

Plaquette 4 – Homothéties dans un repère

Homothéties – Troisième

Exercices

Méthode

Avec des coordonnées, l'homothétie devient un calcul : on retranche les coordonnées du centre, on multiplie par k , on remet le centre. Deux formules, appliquées deux fois — une pour l'abscisse, une pour l'ordonnée.

Exercice 1 - Centre à l'origine

Dans un repère, une homothétie a pour centre $O(0 ; 0)$ et pour rapport 3. Déterminer les images de $A(2 ; -1)$, $B(-4 ; 0)$ et $C(1,5 ; 2)$.

Exercice 2 - Centre quelconque

Une homothétie a pour centre $O(1 ; 2)$ et pour rapport 2. Déterminer l'image de $B(4 ; 5)$.

Exercice 3 - Rapport négatif

Une homothétie a pour centre $O(3 ; -1)$ et pour rapport -2 . Déterminer l'image de $C(5 ; 2)$.

Exercice 4 - Une réduction

Une homothétie a pour centre $O(2 ; 4)$ et pour rapport $\frac{1}{2}$. Déterminer les images de $D(8 ; 10)$ et $E(-4 ; 0)$.

Exercice 5 - Retrouver le rapport

Le centre est $O(1 ; 1)$. Le point $M(4 ; 3)$ a pour image $M'(10 ; 7)$. Déterminer le rapport.

Exercice 6 - Retrouver le centre

Une homothétie de rapport 2 transforme $A(3 ; 1)$ en $A'(7 ; 5)$. Déterminer les coordonnées du centre.

Exercice 7 - Image d'un segment

Le centre est l'origine et le rapport vaut -2 . On donne $A(1 ; 3)$ et $B(4 ; -1)$.

- Déterminer A' et B' .
- Calculer AB et $A'B'$.
- Vérifier le rapport des longueurs.

Exercice 8 - Aire d'un triangle image

Dans un repère, le triangle ABC a pour sommets $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(0; 4)$. On applique une homothétie de centre A et de rapport 2,5.

- Déterminer les images de B et C .
- Calculer l'aire des deux triangles.
- Vérifier le rapport des aires.

Exercice 9 - Image d'un cercle

Un cercle a pour centre $I(2; 3)$ et pour rayon 4. On applique l'homothétie de centre $O(0; 0)$ et de rapport $\frac{3}{2}$.

- Déterminer le centre de l'image.
- Déterminer son rayon.

Exercice 10 - Composer deux homothéties

On applique successivement l'homothétie de centre $O(0; 0)$ et de rapport 2, puis celle de même centre et de rapport -3 . On part de $M(1; -2)$.

- Déterminer les images successives.
- Quel est le rapport global ?

Exercice 11 - Points alignés

Le centre est $O(0; 0)$ et le rapport vaut 4. On donne $P(2; 1)$.

- Déterminer P' .
- Vérifier que O , P et P' sont alignés.
- Le point $Q(6; 3)$ est-il sur la droite (OP) ?

Exercice 12 - Le milieu conservé

Le centre est $O(1; 1)$ et le rapport vaut 3. On donne $A(2; 3)$ et $B(4; -1)$.

- Déterminer A' et B' .
- Calculer le milieu I de $[AB]$ et le milieu I' de $[A'B']$.
- Vérifier que I' est l'image de I .

Exercice 13 - Image d'une droite

Le centre est $O(0; 0)$ et le rapport vaut 2. La droite d a pour équation $y = 3x + 4$.

- Déterminer les images de deux de ses points.
- En déduire l'équation de la droite image.
- Que constate-t-on ?

Exercice 14 - Symétrie centrale

Une homothétie de centre $O(2; -1)$ a pour rapport -1 .

- Quelle transformation est-ce ?

- b) Déterminer l'image de $M(5 ; 3)$.
- c) Vérifier que O est le milieu de $[MM']$.

Exercice 15 – Repérer une erreur

Pour une homothétie de centre $O(2 ; 1)$ et de rapport 3, un élève calcule l'image de $A(5 ; 4)$ ainsi : « $x' = 3 \times 5 = 15$, $y' = 3 \times 4 = 12$ ». Corriger.

Exercice 16 – Synthèse : un triangle complet

Dans un repère, $A(1 ; 1)$, $B(5 ; 1)$ et $C(1 ; 4)$. On applique l'homothétie de centre A et de rapport -2 .

- a) Déterminer A' , B' et C' .
- b) Calculer AB , AC et BC .
- c) Calculer les longueurs du triangle image.
- d) Comparer les aires.