

Plaque 2 - Construire et reconnaître une image

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

Une homothétie se définit par deux données : un **centre** et un **rapport**. À partir de là, l'image de tout point se construit sur la demi-droite ou la droite issue du centre, à une distance multipliée par $|k|$.

Exercice 1 - Image d'un point

Soit une homothétie de centre O et de rapport 3. Le point A est tel que $OA = 2$ cm.

- Calculer OA' .
- Où se trouve A' par rapport à O et A ?
- Mêmes questions avec un rapport de $\frac{1}{2}$.

Exercice 2 - Rapport négatif

Une homothétie de centre O a pour rapport -2 . Le point B vérifie $OB = 4,5$ cm.

- Calculer OB' .
- Décrire la position de B' .
- Quelle est la distance BB' ?

Exercice 3 - Retrouver le rapport

Une homothétie de centre O transforme A en A' . On mesure $OA = 5$ cm et $OA' = 12,5$ cm, avec A et A' du même côté de O .

- Déterminer le rapport.
- Si $AB = 8$ cm, combien vaut $A'B'$?

Exercice 4 - Reconnaître la transformation

Pour chaque rapport, préciser la nature de l'homothétie.

- $k = 4$
- $k = 0,25$
- $k = -1$
- $k = 1$

Exercice 5 - Longueurs d'une figure image

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 10$ cm. On lui applique une homothétie de rapport 1,5.

- Calculer les côtés du triangle image.
- Comparer les périmètres.
- Le triangle image est-il rectangle ?

Exercice 6 - Deux homothéties successives

On applique une homothétie de centre O et de rapport 3, puis une seconde de même centre et de rapport 0,5.

- a) Quel est le rapport global ?
- b) Un segment de 4 cm devient de quelle longueur ?
- c) Quelle homothétie ramènerait à la figure de départ ?

Exercice 7 - Centre sur la figure

Un triangle ABC subit une homothétie de centre A et de rapport 2.

- a) Quelle est l'image de A ?
- b) Où se trouvent les images de B et C ?
- c) Si $BC = 7$ cm, combien vaut $B'C'$?

Exercice 8 - Retrouver le centre

Les points A et A' sont images l'un de l'autre par une homothétie de rapport 2. On sait que $AA' = 9$ cm et que A est entre O et A' . Déterminer OA .

Exercice 9 - Parallélisme conservé

Un rectangle $ABCD$ subit une homothétie de rapport $-0,5$.

- a) L'image est-elle un rectangle ?
- b) Ses côtés sont-ils parallèles à ceux du rectangle initial ?
- c) Si $AB = 12$ cm, combien vaut $A'B'$?

Exercice 10 - Homothétie ou non ?

Pour chaque transformation, dire s'il peut s'agir d'une homothétie.

- a) Un carré de 4 cm devient un carré de 10 cm.
- b) Un rectangle 3×5 devient un rectangle 6×8 .
- c) Un triangle équilatéral devient un triangle isocèle non équilatéral.
- d) Un cercle de rayon 2 devient un cercle de rayon 7.

Exercice 11 - Image d'un cercle

Un cercle de centre I et de rayon 5 cm subit une homothétie de centre O et de rapport -3 . On donne $OI = 4$ cm.

- a) Quel est le rayon de l'image ?
- b) Où se trouve le centre de l'image ?

Exercice 12 - Une réduction successive

Une figure de 80 cm de large subit trois réductions successives de rapport $\frac{1}{2}$.

- a) Quelle est sa largeur finale ?
- b) Quel est le rapport global ?

c) Combien de réductions faudrait-il pour descendre sous 1 cm ?

Exercice 13 - Deux figures semblables

Deux triangles semblables ont des côtés respectifs (4 ; 6 ; 8) et (10 ; 15 ; 20).

- a) Vérifier qu'ils sont bien semblables.
- b) Déterminer le rapport.
- c) Comparer les périmètres et les aires.

Exercice 14 - Un drapeau agrandi

Un drapeau mesure 90 cm sur 60 cm. On veut en fabriquer un plus grand, de 150 cm de long.

- a) Quel est le rapport d'agrandissement ?
- b) Quelle sera sa largeur ?
- c) De combien l'aire de tissu est-elle multipliée ?

Exercice 15 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « l'homothétie de rapport 3 multiplie l'aire par 3 ». Corriger et donner un exemple.

Exercice 16 - Synthèse : une figure complète

Un triangle ABC d'aire 18 cm^2 et de périmètre 27 cm subit une homothétie de centre O et de rapport $-\frac{4}{3}$.

- a) Quelle est la nature de la transformation ?
- b) Calculer le périmètre de l'image.
- c) Calculer son aire.
- d) Si $OA = 6 \text{ cm}$, où se trouve A' ?