

Plaquette 3 – Fonctions affines : déterminer, représenter, exploiter

Fonctions linéaires et affines – Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les deux coefficients.

Coefficient	Nom	Lecture graphique
a	coefficient directeur	pente : on avance de 1, on monte de a
b	ordonnée à l'origine	$f(0)$, hauteur où la droite coupe l'axe des ordonnées

Déterminer a à partir de deux points.

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Puis on trouve b en reportant un des deux points dans $f(x) = ax + b$.

Sens de variation.

Signe de a	Variation
$a > 0$	croissante
$a < 0$	décroissante
$a = 0$	constante

Points remarquables.

Point	Comment l'obtenir
axe des ordonnées	on pose $x = 0$, ordonnée b
axe des abscisses	on résout $ax + b = 0$, abscisse $-\frac{b}{a}$

Positions relatives de deux droites. Mêmes a : parallèles. a différents : sécantes, et l'abscisse du point d'intersection est la solution de $f(x) = g(x)$.

Signe de $f(x)$. On résout $ax + b > 0$: attention, diviser par a négatif retourne l'inégalité.

Vérifier qu'un tableau vient d'une fonction affine. On calcule $\frac{\text{variation des images}}{\text{variation des antécédents}}$ entre plusieurs couples : elle doit être constante.

Correction de l'exercice 1 – Deux images données

- **Forme attendue** : $f(x) = ax + b$ ✓
- **Coefficient directeur** : $\frac{14 - 5}{4 - 1}$ ✓
- **Numérateur** : 9 ✓
- **Dénominateur** : 3 ✓
- **Valeur** : $a = 3$ ✓
- **Recherche de b** : on reporte $f(1) = 5$ ✓
- **Équation** : $3 \times 1 + b = 5$ ✓

— **Valeur** : $b = 2$ ✓

— **Expression** :

$$f(x) = 3x + 2$$

— **Contrôle avec le second point** : $12 + 2 = 14$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Sens de variation** : croissante, car $a > 0$ ✓

— **Image de 0** : 2 ✓

— **Image de -1** : -1 ✓

— **Antécédent de 20** : on résout $3x + 2 = 20$ ✓

— **Résolution** : $3x = 18$, donc $x = 6$ ✓

— **Vérification** : $18 + 2 = 20$ ✓

— **Point d'intersection avec l'axe des abscisses** : $3x + 2 = 0$ ✓

— **Abscisse** : $-\frac{2}{3} \approx -0,67$ ✓

Réponse. $f(x) = 3x + 2$.

Correction de l'exercice 2 - L'ordonnée à l'origine connue

— **Lecture immédiate de b** : $f(0) = b$ ✓

— **Valeur** : $b = -3$ ✓

— **Coefficient directeur** : $\frac{7 - (-3)}{5 - 0}$ ✓

— **Numérateur** : 10 ✓

— **Valeur** : $a = 2$ ✓

— **Expression** :

$$f(x) = 2x - 3$$

— **Contrôle avec $f(5)$** : $10 - 3 = 7$ ✓

— **Calcul de $f(-2)$** : $-4 - 3$ ✓

— **Résultat** :

$$-7$$

— **Sens de variation** : croissante ✓

— **Contrôle** : $f(-2) < f(0) < f(5)$ ✓

— **Vérification** : $-7 < -3 < 7$ ✓

— **Antécédent de 0** : $2x = 3$ ✓

— **Valeur** : $x = 1,5$ ✓

— **Point d'intersection avec l'axe des abscisses** : $(1,5; 0)$ ✓

— **Point d'intersection avec l'axe des ordonnées** : $(0; -3)$ ✓

— **Ces deux points suffisent à tracer la droite** ✓

— **Contrôle du tracé** : entre eux, on avance de 1,5 et on monte de 3 ✓

— **Pente** : $\frac{3}{1,5} = 2$ ✓

Réponse. $f(x) = 2x - 3$ et $f(-2) = -7$.

Correction de l'exercice 3 - Un coefficient négatif

— **Coefficient directeur** : $\frac{-6 - 9}{3 - (-2)}$ ✓

— **Numérateur** : -15 ✓

- **Dénominateur** : 5 ✓
- **Valeur** : $a = -3$ ✓
- **Recherche de b** : on reporte $f(3) = -6$ ✓
- **Équation** : $-9 + b = -6$ ✓
- **Valeur** : $b = 3$ ✓
- **Expression** :

$$f(x) = -3x + 3$$

- **Contrôle avec $f(-2)$** : $6 + 3 = 9$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Sens de variation** :

décroissante, car $a < 0$

- **Contrôle** : $f(-2) = 9 > f(3) = -6$ ✓
- **Image de 0** : 3 ✓
- **Antécédent de 0** : $-3x = -3$, donc $x = 1$ ✓
- **Point d'intersection avec l'axe des abscisses** : $(1 ; 0)$ ✓
- **Forme factorisée** : $f(x) = -3(x - 1)$ ✓
- **Contrôle du développement** : $-3x + 3$ ✓
- **Signe de $f(x)$** : positif pour $x < 1$ ✓
- **Contrôle** : $f(0) = 3 > 0$ ✓

Réponse. $f(x) = -3x + 3$, décroissante.

Correction de l'exercice 4 - Représenter une droite

- a) **Axe des ordonnées** : on pose $x = 0$ ✓

- **Ordonnée** : 4 ✓
- **Point** :

$(0 ; 4)$

- **Axe des abscisses** : on résout $-2x + 4 = 0$ ✓
- **Résolution** : $-2x = -4$, donc $x = 2$ ✓
- **Point** :

$(2 ; 0)$

- b) **Choix d'une valeur** : $x = 3$ ✓

- **Calcul** : $-6 + 4$ ✓
- **Point** : $(3 ; -2)$ ✓
- **Autre point utile** : $x = -1$ ✓
- **Calcul** : $2 + 4 = 6$ ✓
- **Point** : $(-1 ; 6)$ ✓

- c) **Coefficient directeur** : -2 ✓

- **Lecture** : en avançant de 1, on **descend** de 2 ✓
- **Confirmation** : de $(0 ; 4)$ à $(1 ; 2)$ ✓
- **Contrôle** : $f(1) = 2$ ✓
- **Sens de variation** : décroissante ✓
- **Contrôle sur les quatre points** : 6, 4, 2, 0, -2 quand x croît ✓
- **Régularité** : les images baissent de 2 par unité ✓

- **Signe de $f(x)$** : positif pour $x < 2$ ✓
- **Contrôle** : $f(0) = 4 > 0$ et $f(3) = -2 < 0$ ✓

Réponse. a) $(0; 4)$ et $(2; 0)$ · b) par exemple $(3; -2)$ · c) on descend de 2 quand on avance de 1.

Correction de l'exercice 5 - Lire une droite

a) **Lecture de b** : ordonnée du point d'abscisse 0 ✓

- **Valeur** : $b = -1$ ✓
- **Coefficient directeur** : $\frac{5 - (-1)}{3 - 0}$ ✓
- **Numérateur** : 6 ✓
- **Valeur** : $a = 2$ ✓
- **Expression** :

$$f(x) = 2x - 1$$

- **Contrôle avec B** : $6 - 1 = 5$ ✓

b) **Calcul de $f(10)$** : $20 - 1$ ✓

- **Image** :

19

c) **Calcul de $f(-2)$** : $-4 - 1$ ✓

- **Résultat** : -5 ✓
- **Comparaison avec l'ordonnée de C** : $-5 = -5$ ✓
- **Verdict** :

oui, C est sur la droite

- **Contrôle par la pente** : de $C(-2; -5)$ à $A(0; -1)$ ✓
- **Variation des abscisses** : 2 ✓
- **Variation des ordonnées** : 4 ✓
- **Pente** : $\frac{4}{2} = 2$ ✓
- **Concordance avec a** ✓
- **Antécédent de 0** : $2x = 1$, donc $x = 0,5$ ✓
- **Point d'intersection avec l'axe des abscisses** : $(0,5; 0)$ ✓

Réponse. a) $f(x) = 2x - 1$ · b) 19 · c) oui.

Correction de l'exercice 6 - Sens de variation

a) **Coefficient directeur** : 7 ✓

- **Signe** : positif ✓
- **Variation** : croissante ✓
- **Image de 0** : -2 ✓

b) **Coefficient directeur** : $-0,5$ ✓

- **Signe** : négatif ✓
- **Variation** : décroissante ✓
- **Image de 0** : 6 ✓
- **Contrôle** : $g(2) = 5 < 6$ ✓

c) **Coefficient directeur** : 0 ✓

- **Variation : constante** ✓
- **Image de 0 : 4** ✓
- **Remarque** : toutes les images valent 4 ✓
- **Représentation** : une droite horizontale ✓

d) **Développement** : $\frac{3}{2} - \frac{x}{2}$ ✓

- **Forme réduite** :

$$k(x) = -0,5x + 1,5$$

- **Coefficient directeur** : $-0,5$ ✓
- **Variation : décroissante** ✓
- **Image de 0** : $1,5$ ✓
- **Contrôle** : $\frac{3-0}{2} = 1,5$ ✓
- **Observation** : g et k ont le même coefficient directeur ✓
- **Conséquence graphique** : leurs droites sont **parallèles** ✓
- **Écart constant entre elles** : $6 - 1,5 = 4,5$ ✓
- **Contrôle en $x = 10$** : $g(10) = 1$ et $k(10) = -3,5$ ✓
- **Écart** : $4,5$ ✓

Réponse. a) croissante, -2 · b) décroissante, 6 · c) constante, 4 · d) décroissante, $1,5$.

Correction de l'exercice 7 - Images et antécédents

a) **Calcul de $f(3)$** : $15 - 8$ ✓

- **Résultat** : 7 ✓
- **Calcul de $f(-1)$** : $-5 - 8$ ✓
- **Résultat** :

$$-13$$

b) **Antécédent de 12** : on résout $5x - 8 = 12$ ✓

- **On ajoute 8** : $5x = 20$ ✓
- **Solution** :

$$x = 4$$

- **Vérification** : $20 - 8 = 12$ ✓
- **Antécédent de -8** : on résout $5x - 8 = -8$ ✓
- **On ajoute 8** : $5x = 0$ ✓
- **Solution** : $x = 0$ ✓
- **Cohérence** : -8 est bien l'image de 0 ✓

c) **Équation** : $5x - 8 = x$ ✓

- **On retranche x** : $4x - 8 = 0$ ✓
- **On ajoute 8** : $4x = 8$ ✓
- **Solution** :

$$x = 2$$

- **Vérification** : $f(2) = 10 - 8 = 2$ ✓
- **Interprétation** : 2 est sa propre image ✓
- **Lecture graphique** : la droite de f coupe celle d'équation $y = x$ en $(2 ; 2)$ ✓
- **Unicité** : les coefficients directeurs 5 et 1 diffèrent ✓

— **Conséquence** : une seule solution ✓

Réponse. a) 7 et -13 · b) 4 et 0 · c) $x = 2$.

Correction de l'exercice 8 – Couper les axes

a) **Axe des ordonnées** : on pose $x = 0$ ✓

— **Ordonnée** : -9 ✓

— **Point** :

$(0; -9)$

— **Axe des abscisses** : on résout $3x - 9 = 0$ ✓

— **Résolution** : $3x = 9$, donc $x = 3$ ✓

— **Point** :

$(3; 0)$

b) **Sommets du triangle** : l'origine et les deux points trouvés ✓

— **Nature du triangle** : rectangle en l'origine ✓

— **Raison** : les deux côtés sont portés par les axes ✓

— **Premier côté de l'angle droit** : de $(0; 0)$ à $(3; 0)$ ✓

— **Longueur** : 3 ✓

— **Second côté** : de $(0; 0)$ à $(0; -9)$ ✓

— **Longueur** : 9 ✓

— **Aire** : $\frac{3 \times 9}{2}$ ✓

— **Résultat** :

13,5 unités d'aire

— **Contrôle de vraisemblance** : le triangle tient dans un rectangle de 3 sur 9 ✓

— **Aire de ce rectangle** : 27 ✓

— **Rapport** : la moitié ✓

— **Longueur de l'hypoténuse** : $\sqrt{9 + 81}$ ✓

— **Calcul** : $\sqrt{90} \approx 9,49$ ✓

Réponse. a) $(0; -9)$ et $(3; 0)$ · b) 13,5 unités d'aire.

Correction de l'exercice 9 – Droites parallèles

a) **Coefficients directeurs** : 2 et 2 ✓

— **Constat** : ils sont égaux ✓

— **Ordonnées à l'origine** : 1 et -4 ✓

— **Constat** : elles diffèrent ✓

— **Conclusion** :

oui, strictement parallèles

b) **Différence** : $(2x + 1) - (2x - 4)$ ✓

— **Suppression des parenthèses** : $2x + 1 - 2x + 4$ ✓

— **Réduction** :

5

— **Constat** : la différence ne dépend pas de x ✓

— **Interprétation** : la droite de f est toujours 5 unités au-dessus ✓

- **Contrôle en** $x = 0$: 1 et -4 ✓
- **Écart** : 5 ✓
- **Contrôle en** $x = 10$: 21 et 16 ✓
- **Écart** : 5 ✓

c) **Équation** : $2x + 1 = 2x - 4$ ✓

- **On retranche** $2x$: $1 = -4$ ✓
- **Constat** : égalité fausse ✓
- **Conclusion** :

aucune solution

- **Cohérence graphique** : deux parallèles distinctes ne se coupent jamais ✓
- **Cas où il y aurait une infinité de solutions** : si $g(x) = 2x + 1$ ✓
- **Position** : les droites seraient confondues ✓

Réponse. a) oui · b) $f(x) - g(x) = 5$, écart constant · c) non, aucune solution.

Correction de l'exercice 10 - Deux droites sécantes

- **Équation** : $3x - 1 = -2x + 9$ ✓
- **On ajoute** $2x$: $5x - 1 = 9$ ✓
- **On ajoute** 1 : $5x = 10$ ✓
- **Abscisse** :

$$x = 2$$

- **Ordonnée par** f : $6 - 1$ ✓
- **Valeur** :

$$y = 5$$

- **Contrôle par** g : $-4 + 9 = 5$ ✓
- **Point d'intersection** : $(2; 5)$ ✓
- **Comparaison** : on étudie $f(x) - g(x)$ ✓
- **Calcul** : $3x - 1 + 2x - 9$ ✓
- **Réduction** : $5x - 10$ ✓
- **Forme factorisée** : $5(x - 2)$ ✓
- **Signe** : celui de $x - 2$ ✓
- **Pour** $x > 2$: $f(x) > g(x)$ ✓
- **Contrôle en** $x = 4$: $f(4) = 11$ et $g(4) = 1$ ✓
- **Pour** $x < 2$: $f(x) < g(x)$ ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $f(0) = -1$ et $g(0) = 9$ ✓
- **Pour** $x = 2$: égalité ✓
- **Lecture graphique** : la droite de f passe au-dessus après le point d'intersection ✓

Réponse. Point $(2; 5)$; $f(x) < g(x)$ pour $x < 2$ et $f(x) > g(x)$ pour $x > 2$.

Correction de l'exercice 11 - Signe d'une fonction affine

- **Recherche du zéro** : on résout $-4x + 12 = 0$ ✓
- **On retranche** 12 : $-4x = -12$ ✓
- **On divise par** -4 :

$$x = 3$$

- **Inéquation** $f(x) > 0$: $-4x + 12 > 0$ ✓

- **On retranche 12** : $-4x > -12$ ✓
- **On divise par -4** : le sens **change** ✓
- **Solutions** :

$$x < 3$$

- **Intervalle** : $] -\infty ; 3[$ ✓
- **Inéquation** $f(x) < 0$: par le même raisonnement ✓
- **Solutions** :

$$x > 3$$

- **Intervalle** : $]3 ; +\infty[$ ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $f(0) = 12 > 0$ ✓
- **Cohérence** : $0 < 3$ ✓
- **Contrôle en $x = 5$** : $f(5) = -8 < 0$ ✓
- **Cohérence** : $5 > 3$ ✓
- **Contrôle en $x = 3$** : $f(3) = 0$ ✓
- **Lecture graphique** : la droite descend et coupe l'axe en $x = 3$ ✓
- **Règle générale** : une fonction affine décroissante est positive **avant** son zéro ✓

Réponse. $f(x) > 0$ pour $x < 3$ · $f(x) = 0$ pour $x = 3$ · $f(x) < 0$ pour $x > 3$.

Correction de l'exercice 12 - Un tableau est-il affine ?

- **Test sur f , de 0 à 2** : variation des images 6 ✓
- **Variation des antécédents** : 2 ✓
- **Taux** : 3 ✓
- **De 2 à 5** : variation des images 9 ✓
- **Variation des antécédents** : 3 ✓
- **Taux** : 3 ✓
- **De 5 à 6** : variation des images 3 ✓
- **Taux** : 3 ✓
- **Constat** : le taux est constant ✓
- **Conclusion** : f **peut** être affine ✓
- **Expression** : $a = 3$ et $b = f(0) = 1$ ✓
- **Formule** :

$$f(x) = 3x + 1$$

- **Contrôle pour $x = 5$** : 16 ✓
- **Contrôle pour $x = 6$** : 19 ✓
- **Test sur g , de 5 à 6** : variation des images 4 ✓
- **Taux** : 4 ✓
- **Comparaison avec le taux précédent** : $3 \neq 4$ ✓
- **Conclusion** : g n'est **pas** affine ✓
- **Contrôle** : la formule $3x + 1$ donnerait 19, pas 20 ✓

Réponse. Seul f peut être affine : $f(x) = 3x + 1$.

Correction de l'exercice 13 - La course en taxi

- a) **Coefficient directeur** : $\frac{18,4 - 9,4}{10 - 4}$ ✓
- **Numérateur** : 9 ✓

- **Dénominateur** : 6 ✓
- **Valeur** : $a = 1,5$ ✓
- **Recherche de b** : on reporte la course de 4 km ✓
- **Équation** : $1,5 \times 4 + b = 9,4$ ✓
- **Calcul** : $6 + b = 9,4$ ✓
- **Valeur** : $b = 3,4$ ✓
- **Fonction** :

$$p(d) = 1,5d + 3,4$$

- **Contrôle avec 10 km** : $15 + 3,4 = 18,40$ € ✓
- b) **Interprétation de 1,5** : le prix du kilomètre ✓
- **Interprétation de 3,4** : la prise en charge ✓
- **Contrôle** : $p(0) = 3,40$ € ✓

- c) **Équation** : $1,5d + 3,4 = 25,9$ ✓
- **On retranche 3,4** : $1,5d = 22,5$ ✓
- **On divise par 1,5** :

$$d = 15 \text{ km}$$

- **Vérification** : $22,5 + 3,4 = 25,90$ € ✓
- **Prix moyen au kilomètre** : $\frac{25,9}{15} \approx 1,73$ € ✓
- **Comparaison** : il dépasse 1,50 € à cause de la prise en charge ✓
- **Prix pour 30 km** : $45 + 3,4 = 48,40$ € ✓

Réponse. a) $p(d) = 1,5d + 3,4$ · b) 1,50 €/km et 3,40 € de prise en charge · c) 15 km.

Correction de l'exercice 14 - Celsius et Fahrenheit

- a) **Calcul de $F(0)$** : 32 ✓
- **Interprétation** : la glace fond à 32 degrés Fahrenheit ✓
- **Calcul de $F(20)$** : $36 + 32$ ✓
- **Résultat** : 68 ✓
- **Calcul de $F(100)$** : $180 + 32$ ✓
- **Résultat** :

$$212$$

- **Interprétation** : l'eau bout à 212 degrés Fahrenheit ✓

- b) **Équation** : $1,8c + 32 = 98,6$ ✓
- **On retranche 32** : $1,8c = 66,6$ ✓
- **On divise par 1,8** :

$$c = 37 \text{ degrés Celsius}$$

- **Interprétation** : la température du corps humain ✓
- **Vérification** : $66,6 + 32 = 98,6$ ✓

- c) **Condition** : $F(c) = c$ ✓
- **Équation** : $1,8c + 32 = c$ ✓
- **On retranche c** : $0,8c + 32 = 0$ ✓
- **On retranche 32** : $0,8c = -32$ ✓
- **Solution** :

$$c = -40$$

- **Vérification** : $1,8 \times (-40) = -72$ ✓
- **Suite** : $-72 + 32 = -40$ ✓
- **Conclusion** : -40 degrés Celsius valent -40 degrés Fahrenheit ✓
- **Unicité** : les coefficients 1,8 et 1 diffèrent ✓
- **Écart par degré** : 1 degré Celsius vaut 1,8 degré Fahrenheit ✓

Réponse. a) 32, 68 et 212 · b) 37 degrés Celsius · c) oui, à -40 degrés.

Correction de l'exercice 15 - Un réservoir qui se vide

a) **Volume initial** : 450 L ✓

— **Perte horaire** : 18 L ✓

— **Fonction** :

$$V(t) = 450 - 18t$$

— **Nature** : affine décroissante ✓

b) **Calcul de $V(10)$** : $450 - 180$ ✓

— **Volume restant** :

270 litres

c) **Équation** : $450 - 18t = 0$ ✓

— **On ajoute $18t$** : $450 = 18t$ ✓

— **On divise par 18** :

$$t = 25 \text{ heures}$$

— **Vérification** : $18 \times 25 = 450$ L ✓

d) **Inéquation** : $450 - 18t < 100$ ✓

— **On retranche 450** : $-18t < -350$ ✓

— **On divise par -18** : le sens **change** ✓

— **Solutions** : $t > \frac{350}{18}$ ✓

— **Valeur approchée** :

$$t > 19,4 \text{ heures}$$

— **Contrôle à 19 h** : $450 - 342 = 108$ L ✓

— **Contrôle à 20 h** : $450 - 360 = 90$ L ✓

— **Cohérence** : le seuil est bien franchi entre 19 et 20 h ✓

— **Conversion** : 0,44 h vaut environ 26 min ✓

— **Réponse en durée** : après environ 19 h 26 min ✓

— **Domaine de validité** : $0 \leq t \leq 25$ ✓

Réponse. a) $V(t) = 450 - 18t$ · b) 270 L · c) 25 h · d) après environ 19 h 26 min.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : une fonction affine complète

a) **Coefficient directeur** : $\frac{7 - (-1)}{6 - 2}$ ✓

— **Numérateur** : 8 ✓

— **Dénominateur** : 4 ✓

— **Valeur** : $a = 2$ ✓

- **Recherche de b** : $2 \times 2 + b = -1$ ✓
- **Calcul** : $4 + b = -1$ ✓
- **Valeur** : $b = -5$ ✓
- **Expression** :

$$f(x) = 2x - 5$$

- **Contrôle avec $f(6)$** : $12 - 5 = 7$ ✓

b) **Signe de a** : positif ✓

- **Variation** : **croissante** ✓
- **Image de 0** :

$$-5$$

c) **Axe des ordonnées** : $(0; -5)$ ✓

- **Axe des abscisses** : on résout $2x - 5 = 0$ ✓
- **Résolution** : $2x = 5$ ✓
- **Abscisse** : $2,5$ ✓
- **Point** :

$$(2,5; 0)$$

d) **Inéquation** : $2x - 5 \geq 3$ ✓

- **On ajoute 5** : $2x \geq 8$ ✓
- **On divise par 2**, positif : le sens ne change pas ✓
- **Solutions** :

$$x \geq 4$$

- **Intervalle** : $[4; +\infty[$ ✓
- **Contrôle en $x = 4$** : $8 - 5 = 3$ ✓
- **Borne incluse** ✓
- **Contrôle en $x = 5$** : $5 \geq 3$ ✓
- **Contrôle en $x = 3$** : $1 \geq 3$ est faux ✓
- **Cohérence complète** ✓

Réponse. a) $f(x) = 2x - 5$ · b) croissante, $f(0) = -5$ · c) $(0; -5)$ et $(2,5; 0)$ · d) $x \geq 4$.