Plaquette 3 – Longueurs, aires et volumes : les trois exposants

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

La règle du chapitre tient en trois lignes : les longueurs sont multipliées par $|k|$, les aires par k^2, les volumes par k^3. Toute la difficulté est de ne pas se tromper d'exposant — et de savoir remonter du rapport des aires au rapport des longueurs.

Exercice 1 – Les trois effets

Une homothétie a pour rapport 4.

a) Un segment de 7 cm devient de quelle longueur ?
b) Une surface de 12 cm² devient de quelle aire ?
c) Un solide de 5 cm³ devient de quel volume ?

Exercice 2 – Une réduction

Une homothétie a pour rapport $\frac{1}{3}$.

a) Un périmètre de 45 cm devient combien ?
b) Une aire de 81 cm² devient combien ?
c) Un volume de 54 cm³ devient combien ?

Exercice 3 – Remonter du rapport des aires

Deux figures semblables ont des aires de 25 cm² et 400 cm².

a) Quel est le rapport des aires ?
b) En déduire le rapport des longueurs.
c) Si la petite a un périmètre de 20 cm, quel est celui de la grande ?

Exercice 4 – Remonter du rapport des volumes

Deux solides semblables ont des volumes de 16 cm³ et 2000 cm³.

a) Quel est le rapport des volumes ?
b) En déduire le rapport des longueurs.
c) Quel est le rapport des aires ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

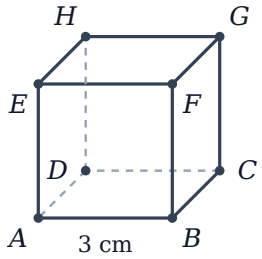
Exercice 5 – Deux cubes

Un cube a une arête de 3 cm. On lui applique une homothétie de rapport 2,5.

a) Calculer l'arête, l'aire totale et le volume du cube initial.

b) Mêmes calculs pour l'image.

c) Vérifier les trois rapports.



Le cube initial

Exercice 6 – La masse d'une statue

Une statuette en bronze de 20 cm de haut pèse 2,4 kg. On réalise une copie de 60 cm de haut, dans le même bronze.

a) Quel est le rapport ?

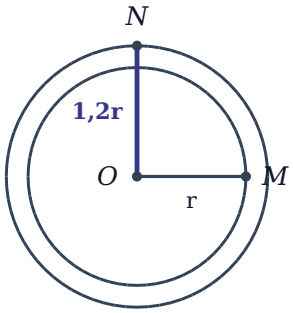
b) Quelle sera la masse de la copie ?

Exercice 7 – Un ballon

Un ballon sphérique voit son rayon multiplié par 1,2.

a) De combien sa surface augmente-t-elle, en pourcentage ?

b) De combien son volume augmente-t-il ?



Le ballon avant et après : rayon multiplié par 1,2

Exercice 8 – Une piscine réduite

Une piscine contient 60 m³ d'eau. On construit un modèle réduit au $\frac{1}{10}$.

a) Quel volume contient le modèle ?

b) Quelle proportion de la surface de bâche faut-il ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

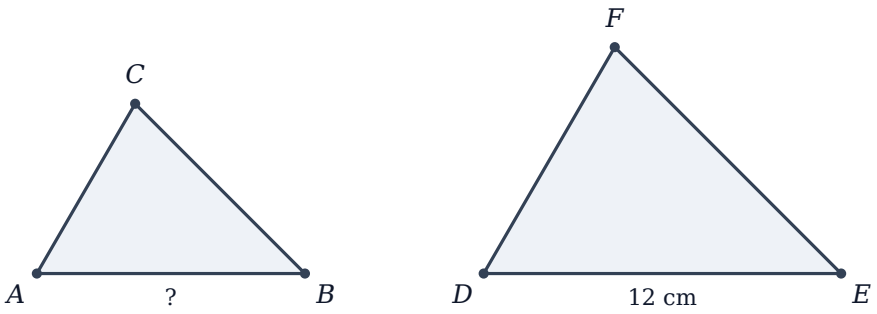
Exercice 9 – Deux triangles semblables

Deux triangles semblables ont des aires de 48 cm² et 27 cm².

a) Calculer le rapport des aires.

b) En déduire le rapport des longueurs.

c) Si le grand a un côté de 12 cm, combien mesure le côté correspondant du petit ?



Aires : 27 cm² (à gauche) et 48 cm² (à droite)

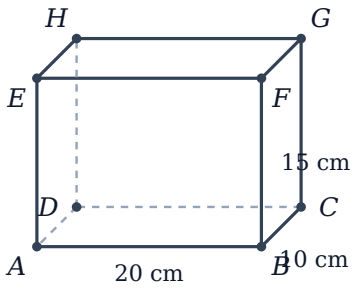
Exercice 10 – Une boîte agrandie

Une boîte parallélépipédique mesure 20 cm sur 15 cm sur 10 cm. On l’agrandit d’un rapport 1,5.

a) Calculer le volume initial et le volume final.

b) Vérifier le rapport.

c) Calculer l’augmentation de la surface de carton.



La boîte initiale

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

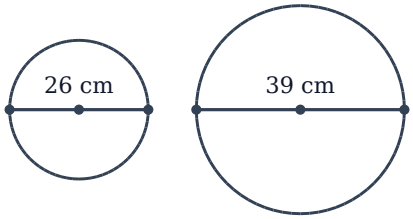
Exercice 11 – Deux pizzas

Une pizza de 26 cm de diamètre coûte 9 €. Une pizza de 39 cm coûte 18 €.

a) Quel est le rapport des diamètres ?

b) Quel est le rapport des surfaces ?

c) Laquelle est la plus avantageuse ?



La petite pizza (9 €) et la grande (18 €)

Exercice 12 – Un rapport à trouver

Une homothétie transforme une figure d'aire 7 cm² en une figure d'aire 175 cm².

a) Quel est le rapport des longueurs ?

b) Quel serait le rapport des volumes des solides correspondants ?

Exercice 13 – Comparer deux maquettes

Une maquette A est au $\frac{1}{50}$, une maquette B au $\frac{1}{100}$.

a) Quel est le rapport entre les longueurs de A et de B ?

b) Quel est le rapport de leurs volumes ?

Exercice 14 – Le prix de la peinture

Peindre une maquette de 30 cm coûte 6 € de peinture. Combien coûterait la peinture d'un modèle identique de 45 cm ?

Exercice 15 – Repérer les trois erreurs

Un élève écrit, pour une homothétie de rapport $\frac{1}{2}$: « le périmètre est divisé par 4, l'aire par 2, le volume par 6 ». Corriger les trois affirmations.

Exercice 16 – Synthèse : une fusée miniature

Une fusée réelle mesure 70 m de haut et pèse 750 tonnes. Une réplique fidèle mesure 1,4 m.

a) Calculer le rapport de réduction.

b) Quelle masse aurait la réplique si elle était faite des mêmes matériaux ?

c) Quelle proportion de la surface extérieure faut-il peindre ?

d) Commenter le résultat de b).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).