Plaquette 2 – Construire et reconnaître une image

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

Une homothétie se définit par deux données : un **centre** et un **rapport**. À partir de là, l'image de tout point se construit sur la demi-droite ou la droite issue du centre, à une distance multipliée par $|k|$.

Exercice 1 – Image d'un point

Soit une homothétie de centre O et de rapport 3. Le point A est tel que $OA = 2$ cm.

a) Calculer OA'.

b) Où se trouve A' par rapport à O et A ?

c) Mêmes questions avec un rapport de $\frac{1}{2}$.



On cherche la distance OA'

Exercice 2 – Rapport négatif

Une homothétie de centre O a pour rapport -2. Le point B vérifie $OB = 4{,}5$ cm.

a) Calculer OB'.

b) Décrire la position de B'.

c) Quelle est la distance BB' ?



Exercice 3 – Retrouver le rapport

Une homothétie de centre O transforme A en A'. On mesure $OA = 5$ cm et $OA' = 12{,}5$ cm, avec A et A' du même côté de O.

a) Déterminer le rapport.

b) Si $AB = 8$ cm, combien vaut $A'B'$?

Exercice 4 – Reconnaître la transformation

Pour chaque rapport, préciser la nature de l'homothétie.

a) $k = 4$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) $k = 0{,}25$
c) $k = -1$
d) $k = 1$

Exercice 5 – Longueurs d'une figure image

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 10$ cm. On lui applique une homothétie de rapport 1,5.

a) Calculer les côtés du triangle image.
b) Comparer les périmètres.
c) Le triangle image est-il rectangle ?

Exercice 6 – Deux homothéties successives

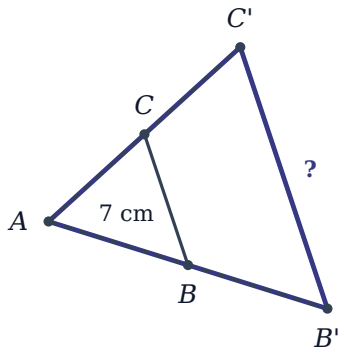
On applique une homothétie de centre O et de rapport 3, puis une seconde de même centre et de rapport 0,5.

a) Quel est le rapport global ?
b) Un segment de 4 cm devient de quelle longueur ?
c) Quelle homothétie ramènerait à la figure de départ ?

Exercice 7 – Centre sur la figure

Un triangle ABC subit une homothétie de centre A et de rapport 2.

a) Quelle est l'image de A ?
b) Où se trouvent les images de B et C ?
c) Si $BC = 7$ cm, combien vaut $B'C'$?



Exercice 8 – Retrouver le centre

Les points A et A' sont images l'un de l'autre par une homothétie de rapport 2. On sait que $AA' = 9$ cm et que A est entre O et A'. Déterminer OA.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Parallélisme conservé

Un rectangle $ABCD$ subit une homothétie de rapport $-0{,}5$.

a) L'image est-elle un rectangle ?

b) Ses côtés sont-ils parallèles à ceux du rectangle initial ?

c) Si $AB = 12$ cm, combien vaut $A'B'$?

Exercice 10 – Homothétie ou non ?

Pour chaque transformation, dire s'il peut s'agir d'une homothétie.

a) Un carré de 4 cm devient un carré de 10 cm.

b) Un rectangle 3×5 devient un rectangle 6×8.

c) Un triangle équilatéral devient un triangle isocèle non équilatéral.

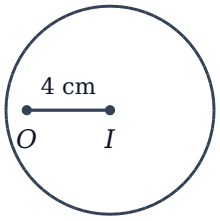
d) Un cercle de rayon 2 devient un cercle de rayon 7.

Exercice 11 – Image d'un cercle

Un cercle de centre I et de rayon 5 cm subit une homothétie de centre O et de rapport -3. On donne $OI = 4$ cm.

a) Quel est le rayon de l'image ?

b) Où se trouve le centre de l'image ?



Le cercle de centre I et de rayon 5 cm

Exercice 12 – Une réduction successive

Une figure de 80 cm de large subit trois réductions successives de rapport $\frac{1}{2}$.

a) Quelle est sa largeur finale ?

b) Quel est le rapport global ?

c) Combien de réductions faudrait-il pour descendre sous 1 cm ?

Exercice 13 – Deux figures semblables

Deux triangles semblables ont des côtés respectifs $(4\,;6\,;8)$ et $(10\,;15\,;20)$.

a) Vérifier qu'ils sont bien semblables.

b) Déterminer le rapport.

c) Comparer les périmètres et les aires.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Un drapeau agrandi

Un drapeau mesure 90 cm sur 60 cm. On veut en fabriquer un plus grand, de 150 cm de long.

a) Quel est le rapport d'agrandissement ?

b) Quelle sera sa largeur ?

c) De combien l'aire de tissu est-elle multipliée ?

Exercice 15 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « l'homothétie de rapport 3 multiplie l'aire par 3 ». Corriger et donner un exemple.

Exercice 16 – Synthèse : une figure complète

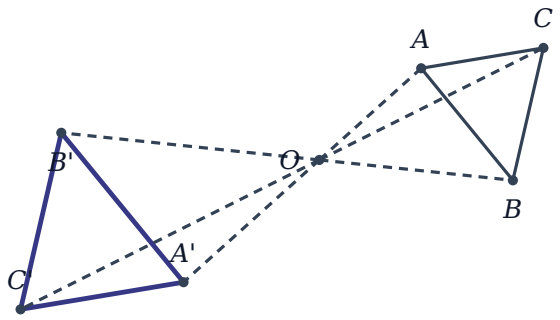
Un triangle ABC d'aire 18 cm² et de périmètre 27 cm subit une homothétie de centre O et de rapport $-\frac{4}{3}$.

a) Quelle est la nature de la transformation ?

b) Calculer le périmètre de l'image.

c) Calculer son aire.

d) Si $OA = 6$ cm, où se trouve A' ?



Le triangle ABC et son image par l'homothétie de centre O et de rapport −4/3

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).