

Plaquette 1 - Images, antécédents et lectures

Notion de fonction — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vocabulaire et méthodes du cours.

- Une **fonction** f associe à chaque nombre x un unique nombre noté $f(x)$, appelé **image** de x par f .
- Si $f(a) = b$: b est l'image de a , et a est un **antécédent** de b .
- Calculer une image : on **remplace** x par la valeur dans l'expression de f .
- Chercher un antécédent de k : on **résout l'équation** $f(x) = k$.
- Une image est unique ; un nombre peut en revanche avoir **plusieurs antécédents** (ou aucun).
- Lecture graphique : l'image de a se lit sur l'axe des ordonnées à la verticale de a ; les antécédents de k se lisent en cherchant les points de la courbe d'ordonnée k .
- Notations : $f : x \mapsto 3x - 5$ se lit « f qui à x associe $3x - 5$ », et $f(x) = 3x - 5$.

Correction de l'exercice 1 - Calculer des images

On remplace x par chaque valeur, en respectant les priorités et les signes.

- $f(0) = 3 \times 0 - 5 = -5$.
- $f(4) = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$.
- $f(-2) = 3 \times (-2) - 5 = -6 - 5 = -11$.
- $f(0,5) = 3 \times 0,5 - 5 = 1,5 - 5 = -3,5$.

Réponse. -5 ; 7 ; -11 ; $-3,5$.

Correction de l'exercice 2 - Fonction avec un carré

- $g(0) = 0 - 0 = 0$.
- $g(2) = 4 - 8 = -4$.
- $g(-3) = (-3)^2 - 4 \times (-3) = 9 + 12 = 21$.
- $g(5) = 25 - 20 = 5$.

Piège. $(-3)^2 = 9$ (et non -9) : le carré d'un nombre négatif est positif. Et $-4 \times (-3) = +12$.

Réponse. 0 ; -4 ; 21 ; 5 .

Correction de l'exercice 3 - Chercher un antécédent

Chercher un antécédent de k , c'est résoudre l'équation $f(x) = k$.

a) $3x - 5 = 7$ donne $3x = 12$, donc $x = 4$.

— Cohérent avec l'exercice 1, où l'on avait trouvé $f(4) = 7$.

b) $3x - 5 = -2$ donne $3x = 3$, donc $x = 1$.

— Vérification : $f(1) = 3 - 5 = -2$. Correct.

Réponse. a) $x = 4$ · b) $x = 1$.

Correction de l'exercice 4 - Plusieurs antécédents

On résout $h(x) = k$, c'est-à-dire $x^2 = k$.

- $x^2 = 9$: deux solutions, $x = 3$ et $x = -3$. Le nombre 9 a donc **deux** antécédents.
- $x^2 = 0$: une seule solution, $x = 0$.
- $x^2 = -5$: un carré est toujours positif ou nul, donc **aucun** antécédent.
- À retenir : une image est toujours unique, mais le nombre d'antécédents peut être 0, 1, 2 ou plus.

Réponse. 9 : -3 et 3 · 0 : 0 · -5 : aucun.

Correction de l'exercice 5 - Lire un tableau de valeurs

- a) On lit dans la colonne $x = -1$: l'image de -1 est 0.
- b) On cherche les colonnes où $f(x) = -3$: cela se produit pour $x = 0$ et $x = 2$. Ce sont deux antécédents de -3.
- c) La plus petite valeur du tableau est -4, obtenue pour $x = 1$. D'après ce tableau, le minimum semble être -4, atteint en $x = 1$ — le tableau ne permet toutefois pas de l'affirmer pour toutes les valeurs de x .
- Remarque : les valeurs sont symétriques autour de $x = 1$ ($f(0) = f(2)$, $f(-1) = f(3)$), ce qui est caractéristique d'une fonction du type $x \mapsto (x - 1)^2 - 4$.

Réponse. a) 0 · b) 0 et 2 · c) -4 pour $x = 1$.

Correction de l'exercice 6 - Compléter un tableau de valeurs

On calcule chaque image en remplaçant x .

- $f(-2) = 2 \times 4 - 3 = 5$;
- $f(-1) = 2 \times 1 - 3 = -1$;
- $f(0) = -3$;
- $f(1) = 2 - 3 = -1$;
- $f(3) = 2 \times 9 - 3 = 15$.

x	-2	-1	0	1	3
$f(x)$	5	-1	-3	-1	15

- On remarque que $f(-1) = f(1)$: deux nombres opposés ont la même image, car seul x^2 intervient.

Réponse. 5 ; -1 ; -3 ; -1 ; 15.

Correction de l'exercice 7 - Notation et vocabulaire

- a) L'image de 3 s'écrit $f(3)$, donc la phrase se traduit par $f(3) = 1$. On vérifie : $4 - 3 = 1$.
- b) L'égalité $f(-2) = 6$ se lit : « l'image de -2 par f est 6 » (ou « -2 est un antécédent de 6 »). Contrôle : $4 - (-2) = 6$.
- c) Dire que 0 est un antécédent de 4 signifie $f(0) = 4$. Contrôle : $4 - 0 = 4$. Vrai.

À retenir. Le nombre écrit **entre parenthèses** est l'antécédent ; le résultat est l'image.

Réponse. a) $f(3) = 1$ · b) l'image de -2 est 6 · c) $f(0) = 4$.

Correction de l'exercice 8 - Lecture graphique décrite

- a) Le point $A(-3; 2)$ appartient à la courbe, donc $f(-3) = 2$. De même, $D(2; 1)$ donne $f(2) = 1$.
- b) Le point $C(0; -3)$ a pour ordonnée -3 : donc 0 est un antécédent de -3 .
- c) Non. Aucun des points donnés n'a pour abscisse 1 : on ne connaît pas $f(1)$. On peut seulement dire qu'entre B et D , la fonction passe de -2 à 1 , donc elle prend probablement la valeur 0 quelque part, mais pas nécessairement en $x = 1$.

Méthode. Une lecture graphique ne donne que ce qui est **effectivement lisible** : on ne devine pas les valeurs intermédiaires.

Réponse. a) $f(-3) = 2$ et $f(2) = 1$ · b) 0 · c) non, $f(1)$ n'est pas connu.

Correction de l'exercice 9 - Situation concrète : périmètre d'un carré

- a) Un carré a quatre côtés égaux, donc $P(x) = 4x$.
- b) $P(3,5) = 4 \times 3,5 = 14$.
- Interprétation : un carré de côté $3,5$ cm a un périmètre de 14 cm.
- c) On cherche un antécédent de 26 : on résout $4x = 26$.
- $x = \frac{26}{4} = 6,5$ cm.
- Vérification : $4 \times 6,5 = 26$ cm. Correct.
- Remarque : seules les valeurs $x > 0$ ont un sens ici, même si la formule $4x$ est définie pour tout x .

Réponse. a) $P(x) = 4x$ · b) 14 cm · c) $6,5$ cm.

Correction de l'exercice 10 - Situation concrète : facture d'électricité

- a) $f(x) = 0,18x + 12$.
- b) $f(250) = 0,18 \times 250 + 12 = 45 + 12 = 57$ €.
- c) On résout $f(x) = 75$:
- $0,18x + 12 = 75$, donc $0,18x = 63$.
- $x = \frac{63}{0,18} = 350$ kWh.
- Vérification : $0,18 \times 350 + 12 = 63 + 12 = 75$ €. Correct.

Réponse. a) $f(x) = 0,18x + 12$ · b) 57 € · c) 350 kWh.

Correction de l'exercice 11 - Synthèse : vrai ou faux

- a) **Vrai.** $f(-2) = 4 - 1 = 3$.
- b) **Faux.** On résout $x^2 - 1 = 3$, soit $x^2 = 4$: deux antécédents, 2 et -2 .
- c) **Vrai.** $f(0) = 0 - 1 = -1$.
- d) **Faux.** On résout $x^2 - 1 = -2$, soit $x^2 = -1$: impossible, donc -2 n'a aucun antécédent. (Le plus petit résultat possible est -1 , atteint en $x = 0$.)

Réponse. a) vrai · b) faux (deux antécédents) · c) vrai · d) faux.