

Plaquette 3 – Longueurs, aires et volumes : les trois exposants

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

La règle du chapitre tient en trois lignes : les longueurs sont multipliées par $|k|$, les aires par k^2 , les volumes par k^3 . Toute la difficulté est de ne pas se tromper d'exposant — et de savoir remonter du rapport des aires au rapport des longueurs.

Exercice 1 – Les trois effets

Une homothétie a pour rapport 4.

- a) Un segment de 7 cm devient de quelle longueur ?
- b) Une surface de 12 cm^2 devient de quelle aire ?
- c) Un solide de 5 cm^3 devient de quel volume ?

Exercice 2 – Une réduction

Une homothétie a pour rapport $\frac{1}{3}$.

- a) Un périmètre de 45 cm devient combien ?
- b) Une aire de 81 cm^2 devient combien ?
- c) Un volume de 54 cm^3 devient combien ?

Exercice 3 – Remonter du rapport des aires

Deux figures semblables ont des aires de 25 cm^2 et 400 cm^2 .

- a) Quel est le rapport des aires ?
- b) En déduire le rapport des longueurs.
- c) Si la petite a un périmètre de 20 cm, quel est celui de la grande ?

Exercice 4 – Remonter du rapport des volumes

Deux solides semblables ont des volumes de 16 cm^3 et 2000 cm^3 .

- a) Quel est le rapport des volumes ?
- b) En déduire le rapport des longueurs.
- c) Quel est le rapport des aires ?

Exercice 5 – Deux cubes

Un cube a une arête de 3 cm. On lui applique une homothétie de rapport 2,5.

- a) Calculer l'arête, l'aire totale et le volume du cube initial.
- b) Mêmes calculs pour l'image.
- c) Vérifier les trois rapports.

Exercice 6 - La masse d'une statue

Une statuette en bronze de 20 cm de haut pèse 2,4 kg. On réalise une copie de 60 cm de haut, dans le même bronze.

- a) Quel est le rapport ?
- b) Quelle sera la masse de la copie ?

Exercice 7 - Un ballon

Un ballon sphérique voit son rayon multiplié par 1,2.

- a) De combien sa surface augmente-t-elle, en pourcentage ?
- b) De combien son volume augmente-t-il ?

Exercice 8 - Une piscine réduite

Une piscine contient 60 m^3 d'eau. On construit un modèle réduit au $\frac{1}{10}$.

- a) Quel volume contient le modèle ?
- b) Quelle proportion de la surface de bâche faut-il ?

Exercice 9 - Deux triangles semblables

Deux triangles semblables ont des aires de 48 cm^2 et 27 cm^2 .

- a) Calculer le rapport des aires.
- b) En déduire le rapport des longueurs.
- c) Si le grand a un côté de 12 cm, combien mesure le côté correspondant du petit ?

Exercice 10 - Une boîte agrandie

Une boîte parallélépipédique mesure 20 cm sur 15 cm sur 10 cm. On l'agrandit d'un rapport 1,5.

- a) Calculer le volume initial et le volume final.
- b) Vérifier le rapport.
- c) Calculer l'augmentation de la surface de carton.

Exercice 11 - Deux pizzas

Une pizza de 26 cm de diamètre coûte 9 €. Une pizza de 39 cm coûte 18 €.

- a) Quel est le rapport des diamètres ?
- b) Quel est le rapport des surfaces ?
- c) Laquelle est la plus avantageuse ?

Exercice 12 - Un rapport à trouver

Une homothétie transforme une figure d'aire 7 cm^2 en une figure d'aire 175 cm^2 .

- a) Quel est le rapport des longueurs ?
- b) Quel serait le rapport des volumes des solides correspondants ?

Exercice 13 - Comparer deux maquettes

Une maquette A est au $\frac{1}{50}$, une maquette B au $\frac{1}{100}$.

- a) Quel est le rapport entre les longueurs de A et de B ?
- b) Quel est le rapport de leurs volumes ?

Exercice 14 - Le prix de la peinture

Peindre une maquette de 30 cm coûte 6 € de peinture. Combien coûterait la peinture d'un modèle identique de 45 cm ?

Exercice 15 - Repérer les trois erreurs

Un élève écrit, pour une homothétie de rapport $\frac{1}{2}$: « le périmètre est divisé par 4, l'aire par 2, le volume par 6 ». Corriger les trois affirmations.

Exercice 16 - Synthèse : une fusée miniature

Une fusée réelle mesure 70 m de haut et pèse 750 tonnes. Une réplique fidèle mesure 1,4 m.

- a) Calculer le rapport de réduction.
- b) Quelle masse aurait la réplique si elle était faite des mêmes matériaux ?
- c) Quelle proportion de la surface extérieure faut-il peindre ?
- d) Commenter le résultat de b).