

# Plaquette 1 - Résoudre et mettre en équation

## Équations et inéquations — Troisième

Corrections détaillées

### Boîte à outils

#### Méthodes du cours.

- Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent l'égalité vraie.
- On peut **ajouter ou soustraire** le même nombre aux deux membres, **multiplier ou diviser** les deux membres par un même nombre **non nul**.
- **Équation produit** :  $A \times B = 0$  équivaut à  $A = 0$  **ou**  $B = 0$ .
- Équation  $x^2 = a$  : si  $a > 0$ , deux solutions  $x = \sqrt{a}$  et  $x = -\sqrt{a}$  ; si  $a = 0$ , une seule ( $x = 0$ ) ; si  $a < 0$ , aucune.
- **Inéquation** : on procède comme pour une équation, mais multiplier ou diviser par un nombre **négatif change le sens** de l'inégalité.
- Les solutions d'une inéquation se donnent sous forme d'inégalité ou d'intervalle, et se représentent sur une droite graduée.
- Mise en équation : on choisit l'inconnue (« soit  $x$  le nombre de ... »), on traduit chaque information, on résout, on vérifie que la réponse a un sens.

### Correction de l'exercice 1 - Équations du premier degré

- a) On retire 3 :  $5x = 20$ , puis on divise par 5 :  $x = 4$ . Vérification :  $5 \times 4 + 3 = 23$ .
- b) On retire  $3x$  :  $4x - 4 = 12$  ; on ajoute 4 :  $4x = 16$  ; donc  $x = 4$ . Vérification :  $7 \times 4 - 4 = 24$  et  $3 \times 4 + 12 = 24$ .
- c) On développe :  $2x - 6 = 5x + 6$ . On retire  $2x$  :  $-6 = 3x + 6$ . On retire 6 :  $-12 = 3x$ , donc  $x = -4$ . Vérification :  $2(-4 - 3) = -14$  et  $5 \times (-4) + 6 = -14$ .

**Réponse.** a)  $x = 4$  · b)  $x = 4$  · c)  $x = -4$ .

### Correction de l'exercice 2 - Équation avec des fractions

On utilise le produit en croix (possible car  $3 \neq 0$  et  $4 \neq 0$ ) :

$$\frac{3x-1}{4} = \frac{x+5}{3} \Leftrightarrow 3(3x-1) = 4(x+5)$$

- On développe :  $9x - 3 = 4x + 20$ .
- On retire  $4x$  :  $5x - 3 = 20$  ; on ajoute 3 :  $5x = 23$ .
- Donc  $x = \frac{23}{5} = 4,6$ .
- Vérification :  $\frac{3 \times 4,6 - 1}{4} = \frac{12,8}{4} = 3,2$  et  $\frac{4,6 + 5}{3} = \frac{9,6}{3} = 3,2$ .

**Réponse.**  $x = \frac{23}{5} = 4,6$ .

### Correction de l'exercice 3 - Équation produit

Propriété du cours : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

- $2x - 8 = 0$  donne  $2x = 8$ , donc  $x = 4$ .

- $3x + 9 = 0$  donne  $3x = -9$ , donc  $x = -3$ .
- L'équation a deux solutions :  $x = 4$  et  $x = -3$ .
- Vérification avec  $x = -3$  :  $(2 \times (-3) - 8)(3 \times (-3) + 9) = (-14) \times 0 = 0$ . Correct.

**Réponse.**  $x = 4$  ou  $x = -3$ .

### Correction de l'exercice 4 - Factoriser pour résoudre

- Pour la première, on factorise par  $x$  :  $x^2 - 5x = x(x - 5) = 0$ .
- Donc  $x = 0$  ou  $x - 5 = 0$  : les solutions sont 0 et 5.
- Pour la seconde, on reconnaît  $a^2 - b^2$  :  $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7) = 0$ , donc  $x = 7$  ou  $x = -7$ .
- On pouvait aussi écrire  $x^2 = 49$ , d'où  $x = \sqrt{49} = 7$  ou  $x = -7$ .

**Piège.** Dans  $x^2 = 5x$ , il ne faut pas diviser par  $x$  : on perdrait la solution  $x = 0$ .

**Réponse.**  $\{0; 5\}$  puis  $\{-7; 7\}$ .

### Correction de l'exercice 5 - Équations du type $x^2 = a$

- $36 > 0$  : deux solutions,  $x = 6$  et  $x = -6$ .
- $5 > 0$  : deux solutions exactes,  $x = \sqrt{5}$  et  $x = -\sqrt{5}$  (soit environ 2,24 et -2,24).
- Un carré est toujours positif ou nul : l'équation  $x^2 = -4$  n'a **aucune** solution.

**À retenir.**  $\sqrt{36} = 6$  uniquement (la racine carrée est positive) ; c'est l'équation  $x^2 = 36$  qui a deux solutions.

**Réponse.** a)  $\{-6; 6\}$  · b)  $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$  · c) aucune solution.

### Correction de l'exercice 6 - Inéquations

- a) On retire 5 :  $3x \leq 12$  ; on divise par 3 (positif, le sens ne change pas) :  $x \leq 4$ .
- Solutions : tous les réels inférieurs ou égaux à 4, soit l'intervalle  $] -\infty ; 4]$  — sur la droite, on hachure à gauche de 4 avec un crochet fermé.
- b) On retire 1 :  $-2x > 8$  ; on divise par  $-2$ , nombre **négatif**, donc le sens change :
 
$$x < \frac{8}{-2} = -4$$
- Solutions :  $] -\infty ; -4[$ , avec un crochet **ouvert** en  $-4$ .
- Vérification de b) avec  $x = -5$  :  $-2 \times (-5) + 1 = 11 > 9$ . Vrai. Avec  $x = 0$  :  $1 > 9$  est faux. Cohérent.

**Réponse.** a)  $x \leq 4$  · b)  $x < -4$ .

### Correction de l'exercice 7 - Inéquation avec parenthèses

- On développe les deux membres :  $4x - 8 < 6x + 2$ .
- On retire  $4x$  :  $-8 < 2x + 2$ .
- On retire 2 :  $-10 < 2x$ .
- On divise par 2 (positif) :  $-5 < x$ , c'est-à-dire  $x > -5$ .
- Solutions :  $] -5 ; +\infty[$ .
- Vérification avec  $x = 0$  :  $4 \times (-2) = -8$  et  $2 \times 1 = 2$ , or  $-8 < 2$ . Vrai.

**Réponse.**  $x > -5$ .

### Correction de l'exercice 8 - Problème : un âge

- Soit  $x$  l'âge de Léa aujourd'hui, en années.
- Dans 6 ans :  $x + 6$ . Il y a 4 ans :  $x - 4$ .
- L'énoncé se traduit par :
$$x + 6 = 2(x - 4)$$
- On développe :  $x + 6 = 2x - 8$ .
- On retire  $x$  :  $6 = x - 8$ , donc  $x = 14$ .
- Vérification : dans 6 ans elle aura 20 ans, et il y a 4 ans elle avait 10 ans. Or  $20 = 2 \times 10$ . Correct.
- **Conclusion : Léa a 14 ans aujourd'hui.**

**Réponse.** 14 ans.

### Correction de l'exercice 9 - Problème : deux tarifs

- Soit  $x$  le nombre de séances. Prix A :  $4x + 60$ . Prix B :  $10x$ .
- a) On résout  $4x + 60 = 10x$ .
- On retire  $4x$  :  $60 = 6x$ , donc  $x = 10$ .
- Pour 10 séances, les deux formules coûtent 100 €.
- b) On cherche quand A coûte moins :  $4x + 60 < 10x$ .
- On retire  $4x$  :  $60 < 6x$ , donc  $x > 10$ .
- **Conclusion : à partir de 11 séances, la formule A est plus avantageuse** (à 10 séances, les deux coûtent pareil).
- Contrôle avec  $x = 12$  : A = 108 € et B = 120 €. Cohérent.

**Réponse.** a) 10 séances (100 €) · b) à partir de 11 séances.

### Correction de l'exercice 10 - Problème : périmètre et dimensions

- Soit  $x$  la largeur en cm ; la longueur vaut  $3x$ .
- Formule du périmètre :  $P = 2(\ell + L)$ , donc
$$2(x + 3x) = 56$$
- On réduit :  $2 \times 4x = 56$ , soit  $8x = 56$ , donc  $x = 7$ .
- Largeur : 7 cm ; longueur :  $3 \times 7 = 21$  cm.
- Vérification :  $2(7 + 21) = 2 \times 28 = 56$  cm. Correct.
- Aire :  $7 \times 21 = 147$  cm<sup>2</sup>.

**Réponse.** Largeur 7 cm, longueur 21 cm, aire 147 cm<sup>2</sup>.

### Correction de l'exercice 11 - Synthèse : quatre résolutions

- a) On ajoute  $2x$  :  $6 = 5x - 9$  ; on ajoute 9 :  $15 = 5x$ , donc  $x = 3$ .
- b) Équation produit :  $x + 5 = 0$  ou  $x - 1 = 0$ , donc  $x = -5$  ou  $x = 1$ .
- c) On retire 3 :  $x^2 = 9$ , donc  $x = 3$  ou  $x = -3$  (deux solutions, car  $9 > 0$ ).
- d) On retire 7 :  $-3x \geq -6$  ; on divise par  $-3$  (négatif), le sens **change** :  $x \leq 2$ .
- Vérification de d) avec  $x = 0$  :  $7 \geq 1$ , vrai, et  $0 \leq 2$ . Cohérent.

**Réponse.** a)  $x = 3$  · b)  $\{-5; 1\}$  · c)  $\{-3; 3\}$  · d)  $x \leq 2$ .