

Plaquette 5 – Échelles, maquettes et problèmes de similitude

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

Une échelle, un zoom, une maquette, une photocopie : toutes ces situations sont des homothéties déguisées. Le travail consiste à identifier le rapport, puis à appliquer le bon exposant à chaque grandeur.

Exercice 1 – Une maquette d'immeuble

Une maquette d'immeuble est à l'échelle $\frac{1}{200}$. L'immeuble mesure 36 m de haut.

- a) Quelle hauteur fait la maquette ?
- b) Une fenêtre réelle de 1,6 m mesure combien ?
- c) Une façade de 400 m² occupe quelle surface ?

Exercice 2 – Un plan de maison

Sur un plan au $\frac{1}{50}$, une pièce mesure 9 cm sur 7 cm.

- a) Quelles sont ses dimensions réelles ?
- b) Quelle est son aire réelle ?
- c) Combien coûte le carrelage à 32 € le mètre carré ?

Exercice 3 – Une photo agrandie

Une photo de 9 cm sur 13 cm est agrandie en 18 cm sur 26 cm.

- a) Quel est le rapport ?
- b) De combien l'aire est-elle multipliée ?
- c) Si le tirage coûte 0,15 € pour la petite, combien pour la grande à surface proportionnelle ?

Exercice 4 – Un modèle réduit de voiture

Un modèle réduit de voiture est au $\frac{1}{18}$. La voiture réelle mesure 4,32 m et pèse 1400 kg.

- a) Quelle longueur fait le modèle ?
- b) Quelle masse aurait-il, fait des mêmes matériaux ?
- c) Commenter.

Exercice 5 – Deux terrains semblables

Deux terrains rectangulaires sont semblables. Le premier mesure 30 m sur 20 m. Le second a une aire de 2400 m².

- a) Calculer l'aire du premier.

- b) Déterminer le rapport des longueurs.
- c) Calculer les dimensions du second.

Exercice 6 - Un zoom photographique

Un appareil photo dispose d'un zoom $\times 4$.

- a) Un objet de 5 cm occupe quelle taille sur l'image, comparé au mode normal ?
- b) De combien la surface de l'objet sur l'image est-elle multipliée ?
- c) Un carré de 6 mm de côté sur l'image normale occupe quelle aire au zoom maximal ?

Exercice 7 - Les formats de papier

Une feuille A4 mesure 21 cm sur 29,7 cm. La A3 est obtenue en doublant l'aire.

- a) Quel est le rapport des longueurs ?
- b) Calculer les dimensions de la A3.
- c) Quel est le rapport entre A4 et A2 ?

Exercice 8 - Un réservoir réduit

Un réservoir cylindrique contient 2000 L. On construit un modèle semblable dont le rayon est divisé par 4.

- a) Quelle est sa contenance ?
- b) Quelle proportion de tôle faut-il pour le fabriquer ?

Exercice 9 - Deux bougies semblables

Deux bougies coniques sont semblables. La petite mesure 12 cm et brûle en 3 h. La grande mesure 18 cm.

- a) Quel est le rapport ?
- b) Quel est le rapport des volumes de cire ?
- c) Combien de temps brûle la grande, si la vitesse de consommation de cire est la même ?

Exercice 10 - Une carte au 1/25 000

Sur une carte au $\frac{1}{25\,000}$, un lac occupe 12 cm².

- a) Quelle est son aire réelle, en kilomètres carrés ?
- b) Un sentier de 18 cm sur la carte mesure quelle longueur ?

Exercice 11 - Un agrandissement impossible

Un photographe veut agrandir une image de 10 cm sur 15 cm en 20 cm sur 28 cm.

- a) L'agrandissement est-il fidèle ?
- b) Quelles dimensions donneraient un agrandissement fidèle de largeur 20 cm ?
- c) Que faut-il rogner ?

Exercice 12 - Le coût d'un agrandissement

Une sculpture de 40 cm coûte 320 € en bronze. On en commande une version de 1 m, dans le même métal.

- a) Quel est le rapport ?
- b) Quel sera le coût du bronze ?
- c) La dorure de surface coûtait 90 € : combien coûtera-t-elle ?

Exercice 13 - Deux aquariums

Un aquarium cubique de 40 cm d'arête contient 64 L. On en veut un semblable de 100 L.

- a) Quel est le rapport des volumes ?
- b) Quel est le rapport des longueurs ?
- c) Quelle sera l'arête du nouvel aquarium ?

Exercice 14 - Repérer une erreur d'échelle

Un élève affirme : « sur une carte au $\frac{1}{50\,000}$, 2 cm² représentent 1 km² ». Vérifier.

Exercice 15 - Comparer trois offres

Un traiteur propose des gâteaux ronds semblables. Diamètre 20 cm : 16 €. Diamètre 25 cm : 24 €. Diamètre 30 cm : 36 €.

- a) Calculer le prix au centimètre carré de chacun.
- b) Lequel est le plus avantageux ?

Exercice 16 - Synthèse : une piscine et sa maquette

Une piscine mesure 12 m sur 6 m, avec une profondeur uniforme de 1,5 m. On en fait une maquette au $\frac{1}{30}$.

- a) Calculer les dimensions de la maquette.
- b) Calculer le volume réel et le volume de la maquette.
- c) Calculer la surface de bâche réelle et celle de la maquette.
- d) Vérifier les trois rapports.