

Plaquette 1 - Rapport, images et effets sur les mesures

Homothéties — Troisième

Exercices

Méthode

On construit l'image d'un point par une homothétie, on retrouve le rapport, on distingue agrandissement et réduction, et on applique la règle essentielle : les longueurs sont multipliées par $|k|$, les aires par k^2 , les volumes par k^3 . Les problèmes portent sur les maquettes, les échelles et les photocopies.

Exercice 1 - Image d'un point, centre à l'origine

Dans un repère, on considère l'homothétie de centre $O(0 ; 0)$ et de rapport $k = 2$. Déterminer les images de $A(3 ; -1)$ et $B(-2 ; 4)$.

Exercice 2 - Centre quelconque

Déterminer l'image de $A(2 ; 4)$ par l'homothétie de centre $O(1 ; 2)$ et de rapport $k = 3$.

Exercice 3 - Rapport négatif

Déterminer l'image de $B(2 ; 3)$ par l'homothétie de centre $O(0 ; 0)$ et de rapport $k = -2$. Où se situe l'image par rapport à O ?

Exercice 4 - Retrouver le rapport

Une homothétie de centre O transforme A en A' avec $OA = 3$ cm et $OA' = 7,5$ cm, les points A et A' étant du même côté de O .

- Déterminer le rapport k .
- S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ?

Exercice 5 - Longueurs d'une figure image

Un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm et $AC = 4$ cm a pour image un triangle $A'B'C'$ par une homothétie de rapport $k = 0,6$.

Calculer les longueurs du triangle image et son périmètre.

Exercice 6 - Effet sur une aire

Un triangle d'aire 12 cm² est agrandi par une homothétie de rapport 3 .

- Quelle est l'aire du triangle image ?
- Et si le rapport était -3 ?

Exercice 7 - Effet sur un volume

Un solide de volume 40 cm³ subit une homothétie de rapport 2 .

- Quel est le volume de l'image ?

b) Quel rapport faudrait-il pour que le volume soit multiplié par 27 ?

Exercice 8 - Reconnaître une transformation

Décrire la transformation correspondant à chaque homothétie de centre O .

- a) $k = 1$
- b) $k = -1$
- c) $k = \frac{1}{2}$
- d) $k = -4$

Exercice 9 - Problème : une maquette

Une maquette d'immeuble est réalisée à l'échelle $\frac{1}{50}$.

- a) L'immeuble réel mesure 12 m de haut : quelle est la hauteur de la maquette ?
- b) Une fenêtre de la maquette mesure 2,4 cm de large : quelle est la largeur réelle ?
- c) L'aire d'une façade réelle est de 60 m². Quelle est l'aire correspondante sur la maquette, en cm² ?

Exercice 10 - Problème : photocopie agrandie

On photocopie un document en choisissant un agrandissement de 140 %.

- a) Un texte de 12 cm de large devient large de combien ?
- b) De quel pourcentage l'aire de la page imprimée augmente-t-elle ?
- c) Quel réglage faudrait-il choisir pour revenir exactement à la taille d'origine ?

Exercice 11 - Synthèse : coordonnées et aires

Dans un repère, on considère le triangle OAB avec $O(0 ; 0)$, $A(4 ; 0)$ et $B(0 ; 3)$, puis l'homothétie de centre O et de rapport $k = 2,5$.

- a) Déterminer les coordonnées de A' et B' .
- b) Calculer l'aire du triangle OAB , puis celle de $OA'B'$ de deux façons.