Plaquette 1 – Rapport, images et effets sur les mesures

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

On construit l'image d'un point par une homothétie, on retrouve le rapport, on distingue agrandissement et réduction, et on applique la règle essentielle : les longueurs sont multipliées par $|k|$, les aires par k^2, les volumes par k^3. Les problèmes portent sur les maquettes, les échelles et les photocopies.

Exercice 1 – Image d'un point sur une droite

Les points O et A sont tels que $OA = 2$ cm. On note A' l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.

a) Où se trouve le point A' ? Calculer OA'.

b) Calculer la distance AA'.



Le centre O, le point A et son image A′

Exercice 2 – Une réduction de rapport négatif

On donne deux points O et B avec $OB = 6$ cm. On construit l'image B' de B par l'homothétie de centre O et de rapport $-0{,}5$.

a) Où se trouve B' ? Calculer OB'.

b) Calculer BB'.

c) S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ?



Le centre O, le point B et son image B′

Exercice 3 – Rapport négatif

On applique à un segment $[AB]$ de longueur 2 cm l'homothétie de centre O et de rapport -3. On note $[A'B']$ son image.

a) Calculer $A'B'$.

b) Les droites (AB) et $(A'B')$ sont-elles parallèles ?

c) Où se trouvent A' et B' par rapport à O ?

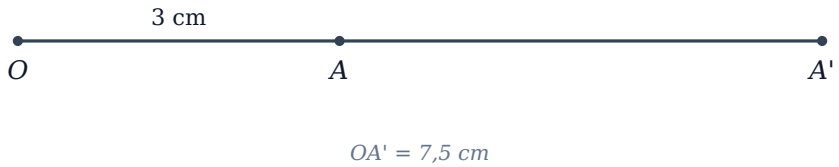
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Retrouver le rapport

Une homothétie de centre O transforme A en A' avec $OA = 3$ cm et $OA' = 7{,}5$ cm, les points A et A' étant du même côté de O.

a) Déterminer le rapport k.

b) S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ?



Exercice 5 – Longueurs d'une figure image

Un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm et $AC = 4$ cm a pour image un triangle $A'B'C'$ par une homothétie de rapport $k = 0{,}6$.

Calculer les longueurs du triangle image et son périmètre.

Exercice 6 – Effet sur une aire

Un triangle d'aire 12 cm² est agrandi par une homothétie de rapport 3.

a) Quelle est l'aire du triangle image ?

b) Et si le rapport était -3 ?

Exercice 7 – Effet sur un volume

Un solide de volume 40 cm³ subit une homothétie de rapport 2.

a) Quel est le volume de l'image ?

b) Quel rapport faudrait-il pour que le volume soit multiplié par 27 ?

Exercice 8 – Reconnaître une transformation

Décrire la transformation correspondant à chaque homothétie de centre O.

a) $k = 1$

b) $k = -1$

c) $k = \frac{1}{2}$

d) $k = -4$

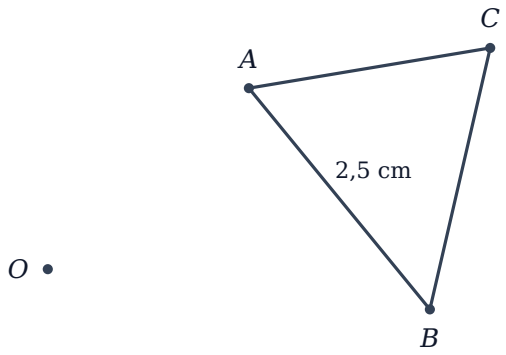
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Image d’un segment, rapport négatif

Les points O, A et B ne sont pas alignés, avec $OA = 2$ cm, $OB = 3$ cm et $AB = 2{,}5$ cm. On applique l’homothétie de centre O et de rapport $-1{,}5$.

a) Calculer OA', OB' et $A'B'$.

b) Que peut-on dire des droites (AB) et $(A'B')$?



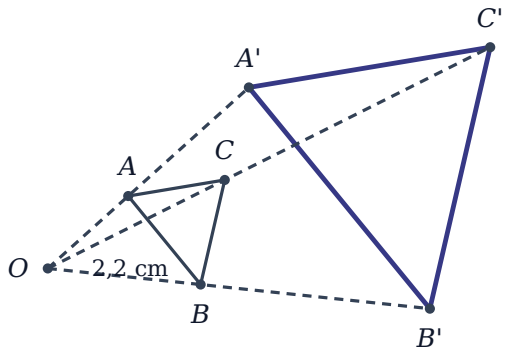
Le centre O et le triangle de départ

Exercice 10 – Reconnaître une homothétie

Sur les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$, on place A' et B' avec $OA = 2$ cm, $OA' = 5$ cm, $OB = 3$ cm et $OB' = 7{,}5$ cm. On mesure $AB = 2{,}2$ cm.

a) Existe-t-il une homothétie de centre O qui transforme A en A' et B en B' ? Préciser son rapport.

b) En déduire $A'B'$.



C et C' ne servent pas dans cet exercice

Exercice 11 – Une réduction de rapport 0,4

Un triangle a un périmètre de 30 cm et une aire de 50 cm². On lui applique une homothétie de rapport 0,4.

a) S’agit-il d’un agrandissement ou d’une réduction ?

b) Calculer le périmètre et l’aire du triangle image.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

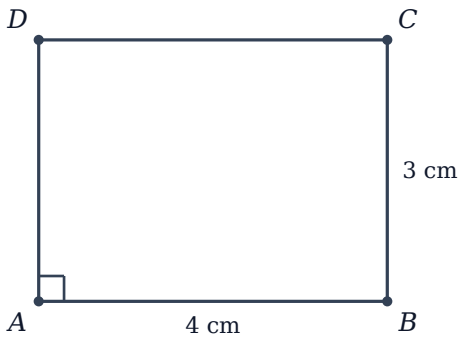
Exercice 12 – Agrandir un logo

Un logo rectangulaire mesure 4 cm de large et 3 cm de haut. On veut l'agrandir sans le déformer pour qu'il mesure 10 cm de large.

a) Quel est le rapport d'agrandissement ?

b) Quelle sera sa hauteur ?

c) Par combien son aire est-elle multipliée ?



Le logo avant agrandissement

Exercice 13 – Problème : une maquette

Une maquette d'immeuble est réalisée à l'échelle $\frac{1}{50}$.

a) L'immeuble réel mesure 12 m de haut : quelle est la hauteur de la maquette ?

b) Une fenêtre de la maquette mesure 2,4 cm de large : quelle est la largeur réelle ?

c) L'aire d'une façade réelle est de 60 m². Quelle est l'aire correspondante sur la maquette, en cm² ?

Exercice 14 – Problème : photocopie agrandie

On photocopie un document en choisissant un agrandissement de 140 %.

a) Un texte de 12 cm de large devient large de combien ?

b) De quel pourcentage l'aire de la page imprimée augmente-t-elle ?

c) Quel réglage faudrait-il choisir pour revenir exactement à la taille d'origine ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

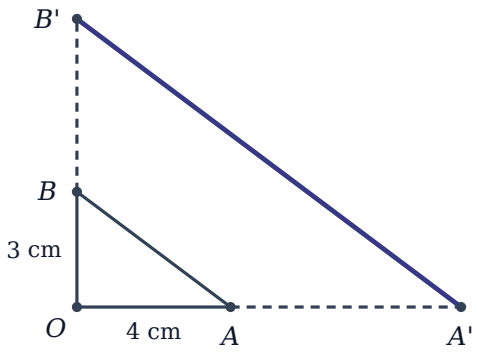
Exercice 15 – Synthèse : un triangle et son image

Le triangle OAB est rectangle en O, avec $OA = 4$ cm et $OB = 3$ cm. On lui applique l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.

a) Calculer OA', OB' et AB, puis $A'B'$.

b) Calculer le périmètre des deux triangles. Par quel nombre a-t-il été multiplié ?

c) Calculer l'aire du triangle OAB, puis celle de $OA'B'$ de deux façons.



Le triangle OAB et son image OA′B′

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).