

Plaquette 2 - Équations du premier degré : technique et vérification

Équations et inéquations — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les deux règles autorisées.

Opération	Condition
ajouter ou retrancher un nombre aux deux membres	aucune
multiplier ou diviser les deux membres par un nombre	ce nombre doit être non nul

La marche à suivre.

- Supprimer les parenthèses en développant.
- Supprimer les dénominateurs en multipliant tout par un dénominateur commun.
- Regrouper les termes en x d'un côté, les nombres de l'autre.
- Réduire, puis diviser par le coefficient de x .

Produit en croix. Pour $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Trois issues possibles.

Forme finale	Conclusion
$x = k$	une solution unique
$0 = 5$ (faux)	aucune solution
$0 = 0$ (toujours vrai)	tout nombre est solution

La vérification. On remplace x par la valeur trouvée dans l'équation **de départ**, et on calcule chaque membre séparément. Les deux doivent donner le même nombre.

Erreurs les plus fréquentes. Oublier de distribuer le signe moins devant une parenthèse ; ne multiplier qu'un seul terme lors de la suppression des dénominateurs ; diviser par le coefficient de x en oubliant son signe.

Correction de l'exercice 1 - Équations élémentaires

a) **On retranche 7** : $4x = 24$ ✓

— **On divise par 4** :

$$x = 6$$

— **Vérification** : $4 \times 6 + 7 = 31$ ✓

b) **On retranche 9** : $-2x = -8$ ✓

— **On divise par -2** :

$$x = 4$$

— **Attention au signe** : $-8 \div (-2) = 4$, positif ✓

— **Vérification** : $9 - 8 = 1$ ✓

c) **On ajoute 2** : $\frac{x}{3} = 7 \checkmark$

— **On multiplie par 3** :

$$x = 21$$

— **Vérification** : $\frac{21}{3} - 2 = 7 - 2 = 5 \checkmark$

— **Remarque** : diviser par $\frac{1}{3}$ revient à multiplier par 3 $\checkmark$

Réponse. a) $x = 6$ · b) $x = 4$ · c) $x = 21$.

Correction de l'exercice 2 - Inconnue dans les deux membres

a) **On retranche 2x** : $3x - 3 = 12 \checkmark$

— **On ajoute 3** : $3x = 15 \checkmark$

— **Solution** :

$$x = 5$$

— **Vérification à gauche** : $25 - 3 = 22 \checkmark$

— **Vérification à droite** : $10 + 12 = 22 \checkmark$

b) **On ajoute 4x** : $7 = 6x - 11 \checkmark$

— **On ajoute 11** : $18 = 6x \checkmark$

— **Solution** :

$$x = 3$$

— **Vérification à gauche** : $7 - 12 = -5 \checkmark$

— **Vérification à droite** : $6 - 11 = -5 \checkmark$

c) **On retranche 6x** : $1 = -4 \checkmark$

— **Constat** : l'égalité obtenue est **fausse** $\checkmark$

— **Conclusion** : l'équation n'a **aucune** solution $\checkmark$

— **Explication** : les deux membres diffèrent toujours de 5 $\checkmark$

— **Contrôle pour** $x = 0$: 1 et -4 $\checkmark$

— **Contrôle pour** $x = 100$: 601 et 596 $\checkmark$

— **Écart constant** : 5 dans les deux cas $\checkmark$

Réponse. a) $x = 5$ · b) $x = 3$ · c) aucune solution.

Correction de l'exercice 3 - Équations avec parenthèses

a) **Développement à gauche** : $3x + 12 \checkmark$

— **Développement à droite** : $2x - 2 + 20 = 2x + 18 \checkmark$

— **Équation** : $3x + 12 = 2x + 18 \checkmark$

— **On retranche 2x** : $x + 12 = 18 \checkmark$

— **Solution** :

$$x = 6$$

— **Vérification à gauche** : $3 \times 10 = 30 \checkmark$

— **Vérification à droite** : $2 \times 5 + 20 = 30 \checkmark$

b) **Premier développement** : $10x - 15 \checkmark$

— **Second développement** : $-4x - 8 \checkmark$

— **Attention** : le signe moins se distribue sur les **deux** termes $\checkmark$

- **Réduction** : $6x - 23 = 1$ ✓
- **On ajoute 23** : $6x = 24$ ✓
- **Solution** :

$$x = 4$$

- **Vérification** : $5 \times 5 = 25$ et $4 \times 6 = 24$ ✓
- **Différence** : $25 - 24 = 1$ ✓

Réponse. a) $x = 6$ · b) $x = 4$.

Correction de l'exercice 4 - Produit en croix

- **Dénominateurs non nuls** : $3 \neq 0$ et $2 \neq 0$ ✓
- **Produit en croix** : $2(2x + 1) = 3(x - 4)$ ✓
- **Développement à gauche** : $4x + 2$ ✓
- **Développement à droite** : $3x - 12$ ✓
- **Équation** : $4x + 2 = 3x - 12$ ✓
- **On retranche $3x$** : $x + 2 = -12$ ✓
- **Solution** :

$$x = -14$$

- **Vérification du numérateur de gauche** : $2 \times (-14) + 1 = -27$ ✓
- **Premier membre** : $\frac{-27}{3} = -9$ ✓
- **Numérateur de droite** : $-14 - 4 = -18$ ✓
- **Second membre** : $\frac{-18}{2} = -9$ ✓
- **Égalité vérifiée** ✓
- **Méthode alternative** : multiplier tout par 6 ✓
- **Équation obtenue** : $2(2x + 1) = 3(x - 4)$ ✓
- **Concordance** : c'est la même équation ✓

Réponse. $x = -14$.

Correction de l'exercice 5 - Somme de fractions

- **Dénominateur commun** : 12 ✓
- **Première fraction** : $\frac{x}{4} = \frac{3x}{12}$ ✓
- **Seconde fraction** : $\frac{x}{6} = \frac{2x}{12}$ ✓
- **Somme** : $\frac{5x}{12}$ ✓
- **Équation** : $\frac{5x}{12} = 5$ ✓
- **On multiplie par 12** : $5x = 60$ ✓
- **Solution** :

$$x = 12$$

- **Vérification** : $\frac{12}{4} = 3$ ✓
- **Seconde part** : $\frac{12}{6} = 2$ ✓
- **Somme** : $3 + 2 = 5$ ✓
- **Méthode directe** : multiplier l'équation entière par 12 dès le départ ✓
- **Résultat** : $3x + 2x = 60$ ✓

- **Piège à éviter** : ne multiplier qu'un seul terme du membre de gauche ✓
- **Contrôle du piège** : cela donnerait $3x + \frac{x}{6} = 60$, équation différente ✓

Réponse. $x = 12$.

Correction de l'exercice 6 - Coefficients décimaux

- **On retranche** $0,5x$: $x - 2,4 = 3,6$ ✓
- **On ajoute** $2,4$: $x = 6$ ✓
- **Solution** :
$$x = 6$$
- **Vérification à gauche** : $1,5 \times 6 = 9$ ✓
- **Suite** : $9 - 2,4 = 6,6$ ✓
- **Vérification à droite** : $0,5 \times 6 = 3$ ✓
- **Suite** : $3 + 3,6 = 6,6$ ✓
- **Égalité vérifiée** ✓
- **Méthode alternative** : multiplier tout par 10 ✓
- **Équation obtenue** : $15x - 24 = 5x + 36$ ✓
- **Résolution** : $10x = 60$ ✓
- **Solution** : $x = 6$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Conseil** : passer aux entiers évite les erreurs de virgule ✓

Réponse. $x = 6$.

Correction de l'exercice 7 - Aucune solution ou une infinité

- a) **Développement** : $6x - 2 = 6x + 5$ ✓
- **On retranche** $6x$: $-2 = 5$ ✓
 - **Constat** : égalité fausse ✓
 - **Conclusion** : aucune solution ✓
 - **Interprétation** : les deux expressions ont le même coefficient de x mais pas la même constante ✓
 - **Contrôle pour** $x = 1$: 4 et 11 ✓
 - **Contrôle pour** $x = 10$: 58 et 65 ✓
 - **Écart constant** : 7 ✓
- b) **Développement** : $3x + 6 - x$ ✓
- **Réduction** : $2x + 6$ ✓
 - **Équation** : $2x + 6 = 2x + 6$ ✓
 - **On retranche** $2x$: $6 = 6$ ✓
 - **Constat** : égalité toujours vraie ✓
 - **Conclusion** : tout nombre est solution ✓
 - **Contrôle pour** $x = 0$: 6 et 6 ✓
 - **Contrôle pour** $x = -5$: $-9 + 6 = -3$ et $-10 + 6 = -4$ ✓
 - **Vocabulaire** : les deux membres sont des expressions **égales**, pas seulement pour quelques valeurs ✓

Réponse. a) aucune solution · b) tout nombre est solution.

Correction de l'exercice 8 - Équation avec une lettre

a) **Équation** : $5x - 3 = 3x + 7$ ✓

— **On retranche** $3x$: $2x - 3 = 7$ ✓

— **On ajoute** 3 : $2x = 10$ ✓

— **Solution** :

$$x = 5$$

— **Vérification** : $25 - 3 = 22$ et $15 + 7 = 22$ ✓

b) **On retranche** $3x$: $2x - a = 7$ ✓

— **On ajoute** a : $2x = a + 7$ ✓

— **Expression** :

$$x = \frac{a+7}{2}$$

— **Contrôle avec** $a = 3$: $\frac{10}{2} = 5$ ✓

— **Concordance avec a)** ✓

c) **Équation** : $\frac{a+7}{2} = 10$ ✓

— **On multiplie par** 2 : $a + 7 = 20$ ✓

— **Solution** :

$$a = 13$$

— **Vérification** : l'équation devient $5x - 13 = 3x + 7$ ✓

— **Résolution** : $2x = 20$, donc $x = 10$ ✓

— **Vérification finale** : $50 - 13 = 37$ et $30 + 7 = 37$ ✓

— **Remarque** : chaque valeur de a donne une solution différente ✓

Réponse. a) $x = 5$ · b) $x = \frac{a+7}{2}$ · c) $a = 13$.

Correction de l'exercice 9 - Isoler une lettre dans une formule

a) **On divise par** 2 : $\frac{P}{2} = L + \ell$ ✓

— **On retranche** L :

$$\ell = \frac{P}{2} - L$$

— **Forme équivalente** : $\ell = \frac{P-2L}{2}$ ✓

— **Contrôle de l'équivalence** : $\frac{P-2L}{2} = \frac{P}{2} - L$ ✓

b) **Demi-périmètre** : $\frac{34}{2} = 17$ cm ✓

— **Largeur** : $17 - 11$ ✓

— **Résultat** :

$$\ell = 6 \text{ cm}$$

— **Vérification du périmètre** : $2(11 + 6) = 34$ cm ✓

— **Aire du rectangle** : $11 \times 6 = 66 \text{ cm}^2$ ✓

— **Contrôle avec la seconde forme** : $\frac{34-22}{2} = 6$ ✓

— **Concordance** ✓

- **Cas limite** : si $L = 17$, alors $\ell = 0$ ✓
- **Interprétation** : le rectangle est aplati, il n'existe plus ✓
- **Contrainte** : il faut $0 < L < \frac{P}{2}$ ✓

Réponse. a) $\ell = \frac{P}{2} - L$ · b) $\ell = 6$ cm.

Correction de l'exercice 10 - Deux fractions égales

- **Produit en croix** : $6(x + 3) = 4(2x - 1)$ ✓
 - **Développement à gauche** : $6x + 18$ ✓
 - **Développement à droite** : $8x - 4$ ✓
 - **Équation** : $6x + 18 = 8x - 4$ ✓
 - **On retranche** $6x : 18 = 2x - 4$ ✓
 - **On ajoute** $4 : 22 = 2x$ ✓
 - **Solution** :
- $$x = 11$$
- **Vérification du premier membre** : $\frac{11 + 3}{4} = \frac{14}{4}$ ✓
 - **Valeur décimale** : $3,5$ ✓
 - **Vérification du second membre** : $\frac{22 - 1}{6} = \frac{21}{6}$ ✓
 - **Valeur décimale** : $3,5$ ✓
 - **Égalité vérifiée** ✓
 - **Simplification possible** : diviser les deux membres de $6(x + 3) = 4(2x - 1)$ par 2 ✓
 - **Équation allégée** : $3(x + 3) = 2(2x - 1)$ ✓
 - **Résolution** : $3x + 9 = 4x - 2$, donc $x = 11$ ✓
 - **Concordance** ✓

Réponse. $x = 11$.

Correction de l'exercice 11 - Tester une valeur

- a) **Premier membre** : $4 \times (-2) - 3$ ✓
- **Calcul** : $-8 - 3 = -11$ ✓
- **Second membre** : $2(-2 - 1) - 5$ ✓
- **Parenthèse** : -3 ✓
- **Calcul** : $-6 - 5 = -11$ ✓
- **Comparaison** : les deux valent -11 ✓
- **Conclusion** : $x = -2$ **est** solution ✓
- b) **Premier membre** : $5 \times 3 - 2 = 13$ ✓
- **Second membre** : $2 \times 3 + 8 = 14$ ✓
- **Comparaison** : $13 \neq 14$ ✓
- **Conclusion** : $x = 3$ n'est **pas** solution ✓
- **Recherche de la vraie solution** : $5x - 2 = 2x + 8$ ✓
- **On retranche** $2x : 3x - 2 = 8$ ✓
- **On ajoute** $2 : 3x = 10$ ✓
- **Solution** :

$$x = \frac{10}{3}$$

- **Valeur approchée** : $\approx 3,33$ ✓
- **Cohérence** : la solution est proche de 3, mais différente ✓
- **Vérification** : $\frac{50}{3} - 2 = \frac{44}{3}$ et $\frac{20}{3} + 8 = \frac{44}{3}$ ✓

Réponse. a) oui · b) non, la solution est $x = \frac{10}{3}$.

Correction de l'exercice 12 - Signes et parenthèses

- **Premier développement** : $2x - 10$ ✓
- **Second développement** : $-3 \times 2x = -6x$ ✓
- **Et** : $-3 \times (-1) = +3$ ✓
- **Attention** : le signe moins change les **deux** termes ✓
- **Membre de gauche** : $2x - 10 - 6x + 3$ ✓
- **Réduction** : $-4x - 7$ ✓
- **Équation** : $-4x - 7 = 4x - 11$ ✓
- **On ajoute** $4x$: $-7 = 8x - 11$ ✓
- **On ajoute** 11 : $4 = 8x$ ✓
- **Solution** :

$$x = 0,5$$

- **Vérification à gauche** : $2(0,5 - 5) = -9$ ✓
- **Suite** : $3(2 \times 0,5 - 1) = 0$ ✓
- **Total** : $-9 - 0 = -9$ ✓
- **Vérification à droite** : $2 - 11 = -9$ ✓
- **Égalité vérifiée** ✓
- **Erreur classique** : écrire $-3(2x - 1) = -6x - 3$ ✓
- **Conséquence** : on obtiendrait $-4x - 13 = 4x - 11$, donc $x = -0,25$, faux ✓

Réponse. $x = 0,5$.

Correction de l'exercice 13 - Le triangle isocèle

- **Périmètre** : base plus deux côtés égaux ✓
- **Expression** : $x + 2(x + 4)$ ✓
- **Développement** : $x + 2x + 8$ ✓
- **Réduction** : $3x + 8$ ✓
- **Équation** : $3x + 8 = 41$ ✓
- **On retranche** 8 : $3x = 33$ ✓
- **Solution** :

$$x = 11 \text{ cm}$$

- **Côtés égaux** : $11 + 4 = 15 \text{ cm}$ ✓
- **Vérification du périmètre** : $11 + 15 + 15 = 41 \text{ cm}$ ✓
- **Inégalité triangulaire** : $15 < 11 + 15$ ✓
- **Conclusion** : le triangle existe bien ✓
- **Dimensions** : base 11 cm , côtés 15 cm ✓
- **Hauteur relative à la base** : $\sqrt{15^2 - 5,5^2}$ ✓
- **Calcul** : $225 - 30,25 = 194,75$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 13,96 \text{ cm}$ ✓

— **Aire** : $\frac{11 \times 13,96}{2} \approx 76,8 \text{ cm}^2 \checkmark$

Réponse. Base 11 cm, côtés égaux 15 cm.

Correction de l'exercice 14 - L'âge du père

- **Inconnue** : x , le nombre d'années à attendre $\checkmark$
- **Âge du père dans x ans** : $38 + x \checkmark$
- **Âge du fils dans x ans** : $8 + x \checkmark$
- **Condition** : $38 + x = 3(8 + x) \checkmark$
- **Développement** : $38 + x = 24 + 3x \checkmark$
- **On retranche x** : $38 = 24 + 2x \checkmark$
- **On retranche 24** : $14 = 2x \checkmark$
- **Solution** :

$$x = 7 \text{ ans}$$

- **Âge du père** : $38 + 7 = 45 \text{ ans} \checkmark$
- **Âge du fils** : $8 + 7 = 15 \text{ ans} \checkmark$
- **Vérification** : $3 \times 15 = 45 \checkmark$
- **Condition remplie** $\checkmark$
- **Question voisine** : quand sera-t-il le double ? $\checkmark$
- **Équation** : $38 + x = 2(8 + x) \checkmark$
- **Résolution** : $38 + x = 16 + 2x$, donc $x = 22 \checkmark$
- **Contrôle** : 60 ans et 30 ans $\checkmark$
- **Remarque** : l'écart de 30 ans reste constant $\checkmark$

Réponse. Dans 7 ans : le père aura 45 ans et le fils 15 ans.

Correction de l'exercice 15 - Comparer deux tarifs

- **Inconnue** : x , la distance en kilomètres $\checkmark$
- **Prix du taxi A** : $4 + 1,8x \checkmark$
- **Prix du taxi B** : $9 + 1,3x \checkmark$
- **Égalité des prix** : $4 + 1,8x = 9 + 1,3x \checkmark$
- **On retranche $1,3x$** : $4 + 0,5x = 9 \checkmark$
- **On retranche 4** : $0,5x = 5 \checkmark$
- **Solution** :

$$x = 10 \text{ km}$$

- **Prix commun** : $4 + 18 = 22 \text{ €} \checkmark$
- **Contrôle avec B** : $9 + 13 = 22 \text{ €} \checkmark$
- **Égalité vérifiée** $\checkmark$
- **Différence de prix** : $(4 + 1,8x) - (9 + 1,3x) \checkmark$
- **Réduction** : $0,5x - 5 \checkmark$
- **Signe** : positif dès que $x > 10 \checkmark$
- **Conclusion** : au-delà de 10 km, le taxi **B** est moins cher $\checkmark$
- **Contrôle à 20 km** : A donne 40 € $\checkmark$
- **Et B** : $9 + 26 = 35 \text{ €} \checkmark$
- **Économie** : 5 € $\checkmark$
- **Contrôle à 5 km** : A donne 13 €, B donne 15,50 € $\checkmark$

— **Conclusion inverse** : sous 10 km, le taxi A est préférable ✓

Réponse. À partir de 10 km (prix commun 22 €), le taxi B devient plus intéressant.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : quatre équations

a) **On multiplie par 5** : $3x - 2 = 10$ ✓

— **On ajoute 2** : $3x = 12$ ✓

— **Solution** :

$$x = 4$$

— **Vérification** : $\frac{12-2}{5} = 2$ ✓

b) **Suppression de la parenthèse** : $4 - x - 3$ ✓

— **Réduction** : $1 - x = 2x - 5$ ✓

— **On ajoute x** : $1 = 3x - 5$ ✓

— **On ajoute 5** : $6 = 3x$ ✓

— **Solution** :

$$x = 2$$

— **Vérification à gauche** : $4 - 5 = -1$ ✓

— **Vérification à droite** : $4 - 5 = -1$ ✓

c) **Dénominateur commun** : 6 ✓

— **On multiplie tout par 6** : $3x - 2(x - 1) = 6$ ✓

— **Développement** : $3x - 2x + 2 = 6$ ✓

— **Réduction** : $x + 2 = 6$ ✓

— **Solution** :

$$x = 4$$

— **Vérification** : $\frac{4}{2} = 2$ ✓

— **Seconde fraction** : $\frac{3}{3} = 1$ ✓

— **Différence** : $2 - 1 = 1$ ✓

d) **On retranche** $0,25x$: $1,5 = 0,5x - 2$ ✓

— **On ajoute 2** : $3,5 = 0,5x$ ✓

— **Solution** :

$$x = 7$$

— **Vérification à gauche** : $1,75 + 1,5 = 3,25$ ✓

— **Vérification à droite** : $5,25 - 2 = 3,25$ ✓

— **Égalité vérifiée** ✓

— **Méthode alternative** : multiplier tout par 4 ✓

— **Équation obtenue** : $x + 6 = 3x - 8$ ✓

— **Résolution** : $14 = 2x$, donc $x = 7$ ✓

Réponse. a) $x = 4$ · b) $x = 2$ · c) $x = 4$ · d) $x = 7$.