

Plaquette 4 – Inéquations : résoudre, représenter, interpréter

Équations et inéquations — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les opérations autorisées.

Opération	Effet sur le sens
ajouter ou retrancher un nombre	aucun
multiplier ou diviser par un nombre positif	aucun
multiplier ou diviser par un nombre négatif	le sens change

Les quatre symboles.

Symbole	Lecture	Borne
$<$	strictement inférieur	exclue
$\leq$	inférieur ou égal	incluse
$>$	strictement supérieur	exclue
$\geq$	supérieur ou égal	incluse

Écrire l'ensemble des solutions.

Inégalité	Intervalle
$x < 4$	$] -\infty ; 4[$
$x \leq 4$	$] -\infty ; 4]$
$x > 4$	$] 4 ; +\infty[$
$x \geq 4$	$[4 ; +\infty[$
$-1 \leq x \leq 4$	$[-1 ; 4]$

Du côté de l'infini, le crochet est **toujours** ouvert.

Sur la droite graduée. On place la borne, on hachure la partie exclue et on trace un trait épais sur la partie solution. Un crochet tourné vers la zone solution signale une borne incluse.

Dans un problème. L'énoncé impose souvent en plus que l'inconnue soit un **entier**, une **longueur positive** ou un **effectif** : on le dit, puis on donne la plus petite ou la plus grande valeur admissible.

Correction de l'exercice 1 – Inéquations élémentaires

a) **On retranche 5** : $3x \leq 12$ ✓

— **On divise par 3**, positif : le sens ne change pas ✓

— **Solutions** :

$$x \leq 4$$

— **Intervalle** : $] -\infty ; 4]$ ✓

— **Contrôle avec** $x = 4$: $17 \leq 17$ ✓

- **Contrôle avec** $x = 0 : 5 \leq 17$ ✓
- b) **On retranche** 7 : $-2x > -6$ ✓
- **On divise par** -2 , négatif : le sens **change** ✓
- **Solutions :**

$$x < 3$$

- **Intervalle :** $] -\infty ; 3[$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 0 : 7 > 1$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 5 : -3 > 1$ est faux ✓
- **Cohérence :** 5 n'est pas solution ✓
- c) **On multiplie par** 5, positif ✓

- **Solutions :**

$$x \geq -10$$

- **Intervalle :** $[-10 ; +\infty[$ ✓
- **Contrôle avec** $x = -10 : -2 \geq -2$ ✓
- **Contrôle avec** $x = -20 : -4 \geq -2$ est faux ✓

Réponse. a) $x \leq 4$ · b) $x < 3$ · c) $x \geq -10$.

Correction de l'exercice 2 - Inconnue dans les deux membres

- a) **On retranche** $2x : 3x - 3 < 9$ ✓

- **On ajoute** 3 : $3x < 12$ ✓
- **On divise par** 3, positif ✓
- **Solutions :**

$$x < 4$$

- **Intervalle :** $] -\infty ; 4[$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 3 : 12 < 15$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 4 : 17 < 17$ est faux ✓
- **Cohérence :** la borne est bien exclue ✓

- b) **On retranche** $x : 4 - 4x \geq 16$ ✓

- **On retranche** 4 : $-4x \geq 12$ ✓
- **On divise par** -4 , négatif : le sens **change** ✓
- **Solutions :**

$$x \leq -3$$

- **Intervalle :** $] -\infty ; -3]$ ✓
- **Contrôle avec** $x = -3 : 4 + 9 = 13$ ✓
- **Autre membre :** $-3 + 16 = 13$ ✓
- **Égalité :** la borne est incluse ✓
- **Contrôle avec** $x = 0 : 4 \geq 16$ est faux ✓

Réponse. a) $x < 4$ · b) $x \leq -3$.

Correction de l'exercice 3 - Avec des parenthèses

- **Développement à gauche :** $2x - 2$ ✓
- **Développement à droite :** $3x + 6$ ✓
- **Inéquation :** $2x - 2 \leq 3x + 6$ ✓

- **On retranche** $2x$: $-2 \leq x + 6$ ✓
- **On retranche** 6 : $-8 \leq x$ ✓
- **Réécriture dans le sens habituel** :

$$x \geq -8$$
- **Intervalle** : $[-8; +\infty[$ ✓
- **Attention** : lire $-8 \leq x$ comme $x \leq -8$ est une erreur fréquente ✓
- **Contrôle avec** $x = -8$: $2 \times (-9) = -18$ ✓
- **Autre membre** : $3 \times (-6) = -18$ ✓
- **Égalité** : la borne est incluse ✓
- **Contrôle avec** $x = 0$: $-2 \leq 6$ ✓
- **Contrôle avec** $x = -10$: $-22 \leq -24$ est faux ✓
- **Cohérence** : -10 n'est pas solution ✓
- **Voie alternative** : retrancher $3x$ ✓
- **Inéquation obtenue** : $-x - 2 \leq 6$ ✓
- **Suite** : $-x \leq 8$, puis division par -1 ✓
- **Résultat** : $x \geq -8$, identique ✓

Réponse. $x \geq -8$, soit $[-8; +\infty[$.

Correction de l'exercice 4 - Avec des fractions

- **Dénominateur commun** : 6 ✓
- **On multiplie par** 6 , positif : le sens ne change pas ✓
- **Inéquation obtenue** : $2(x + 1) > 3(x - 2)$ ✓
- **Développement à gauche** : $2x + 2$ ✓
- **Développement à droite** : $3x - 6$ ✓
- **On retranche** $2x$: $2 > x - 6$ ✓
- **On ajoute** 6 : $8 > x$ ✓
- **Solutions** :

$$x < 8$$

- **Intervalle** : $] -\infty; 8[$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 8$: $\frac{9}{3} = 3$ et $\frac{6}{2} = 3$ ✓
- **Égalité** : la borne est bien exclue ✓
- **Contrôle avec** $x = 0$: $\frac{1}{3}$ et -1 ✓
- **Comparaison** : $\frac{1}{3} > -1$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 20$: 7 et 9 ✓
- **Comparaison** : $7 > 9$ est faux ✓
- **Cohérence** : 20 n'est pas solution ✓

Réponse. $x < 8$, soit $] -\infty; 8[$.

Correction de l'exercice 5 - Traduire en intervalle

- a) **Borne** : -4 , exclue ✓
- **Intervalle** :

$$]-4; +\infty[$$
- **Sur la droite** : trait épais à droite de -4 , crochet ouvert en -4 ✓

— **Rappel** : le crochet est toujours ouvert du côté de l'infini ✓

b) **Borne** : 7, incluse ✓

— **Intervalle** :

$$]-\infty; 7]$$

— **Sur la droite** : trait épais à gauche de 7, crochet fermé en 7 ✓

— **Test** : 7 est solution ✓

c) **Deux bornes** : -1 incluse et 5 exclue ✓

— **Intervalle** :

$$[-1; 5[$$

— **Sur la droite** : segment entre -1 et 5 ✓

— **Crochets** : fermé en -1, ouvert en 5 ✓

— **Entiers solutions** : -1, 0, 1, 2, 3, 4 ✓

— **Nombre d'entiers** : 6 ✓

— **Exclusion** : 5 n'en fait pas partie ✓

— **Amplitude de l'intervalle** : $5 - (-1) = 6$ ✓

Réponse. a) $]-4; +\infty[$ · b) $]-\infty; 7]$ · c) $[-1; 5[$.

Correction de l'exercice 6 - Double inégalité

— **Principe** : on travaille sur les **trois** membres à la fois ✓

— **On ajoute 1 partout** : $-2 \leq 2x \leq 8$ ✓

— **On divise tout par 2, positif** ✓

— **Solutions** :

$$-1 \leq x \leq 4$$

— **Intervalle** : $[-1; 4]$ ✓

— **Contrôle en** $x = -1$: $2 \times (-1) - 1 = -3$ ✓

— **Borne atteinte** : incluse ✓

— **Contrôle en** $x = 4$: $8 - 1 = 7$ ✓

— **Borne atteinte** : incluse ✓

— **Contrôle en** $x = 0$: -1, compris entre -3 et 7 ✓

— **Contrôle en** $x = 5$: 9, hors de l'intervalle ✓

— **Cohérence** ✓

— **Entiers solutions** : -1, 0, 1, 2, 3, 4 ✓

— **Nombre d'entiers** : 6 ✓

— **Méthode équivalente** : résoudre les deux inéquations séparément ✓

— **Première** : $2x - 1 \geq -3$ donne $x \geq -1$ ✓

— **Seconde** : $2x - 1 \leq 7$ donne $x \leq 4$ ✓

— **Intersection** : le même intervalle ✓

Réponse. $-1 \leq x \leq 4$, soit $[-1; 4]$.

Correction de l'exercice 7 - Combien d'entiers ?

— **Première inéquation** : $2x + 1 < 11$ ✓

— **On retranche 1** : $2x < 10$ ✓

— **On divise par 2** : $x < 5$ ✓

— **Seconde inéquation** : $x > -2$ ✓

— **Conditions réunies** :

$$-2 < x < 5$$

— **Intervalle** : $] -2 ; 5[$ ✓

— **Bornes** : toutes deux exclues ✓

— **Entiers concernés** : $-1, 0, 1, 2, 3, 4$ ✓

— **Nombre d'entiers** :

6

— **Exclusion de -2** : la condition est stricte ✓

— **Exclusion de 5** : $2 \times 5 + 1 = 11$, or il faut < 11 ✓

— **Contrôle avec $x = 4$** : $9 < 11$ ✓

— **Et** : $4 > -2$ ✓

— **Contrôle avec $x = -1$** : $-1 < 11$ ✓

— **Et** : $-1 > -2$ ✓

— **Remarque** : sans la condition « entier », il y aurait une infinité de solutions ✓

— **Exemple** : 3,5 convient aussi ✓

Réponse. $-2 < x < 5$: les entiers $-1, 0, 1, 2, 3$ et 4 , soit 6 valeurs.

Correction de l'exercice 8 - Le piège du signe

— **Étape correcte** : on retranche 2 ✓

— **Inéquation** : $-5x \geq 15$ ✓

— **Étape suivante** : diviser par -5 ✓

— **Point critique** : -5 est **négatif** ✓

— **Conséquence** : le sens de l'inégalité **change** ✓

— **Solutions** :

$$x \leq -3$$

— **Erreur de l'élève** : il a gardé le sens ✓

— **Contrôle de sa réponse avec $x = 0$** : $2 \geq 17$ est faux ✓

— **Or $0 \geq -3$** : sa réponse inclut donc une valeur non solution ✓

— **Contrôle de la bonne réponse avec $x = -3$** : $15 + 2 = 17$ ✓

— **Égalité atteinte** : la borne est incluse ✓

— **Contrôle avec $x = -10$** : $50 + 2 = 52 \geq 17$ ✓

— **Cohérence** ✓

— **Moyen de contrôle systématique** : tester une valeur après la résolution ✓

— **Voie qui évite le piège** : ajouter $5x$ des deux côtés ✓

— **Inéquation obtenue** : $2 \geq 5x + 17$ ✓

— **Suite** : $-15 \geq 5x$, puis division par 5, positif ✓

— **Résultat** : $-3 \geq x$, soit $x \leq -3$ ✓

— **Concordance** ✓

Réponse. $x \leq -3$: diviser par -5 retourne l'inégalité.

Correction de l'exercice 9 - Aucune solution ou toutes

a) **On retranche $3x$** : $2 > 5$ ✓

— **Constat** : l'inégalité obtenue est fausse ✓

- **Conclusion** : aucune solution ✓
- **Explication** : les deux membres diffèrent toujours de 3 ✓
- **Contrôle avec** $x = 0$: $2 > 5$ est faux ✓
- **Contrôle avec** $x = 100$: $302 > 305$ est faux ✓

b) **Développement** : $2x + 2 \leq 2x + 5$ ✓

- **On retranche** $2x$: $2 \leq 5$ ✓
- **Constat** : l'inégalité obtenue est toujours vraie ✓
- **Conclusion** : tout nombre est solution ✓
- **Intervalle** : $] -\infty ; +\infty[$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 0$: $2 \leq 5$ ✓
- **Contrôle avec** $x = -50$: $-98 \leq -95$ ✓
- **Contrôle avec** $x = 1000$: $2002 \leq 2005$ ✓
- **Point commun aux deux cas** : le terme en x disparaît ✓
- **Ce qui décide** : la comparaison des deux constantes ✓

Réponse. a) aucune solution · b) tout nombre est solution.

Correction de l'exercice 10 - La note minimale

- **Somme des quatre notes** : $12 + 9 + 14 + 11$ ✓
- **Total** : 46 ✓
- **Inconnue** : x , la cinquième note ✓
- **Moyenne sur cinq notes** : $\frac{46 + x}{5}$ ✓
- **Condition** : $\frac{46 + x}{5} \geq 12$ ✓
- **On multiplie par** 5, positif ✓
- **Inéquation** : $46 + x \geq 60$ ✓
- **Solutions** :

$$x \geq 14$$

- **Conclusion** : au moins 14 sur 20 ✓
- **Contrôle avec** 14 : total 60 ✓
- **Moyenne** : $\frac{60}{5} = 12$ ✓
- **Objectif tout juste atteint** ✓
- **Contrôle avec** 13 : total 59 ✓
- **Moyenne** : 11,8, insuffisant ✓
- **Contrôle avec** 20 : total 66 ✓
- **Moyenne** : 13,2 ✓
- **Contrainte supplémentaire** : la note est comprise entre 0 et 20 ✓
- **Intervalle final** : $[14; 20]$ ✓

Réponse. Au moins 14 : la moyenne vaut alors exactement 12.

Correction de l'exercice 11 - La carte de cinéma

- **Inconnue** : x , le nombre de séances ✓
- **Coût sans carte** : $10,5x$ ✓
- **Coût avec carte** : $18 + 6x$ ✓
- **Condition de rentabilité** : $18 + 6x \leq 10,5x$ ✓

- **On retranche** $6x : 18 \leq 4,5x$ ✓
 - **On divise par 4,5, positif** ✓
 - **Solutions :**

$$x \geq 4$$
 - **Conclusion :** dès 4 séances ✓
 - **Contrôle à 4 séances, sans carte :** 42 € ✓
 - **Avec carte :** $18 + 24 = 42$ € ✓
 - **Égalité :** la carte devient rentable exactement à ce seuil ✓
 - **Contrôle à 3 séances, sans carte :** 31,50 € ✓
 - **Avec carte :** $18 + 18 = 36$ € ✓
 - **Verdict :** la carte est plus chère ✓
 - **Contrôle à 10 séances, sans carte :** 105 € ✓
 - **Avec carte :** $18 + 60 = 78$ € ✓
 - **Économie :** 27 € ✓
 - **Remarque :** l'économie croît de 4,50 € par séance supplémentaire ✓
- Réponse.** À partir de 4 séances (coût commun 42 €).

Correction de l'exercice 12 - Le périmètre limité

- **Périmètre :** $2[(x + 3) + 4]$ ✓
- **Réduction du crochet :** $x + 7$ ✓
- **Périmètre :** $2x + 14$ ✓
- **Condition :** $2x + 14 \leq 30$ ✓
- **On retranche 14 :** $2x \leq 16$ ✓
- **Solutions :**

$$x \leq 8$$
- **Contrainte géométrique :** la longueur doit être positive ✓
- **Conséquence :** $x > -3$ ✓
- **Contrainte usuelle :** on prend $x > 0$ ✓
- **Intervalle final :** $]0; 8]$ ✓
- **Aire :** $4(x + 3)$ ✓
- **Forme développée :** $4x + 12$ ✓
- **Croissance :** l'aire augmente avec x ✓
- **Aire maximale :** atteinte en $x = 8$ ✓
- **Calcul :** $32 + 12$ ✓
- **Résultat :**

$$44 \text{ cm}^2$$
- **Contrôle des dimensions :** 11 cm sur 4 cm ✓
- **Périmètre :** $2 \times 15 = 30$ cm ✓
- **Limite atteinte** ✓

Réponse. $0 < x \leq 8$; l'aire maximale vaut 44 cm² (rectangle 11 × 4).

Correction de l'exercice 13 - Le budget de rentrée

- **Inconnue :** n , le nombre de cahiers ✓
- **Dépense totale :** $18 + 3,5n$ ✓

- **Condition** : $18 + 3,5n \leq 50$ ✓
- **On retranche 18** : $3,5n \leq 32$ ✓
- **On divise par 3,5** : $n \leq \frac{32}{3,5}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 9,14$ ✓
- **Contrainte** : n est un **entier** ✓
- **Conclusion** :

$$n = 9 \text{ cahiers}$$

- **Contrôle à 9 cahiers** : $9 \times 3,5 = 31,50$ € ✓
- **Total** : $18 + 31,50 = 49,50$ € ✓
- **Budget respecté** ✓
- **Reste** : 0,50 € ✓
- **Contrôle à 10 cahiers** : 35 € ✓
- **Total** : 53 € ✓
- **Dépassement** : 3 € ✓
- **Verdict** : impossible ✓
- **Erreur à éviter** : arrondir 9,14 à 9,1 et parler de « 9,1 cahiers » ✓
- **Règle** : un effectif s'arrondit toujours **vers le bas** dans ce sens ✓

Réponse. 9 cahiers, pour un total de 49,50 €.

Correction de l'exercice 14 - La livraison offerte

- **Inconnue** : n , le nombre d'articles ✓
- **Montant de la commande** : $7,2n$ ✓
- **Condition** : $7,2n \geq 60$ ✓
- **On divise par 7,2**, positif ✓
- **Quotient** : $\frac{60}{7,2}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 8,33$ ✓
- **Contrainte** : n est un entier ✓
- **Sens de l'arrondi** : ici il faut **dépasser** le seuil ✓
- **Conclusion** :

$$n = 9 \text{ articles}$$

- **Contrôle à 9 articles** : $9 \times 7,2 = 64,80$ € ✓
- **Seuil atteint** ✓
- **Contrôle à 8 articles** : $8 \times 7,2 = 57,60$ € ✓
- **Manque** : 2,40 € ✓
- **Verdict** : la livraison resterait payante ✓
- **Comparaison avec l'exercice précédent** : l'arrondi va dans l'autre sens ✓
- **Ce qui décide** : le sens de l'inégalité, pas la valeur décimale ✓
- **Dépense supplémentaire pour la gratuité** : 7,20 € ✓
- **À comparer** : au prix réel de la livraison ✓

Réponse. 9 articles, soit 64,80 € de commande.

Correction de l'exercice 15 - Deux conditions à la fois

- **Première inéquation** : $3x - 4 \leq 11$ ✓
- **On ajoute 4** : $3x \leq 15$ ✓

- **Solutions** : $x \leq 5$ ✓
- **Seconde inéquation** : $x + 6 > 1$ ✓
- **On retranche 6** : $x > -5$ ✓
- **Réunion des deux conditions** :

$$-5 < x \leq 5$$
- **Intervalle** : $] -5 ; 5]$ ✓
- **Borne gauche** : exclue ✓
- **Borne droite** : incluse ✓
- **Contrôle en** $x = 5$: $15 - 4 = 11$ ✓
- **Condition remplie** : l'égalité est autorisée ✓
- **Et** : $11 > 1$ ✓
- **Contrôle en** $x = -5$: $-5 + 6 = 1$ ✓
- **Condition non remplie** : il faut **strictement** plus que 1 ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $-4 \leq 11$ et $6 > 1$ ✓
- **Entiers solutions** : de -4 à 5 ✓
- **Nombre d'entiers** : 10 ✓
- **Amplitude de l'intervalle** : $5 - (-5) = 10$ ✓

Réponse. $-5 < x \leq 5$, soit $] -5 ; 5]$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : quatre inéquations

- a) **On retranche 7** : $-x \leq -5$ ✓
- **On multiplie par -1** : le sens **change** ✓
 - **Solutions** :

$$x \geq 5$$
 - **Intervalle** : $[5 ; +\infty[$ ✓
 - **Contrôle en** $x = 5$: $2 \leq 2$ ✓
- b) **On multiplie par 4, positif** : $2x - 3 > 4$ ✓
- **On ajoute 3** : $2x > 7$ ✓
 - **Solutions** :

$$x > 3,5$$
 - **Intervalle** : $]3,5 ; +\infty[$ ✓
 - **Contrôle en** $x = 3,5$: $\frac{4}{4} = 1$, or il faut > 1 ✓
 - **Borne exclue** ✓
- c) **Développement** : $-3x + 6 < 9$ ✓
- **On retranche 6** : $-3x < 3$ ✓
 - **On divise par -3** : le sens **change** ✓
 - **Solutions** :

$$x > -1$$
 - **Intervalle** : $] -1 ; +\infty[$ ✓
 - **Contrôle en** $x = 0$: $-3 \times (-2) = 6 < 9$ ✓
- d) **On retranche $8x$** : $-3x + 8 \geq -7$ ✓
- **On retranche 8** : $-3x \geq -15$ ✓
 - **On divise par -3** : le sens **change** ✓

— **Solutions :**

$$x \leq 5$$

- **Intervalle :** $]-\infty; 5]$ ✓
- **Contrôle en** $x = 5$: $33 \leq 33$ ✓
- **Égalité :** la borne est incluse ✓
- **Contrôle en** $x = 6$: $38 \geq 41$ est faux ✓
- **Bilan :** trois des quatre inéquations ont demandé un changement de sens ✓

Réponse. a) $[5; +\infty[$ · b) $]3,5; +\infty[$ · c) $] -1; +\infty[$ · d) $]-\infty; 5]$.