Plaquette 5 – Échelles, maquettes et problèmes de similitude

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

Une échelle, un zoom, une maquette, une photocopie : toutes ces situations sont des homothéties déguisées. Le travail consiste à identifier le rapport, puis à appliquer le bon exposant à chaque grandeur.

Exercice 1 – Une maquette d'immeuble

Une maquette d'immeuble est à l'échelle $\frac{1}{200}$. L'immeuble mesure 36 m de haut.

a) Quelle hauteur fait la maquette ?

b) Une fenêtre réelle de 1,6 m mesure combien ?

c) Une façade de 400 m² occupe quelle surface ?

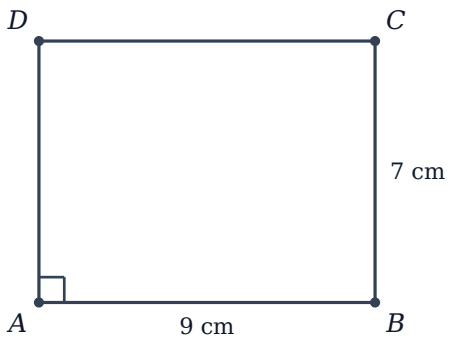
Exercice 2 – Un plan de maison

Sur un plan au $\frac{1}{50}$, une pièce mesure 9 cm sur 7 cm.

a) Quelles sont ses dimensions réelles ?

b) Quelle est son aire réelle ?

c) Combien coûte le carrelage à 32 € le mètre carré ?



La pièce sur le plan au 1/50

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

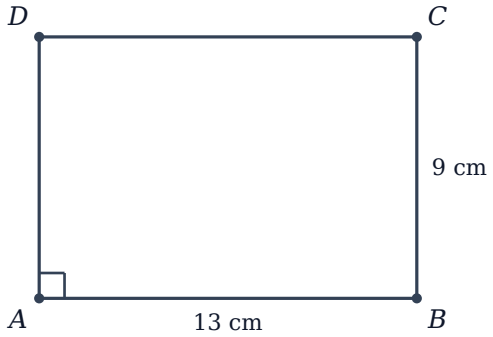
Exercice 3 – Une photo agrandie

Une photo de 9 cm sur 13 cm est agrandie en 18 cm sur 26 cm.

a) Quel est le rapport ?

b) De combien l'aire est-elle multipliée ?

c) Si le tirage coûte 0,15 € pour la petite, combien pour la grande à surface proportionnelle ?



La photo avant agrandissement

Exercice 4 – Un modèle réduit de voiture

Un modèle réduit de voiture est au $\frac{1}{18}$. La voiture réelle mesure 4,32 m et pèse 1400 kg.

a) Quelle longueur fait le modèle ?

b) Quelle masse aurait-il, fait des mêmes matériaux ?

c) Commenter.

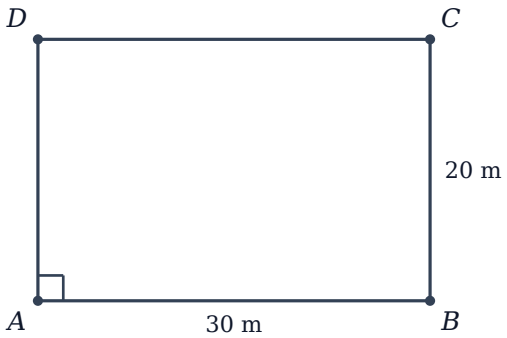
Exercice 5 – Deux terrains semblables

Deux terrains rectangulaires sont semblables. Le premier mesure 30 m sur 20 m. Le second a une aire de 2400 m².

a) Calculer l'aire du premier.

b) Déterminer le rapport des longueurs.

c) Calculer les dimensions du second.



Le premier terrain

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Un zoom photographique

Un appareil photo dispose d'un zoom ×4.

a) Un objet de 5 cm occupe quelle taille sur l'image, comparé au mode normal ?

b) De combien la surface de l'objet sur l'image est-elle multipliée ?

c) Un carré de 6 mm de côté sur l'image normale occupe quelle aire au zoom maximal ?

Exercice 7 – Les formats de papier

Une feuille A4 mesure 21 cm sur 29,7 cm. La A3 est obtenue en doublant l'aire.

a) Quel est le rapport des longueurs ?

b) Calculer les dimensions de la A3.

c) Quel est le rapport entre A4 et A2 ?

Exercice 8 – Un réservoir réduit

Un réservoir cylindrique contient 2000 L. On construit un modèle semblable dont le rayon est divisé par 4.

a) Quelle est sa contenance ?

b) Quelle proportion de tôle faut-il pour le fabriquer ?

Exercice 9 – Deux bougies semblables

Deux bougies coniques sont semblables. La petite mesure 12 cm et brûle en 3 h. La grande mesure 18 cm.

a) Quel est le rapport ?

b) Quel est le rapport des volumes de cire ?

c) Combien de temps brûle la grande, si la vitesse de consommation de cire est la même ?

Exercice 10 – Une carte au 1/25 000

Sur une carte au $\dfrac{1}{25\,000}$, un lac occupe 12 cm^2.

a) Quelle est son aire réelle, en kilomètres carrés ?

b) Un sentier de 18 cm sur la carte mesure quelle longueur ?

Exercice 11 – Un agrandissement impossible

Un photographe veut agrandir une image de 10 cm sur 15 cm en 20 cm sur 28 cm.

a) L'agrandissement est-il fidèle ?

b) Quelles dimensions donneraient un agrandissement fidèle de largeur 20 cm ?

c) Que faut-il rogner ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 12 – Le coût d’un agrandissement

Une sculpture de 40 cm coûte 320 € en bronze. On en commande une version de 1 m, dans le même métal.

a) Quel est le rapport ?

b) Quel sera le coût du bronze ?

c) La dorure de surface coûtait 90 € : combien coûtera-t-elle ?

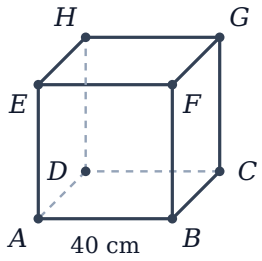
Exercice 13 – Deux aquariums

Un aquarium cubique de 40 cm d’arête contient 64 L. On en veut un semblable de 100 L.

a) Quel est le rapport des volumes ?

b) Quel est le rapport des longueurs ?

c) Quelle sera l’arête du nouvel aquarium ?



L'aquarium de 64 L

Exercice 14 – Repérer une erreur d’échelle

Un élève affirme : « sur une carte au $\frac{1}{50\,000}$, 2 cm² représentent 1 km² ». Vérifier.

Exercice 15 – Comparer trois offres

Un traiteur propose des gâteaux ronds semblables. Diamètre 20 cm : 16 €. Diamètre 25 cm : 24 €. Diamètre 30 cm : 36 €.

a) Calculer le prix au centimètre carré de chacun.

b) Lequel est le plus avantageux ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Synthèse : une piscine et sa maquette

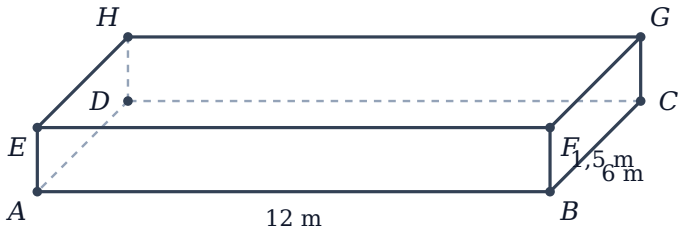
Une piscine mesure 12 m sur 6 m, avec une profondeur uniforme de 1,5 m. On en fait une maquette au $\frac{1}{30}$.

a) Calculer les dimensions de la maquette.

b) Calculer le volume réel et le volume de la maquette.

c) Calculer la surface de bâche réelle et celle de la maquette.

d) Vérifier les trois rapports.



La piscine réelle

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).