓

d) **Équation à résoudre** : $8x = 96$ ✓

- **Résolution** : $x = \frac{96}{8}$ ✓

— **Solution** : $x = 12$

- **Vérification par le programme** : $12 + 4 = 16$ ✓
- **Carré** : 256 ✓
- **Moins le carré de 12** : $256 - 144 = 112$ ✓
- **Moins 16** : 96 ✓
- **Cohérence** : le programme donne bien 96 ✓
- **Unicité** : l'équation $8x = 96$ est du premier degré, la solution est **unique** ✓
- **Pour obtenir 0** : il faudrait partir de 0 ✓
- **Pour obtenir -40** : il faudrait partir de -5 ✓
- **Contrôle** : $(-5 + 4)^2 - 25 - 16 = 1 - 25 - 16 = -40$ ✓

Réponse. a) 24 et 80 · b) 8x · c) le programme multiplie par 8 · d) $x = 12$.