

Plaquette 5 – Modéliser une situation par une fonction

Notion de fonction — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les quatre temps.

Temps	Ce qu'on écrit
choisir la variable	« Soit x le nombre de ... », avec l'unité
écrire la fonction	$f(x) = \dots$, en justifiant chaque terme
répondre	image si on connaît x , antécédent si on connaît $f(x)$
conclure	une phrase avec l'unité, et un contrôle de vraisemblance

Reconnaître le type de fonction.

Situation	Fonction
grandeur proportionnelle	linéaire, $f(x) = ax$
part fixe plus part variable	affine, $f(x) = ax + b$
aire d'une figure dont un côté varie	avec un x^2
volume d'un solide dont une arête varie	avec un x^2 ou un x^3

Traduire une question.

Question de l'énoncé	Travail mathématique
« combien coûte ... pour 12 ... ? »	calculer $f(12)$
« pour quel nombre le coût vaut-il 48 € ? »	résoudre $f(x) = 48$
« à partir de quand dépasse-t-on ... ? »	résoudre une inéquation
« quel est le maximum ? »	mettre sous forme canonique

Le domaine de validité. Un nombre d'objets est un entier positif ; une longueur est positive ; une durée aussi. On précise ces contraintes et on rejette ensuite les solutions qui ne les respectent pas.

Forme canonique pour un maximum. Si $f(x) = x(a - x)$, alors

$$f(x) = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

le maximum vaut $\left(\frac{a}{2}\right)^2$, atteint pour $x = \frac{a}{2}$.

Correction de l'exercice 1 – Un abonnement de sport

a) **Part fixe** : 25 € ✓

— **Part variable** : $6x$ ✓

— **Fonction** :

$$f(x) = 6x + 25$$

- **Nature** : fonction affine ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: 25 €, l'inscription seule ✓

b) **Calcul de** $f(12)$: $72 + 25$ ✓

- **Coût** :

$$97 \text{ €}$$

- **Coût moyen par séance** : $\frac{97}{12} \approx 8,08 \text{ €}$ ✓

c) **Traduction** : on cherche l'antécédent de 145 ✓

- **Équation** : $6x + 25 = 145$ ✓
- **On retranche 25** : $6x = 120$ ✓
- **Nombre de séances** :

$$x = 20$$

- **Vérification** : $120 + 25 = 145 \text{ €}$ ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : 20 est un entier positif ✓
- **Coût moyen par séance** : $\frac{145}{20} = 7,25 \text{ €}$ ✓
- **Comparaison avec b)** : le coût moyen a baissé ✓
- **Explication** : l'inscription se répartit sur plus de séances ✓
- **Coût moyen pour 50 séances** : $\frac{325}{50} = 6,50 \text{ €}$ ✓
- **Limite** : il ne descendra jamais en dessous de 6 € ✓

Réponse. a) $f(x) = 6x + 25$ · b) 97 € · c) 20 séances.

Correction de l'exercice 2 - Le périmètre d'un carré

a) **Périmètre** : quatre côtés égaux ✓

- **Expression** :

$$P(x) = 4x$$

- **Nature** : fonction linéaire ✓
- **Aire** : côté au carré ✓
- **Expression** :

$$A(x) = x^2$$

- **Nature** : non linéaire ✓

b) **Calcul de** $P(7)$: 28 cm ✓

- **Calcul de** $A(7)$: 49 cm² ✓

c) **Équation du périmètre** : $4x = 48$ ✓

- **Côté** :

$$x = 12 \text{ cm}$$

- **Vérification** : $4 \times 12 = 48 \text{ cm}$ ✓
- **Équation de l'aire** : $x^2 = 49$ ✓
- **Solutions mathématiques** : 7 et -7 ✓
- **Rejet** : un côté est positif ✓
- **Côté** :

$$x = 7 \text{ cm}$$

- **Vérification** : $7^2 = 49 \text{ cm}^2$ ✓
- **Observation** : doubler le côté double le périmètre ✓
- **Contrôle** : $P(14) = 56$, soit le double de 28 ✓
- **En revanche** : doubler le côté **quadruple** l'aire ✓
- **Contrôle** : $A(14) = 196$, soit quatre fois 49 ✓
- **Explication** : l'aire dépend du carré du côté ✓

Réponse. a) $P(x) = 4x$ et $A(x) = x^2$ · b) 28 cm et 49 cm² · c) 12 cm et 7 cm.

Correction de l'exercice 3 - Le taxi

a) **Part fixe** : 3,50 € ✓

— **Part variable** : $1,2d$ ✓

— **Fonction** :

$$p(d) = 1,2d + 3,5$$

— **Nature** : affine ✓

— **Contrôle en** $d = 0$: 3,50 € ✓

b) **Calcul de** $p(8)$: $9,6 + 3,5$ ✓

— **Prix** :

$$13,10 \text{ €}$$

— **Prix moyen au kilomètre** : $\frac{13,1}{8} \approx 1,64 \text{ €}$ ✓

c) **Équation** : $1,2d + 3,5 = 21,5$ ✓

— **On retranche** 3,5 : $1,2d = 18$ ✓

— **On divise par** 1,2 :

$$d = 15 \text{ km}$$

— **Vérification** : $18 + 3,5 = 21,50 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle de vraisemblance** : une distance positive ✓

— **Prix moyen au kilomètre** : $\frac{21,5}{15} \approx 1,43 \text{ €}$ ✓

— **Comparaison avec b)** : le prix moyen baisse avec la distance ✓

— **Explication** : la prise en charge se dilue ✓

— **Prix pour 100 km** : $120 + 3,5 = 123,50 \text{ €}$ ✓

— **Prix moyen** : 1,235 € par kilomètre ✓

— **Limite** : il tend vers 1,20 € sans jamais l'atteindre ✓

Réponse. a) $p(d) = 1,2d + 3,5$ · b) 13,10 € · c) 15 km.

Correction de l'exercice 4 - Le rectangle de périmètre fixé

a) **Demi-périmètre** : 12 cm ✓

— **Largeur** : $12 - x$ ✓

— **Contrainte** : $0 < x < 12$ ✓

— **Aire** :

$$A(x) = x(12 - x)$$

— **Forme développée** : $12x - x^2$ ✓

b) **Calcul de** $A(8)$: 8×4 ✓

- **Résultat** : 32 cm^2 ✓
- **Calcul de $A(5)$** : 5×7 ✓
- **Résultat** : 35 cm^2 ✓
- **Observation** : l'aire n'augmente pas avec la longueur ✓

c) **Méthode** : forme canonique ✓

- **Réécriture** : $-(x^2 - 12x)$ ✓
- **Début de carré** : $x^2 - 12x = (x - 6)^2 - 36$ ✓
- **Substitution** :

$$A(x) = 36 - (x - 6)^2$$

- **Contrôle du développement** : $36 - x^2 + 12x - 36 = 12x - x^2$ ✓
- **Argument** : $(x - 6)^2 \geq 0$ ✓
- **Conséquence** : $A(x) \leq 36$ ✓
- **Aire maximale** :

$$36 \text{ cm}^2$$

- **Longueur qui la réalise** : $x = 6 \text{ cm}$ ✓
- **Largeur correspondante** : 6 cm ✓
- **Forme du rectangle** : un carré ✓
- **Vérification du périmètre** : $4 \times 6 = 24 \text{ cm}$ ✓
- **Contrôle** : $6^2 = 36 \text{ cm}^2$ ✓

Réponse. a) $A(x) = x(12 - x)$ · b) 32 et 35 cm^2 · c) 36 cm^2 , pour un carré de 6 cm .

Correction de l'exercice 5 - La boîte sans couvercle

- a) **Aire de la base** : x^2 ✓
- **Volume** : base par hauteur ✓
 - **Expression** :

$$V(x) = 4x^2$$

- **Faces latérales** : quatre rectangles de x sur 4 ✓
- **Aire latérale** : $16x$ ✓
- **Aire de carton** :

$$C(x) = x^2 + 16x$$

- b) **Calcul de $V(6)$** : 4×36 ✓
- **Volume** : 144 cm^3 ✓
 - **Calcul de $C(6)$** : $36 + 96$ ✓
 - **Aire de carton** : 132 cm^2 ✓

- c) **Équation** : $4x^2 = 324$ ✓
- **On divise par 4** : $x^2 = 81$ ✓
 - **Solutions mathématiques** : 9 et -9 ✓
 - **Rejet** : un côté est positif ✓
 - **Côté** :

$$x = 9 \text{ cm}$$

- **Vérification** : $4 \times 81 = 324 \text{ cm}^3$ ✓
- **Aire de carton correspondante** : $81 + 144 = 225 \text{ cm}^2$ ✓

- **Volume en litres** : $324 \text{ cm}^3 = 0,324 \text{ L}$ ✓
- **Observation** : multiplier le côté par 1,5 multiplie le volume par 2,25 ✓
- **Contrôle** : $\frac{324}{144} = 2,25$ ✓
- **Explication** : le volume dépend du **carré** du côté ✓

Réponse. a) $V(x) = 4x^2$ et $C(x) = x^2 + 16x$ · b) 144 cm^3 et 132 cm^2 · c) $x = 9 \text{ cm}$.

Correction de l'exercice 6 - Deux forfaits téléphoniques

a) **Coût du forfait A** : constant ✓

— **Expression** :

$$f(t) = 15$$

- **Nature** : fonction constante ✓
- **Coût du forfait B** : part fixe plus part variable ✓
- **Expression** :

$$g(t) = 0,25t + 5$$

— **Nature** : affine ✓

b) **Coût de A** : 15 € quelle que soit la durée ✓

- **Calcul de $g(30)$** : $7,5 + 5$ ✓
- **Coût de B** : 12,50 € ✓
- **Comparaison** : B est moins cher ✓
- **Économie** : 2,50 € ✓

c) **Égalité des coûts** : $0,25t + 5 = 15$ ✓

- **On retranche 5** : $0,25t = 10$ ✓
- **Durée du seuil** :

$$t = 40 \text{ minutes}$$

- **Vérification** : $10 + 5 = 15$ € ✓
- **Au-delà de 40 min** : le forfait A devient plus avantageux ✓
- **Contrôle à 60 min** : B donne $15 + 5 = 20$ € ✓
- **Économie avec A** : 5 € ✓
- **Contrôle à 100 min** : B donne $25 + 5 = 30$ € ✓
- **Économie avec A** : 15 € ✓
- **En dessous de 40 min** : le forfait B l'emporte ✓
- **Contrôle à 10 min** : B donne $2,5 + 5 = 7,50$ € ✓
- **Interprétation** : A protège des grosses consommations ✓

Réponse. a) $f(t) = 15$ et $g(t) = 0,25t + 5$ · b) 15 € et 12,50 € · c) au-delà de 40 minutes.

Correction de l'exercice 7 - La remise sur un article

a) **Coefficient multiplicateur** : $1 - 0,3$ ✓

- **Valeur** : 0,7 ✓
- **Fonction** :

$$f(p) = 0,7p$$

- **Nature** : fonction **linéaire** ✓
- **Contrôle en $p = 0$** : 0 € ✓

— **Interprétation** : un article gratuit reste gratuit ✓

b) **Calcul de $f(85)$** : $0,7 \times 85$ ✓

— **Prix payé** :

$$59,50 \text{ €}$$

— **Montant de la remise** : $85 - 59,5 = 25,50 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle** : $0,3 \times 85 = 25,50 \text{ €}$ ✓

c) **Traduction** : on cherche l'antécédent de 63 ✓

— **Équation** : $0,7p = 63$ ✓

— **On divise par 0,7** :

$$p = 90 \text{ €}$$

— **Vérification** : $0,7 \times 90 = 63 \text{ €}$ ✓

— **Montant de la remise** : 27 € ✓

— **Contrôle** : $0,3 \times 90 = 27 \text{ €}$ ✓

— **Erreur classique** : ajouter 30 % à 63 € ✓

— **Ce que cela donnerait** : 81,90 € ✓

— **Pourquoi c'est faux** : la remise porte sur le prix **affiché** ✓

— **Coefficient de retour** : $\frac{1}{0,7} \approx 1,4286$ ✓

— **Contrôle** : $63 \times 1,4286 \approx 90 \text{ €}$ ✓

Réponse. a) $f(p) = 0,7p$ · b) 59,50 € · c) 90 €.

Correction de l'exercice 8 - La chute d'un objet

a) **Calcul de $d(1)$** : 5×1 ✓

— **Résultat** : 5 m ✓

— **Calcul de $d(2)$** : 5×4 ✓

— **Résultat** : 20 m ✓

— **Calcul de $d(3)$** : 5×9 ✓

— **Résultat** :

$$45 \text{ m}$$

b) **Équation** : $5t^2 = 80$ ✓

— **On divise par 5** : $t^2 = 16$ ✓

— **Solutions mathématiques** : 4 et -4 ✓

— **Rejet** : une durée est positive ✓

— **Durée** :

$$t = 4 \text{ secondes}$$

— **Vérification** : $5 \times 16 = 80 \text{ m}$ ✓

c) **Test de proportionnalité** : on compare les quotients ✓

— **Pour $t = 1$** : $\frac{5}{1} = 5$ ✓

— **Pour $t = 2$** : $\frac{20}{2} = 10$ ✓

— **Constat** : les quotients diffèrent ✓

— **Conclusion** :

non, ce n'est pas proportionnel

- **Autre argument** : doubler la durée **quadruple** la distance ✓
- **Contrôle** : $d(2) = 4 \times d(1)$ ✓
- **Et** : $d(4) = 80 = 4 \times d(2)$ ✓
- **Distance parcourue pendant la 3^e seconde** : $45 - 20$ ✓
- **Résultat** : 25 m ✓
- **Distance pendant la 1^{re} seconde** : 5 m ✓
- **Interprétation** : l'objet accélère ✓

Réponse. a) 5, 20 et 45 m · b) 4 secondes · c) non, la distance dépend du carré du temps.

Correction de l'exercice 9 - Le bénéfice d'un artisan

a) **Bénéfice** : recette moins coûts ✓

— **Expression** : $30x - (x^2 + 200)$ ✓

— **Suppression de la parenthèse** :

$$B(x) = -x^2 + 30x - 200$$

b) **Calcul de $B(10)$** : $-100 + 300 - 200$ ✓

— **Résultat** : 0 € ✓

— **Interprétation** : à 10 objets, l'artisan rentre tout juste dans ses frais ✓

— **Calcul de $B(25)$** : $-625 + 750 - 200$ ✓

— **Résultat** : -75 € ✓

— **Interprétation** : à 25 objets, il perd de l'argent ✓

— **Explication** : les coûts croissent plus vite que la recette ✓

c) **Méthode** : forme canonique ✓

— **Mise en facteur** : $-(x^2 - 30x + 200)$ ✓

— **Début de carré** : $x^2 - 30x = (x - 15)^2 - 225$ ✓

— **Substitution** : $-\left[(x - 15)^2 - 225 + 200\right]$ ✓

— **Réduction** :

$$B(x) = 25 - (x - 15)^2$$

— **Contrôle du développement** : $25 - x^2 + 30x - 225 = -x^2 + 30x - 200$ ✓

— **Argument** : $(x - 15)^2 \geq 0$ ✓

— **Bénéfice maximal** :

25 €

— **Nombre d'objets** : $x = 15$ ✓

— **Vérification** : $-225 + 450 - 200 = 25$ € ✓

— **Contrôle à 14 objets** : $-196 + 420 - 200 = 24$ € ✓

— **Contrôle à 16 objets** : $-256 + 480 - 200 = 24$ € ✓

— **Symétrie confirmée** ✓

Réponse. a) $B(x) = -x^2 + 30x - 200$ · b) 0 € et -75 € · c) 15 objets, pour 25 € de bénéfice.

Correction de l'exercice 10 - La pelouse à tondre

a) **Longueur restante** : $30 - 2x$ ✓

— **Largeur restante** : $20 - 2x$ ✓

— **Contrainte** : $0 \leq x < 10$ ✓

— **Aire de pelouse** :

$$P(x) = (30 - 2x)(20 - 2x)$$

— **Développement** : $600 - 60x - 40x + 4x^2$ ✓

— **Forme réduite** : $4x^2 - 100x + 600$ ✓

— **Contrôle en** $x = 0$: 600 m^2 , l'aire totale ✓

b) **Calcul de** $P(2)$: 26×16 ✓

— **Résultat** :

$$416 \text{ m}^2$$

— **Contrôle par la forme développée** : $16 - 200 + 600 = 416$ ✓

— **Concordance** ✓

c) **Observation** : la réponse est déjà connue par b) ✓

— **Première solution** : $x = 2 \text{ m}$ ✓

— **Recherche d'une éventuelle seconde solution** ✓

— **Équation** : $4x^2 - 100x + 600 = 416$ ✓

— **Passage à zéro** : $4x^2 - 100x + 184 = 0$ ✓

— **On divise par 4** : $x^2 - 25x + 46 = 0$ ✓

— **Recherche** : deux nombres de produit 46 et de somme 25 ✓

— **Décomposition** : $46 = 2 \times 23$ ✓

— **Somme** : 25 ✓

— **Factorisation** :

$$(x - 2)(x - 23) = 0$$

— **Seconde solution** : $x = 23$ ✓

— **Rejet** : l'allée dépasserait les dimensions du terrain ✓

— **Solution retenue** : $x = 2 \text{ m}$ ✓

— **Aire de l'allée** : $600 - 416 = 184 \text{ m}^2$ ✓

Réponse. a) $P(x) = (30 - 2x)(20 - 2x)$ · b) 416 m^2 · c) $x = 2 \text{ m}$.

Correction de l'exercice 11 - La consommation d'eau

a) **Part fixe** : 48 € ✓

— **Part variable** : $3,2v$ ✓

— **Fonction** :

$$f(v) = 3,2v + 48$$

b) **Calcul de** $f(60)$: $192 + 48$ ✓

— **Facture** :

$$240 \text{ €}$$

c) **Équation** : $3,2v + 48 = 432$ ✓

— **On retranche 48** : $3,2v = 384$ ✓

— **On divise par 3,2** :

$$v = 120 \text{ m}^3$$

— **Vérification** : $384 + 48 = 432 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle de vraisemblance** : 120 m^3 par an pour une famille, c'est plausible ✓

— **Consommation quotidienne** : $\frac{120\,000}{365} \approx 329$ litres ✓

d) **Prix moyen** : $\frac{432}{120}$ ✓

— **Résultat** :

$$3,60 \text{ €/m}^3$$

— **Comparaison avec le tarif** : $3,60 > 3,20$ ✓

— **Explication** : l'abonnement s'ajoute au prix du volume ✓

— **Écart** : 0,40 € par mètre cube ✓

— **Contrôle** : $\frac{48}{120} = 0,40$ € ✓

— **Prix moyen pour 60 m³** : $\frac{240}{60} = 4$ € ✓

— **Conclusion** : plus on consomme, plus le prix moyen baisse ✓

Réponse. a) $f(v) = 3,2v + 48$ · b) 240 € · c) 120 m³ · d) 3,60 € le mètre cube.

Correction de l'exercice 12 - Le triangle variable

a) **Formule** : base par hauteur, divisé par 2 ✓

— **Expression** :

$$A(x) = \frac{x(x+6)}{2}$$

— **Forme développée** : $\frac{x^2+6x}{2}$ ✓

— **Contrainte** : $x > 0$ ✓

b) **Calcul de A(4)** : $\frac{4 \times 10}{2}$ ✓

— **Résultat** : 20 cm² ✓

— **Calcul de A(10)** : $\frac{10 \times 16}{2}$ ✓

— **Résultat** :

$$80 \text{ cm}^2$$

c) **Équation** : $\frac{x(x+6)}{2} = 56$ ✓

— **On multiplie par 2** : $x(x+6) = 112$ ✓

— **Développement** : $x^2 + 6x = 112$ ✓

— **Passage à zéro** : $x^2 + 6x - 112 = 0$ ✓

— **Recherche** : deux nombres de produit -112 et de somme 6 ✓

— **Décomposition de 112** : $112 = 8 \times 14$ ✓

— **Candidats** : -8 et 14 ✓

— **Produit** : -112 ✓

— **Somme** : 6 ✓

— **Factorisation** :

$$(x-8)(x+14) = 0$$

— **Première solution** : $x = 8$ ✓

— **Seconde solution** : $x = -14$ ✓

— **Rejet** : une base est positive ✓

— **Base** : 8 cm ✓

— **Hauteur correspondante** : 14 cm ✓

— **Vérification** : $\frac{8 \times 14}{2} = 56 \text{ cm}^2$ ✓

Réponse. a) $A(x) = \frac{x(x+6)}{2}$ · b) 20 et 80 cm² · c) base de 8 cm.

Correction de l'exercice 13 - Le champ clôturé

a) **Clôture utilisée** : deux largeurs et une longueur ✓

— **Longueur des deux largeurs** : $2x$ ✓

— **Longueur le long du mur** :

$$200 - 2x$$

— **Contrainte** : $0 < x < 100$ ✓

— **Aire** :

$$A(x) = x(200 - 2x)$$

— **Forme développée** : $200x - 2x^2$ ✓

b) **Calcul de $A(40)$** : 40×120 ✓

— **Résultat** :

$$4800 \text{ m}^2$$

— **Contrôle par la forme développée** : $8000 - 3200 = 4800$ ✓

c) **Mise en facteur** : $A(x) = 2x(100 - x)$ ✓

— **Contrôle** : $2 \times (100x - x^2) = 200x - 2x^2$ ✓

— **Maximisation de $x(100 - x)$** ✓

— **Forme canonique** : $2500 - (x - 50)^2$ ✓

— **Contrôle du développement** : $2500 - x^2 + 100x - 2500 = 100x - x^2$ ✓

— **Argument** : $(x - 50)^2 \geq 0$ ✓

— **Maximum de $x(100 - x)$** : 2500 ✓

— **Aire maximale** :

$$5000 \text{ m}^2$$

— **Largeur qui la réalise** : $x = 50 \text{ m}$ ✓

— **Longueur correspondante** : $200 - 100 = 100 \text{ m}$ ✓

— **Vérification de l'aire** : $50 \times 100 = 5000 \text{ m}^2$ ✓

— **Vérification de la clôture** : $50 + 50 + 100 = 200 \text{ m}$ ✓

— **Comparaison avec b)** : $5000 > 4800$ ✓

— **Remarque** : la longueur vaut le double de la largeur ✓

Réponse. a) $A(x) = x(200 - 2x)$ · b) 4800 m² · c) 5000 m², pour $x = 50 \text{ m}$.

Correction de l'exercice 14 - Deux offres de livraison

a) **Coût du site A** : proportionnel ✓

— **Expression** :

$$f(n) = 4n$$

— **Coût du site B** : part fixe plus part variable ✓

— **Expression** :

$$g(n) = 2,5n + 9$$

b) **Condition** : $g(n) < f(n)$ ✓

- **Inéquation** : $2,5n + 9 < 4n$ ✓
- **On retranche** $2,5n$: $9 < 1,5n$ ✓
- **On divise par** 1,5, positif : $6 < n$ ✓
- **Solutions** : $n > 6$ ✓
- **Contrainte** : n est un entier ✓
- **Conclusion** :

$$n \geq 7 \text{ articles}$$

- **Contrôle à 6 articles** : A donne 24 €, B donne 24 € ✓
- **Constat** : égalité exacte ✓
- **Contrôle à 7 articles** : A donne 28 €, B donne 26,50 € ✓
- **Verdict** : B devient moins cher ✓

c) **Coût A pour 20 articles** : 80 € ✓

- **Coût B pour 20 articles** : $50 + 9$ ✓
- **Résultat** : 59 € ✓
- **Écart** :

$$21 \text{ €}$$

- **Conclusion** : le site B est nettement plus avantageux ✓
- **Contrôle** : $1,5 \times (20 - 6) = 21 \text{ €}$ ✓
- **Concordance avec l'écart calculé** ✓

Réponse. a) $f(n) = 4n$ et $g(n) = 2,5n + 9$ · b) à partir de 7 articles · c) 80 € contre 59 €, soit 21 € d'écart.

Correction de l'exercice 15 - Le carré inscrit

a) **Aire du grand carré** : 100 cm² ✓

- **Aire d'un coin** : x^2 ✓
- **Nombre de coins** : 4 ✓
- **Aire retirée** : $4x^2$ ✓
- **Aire restante** :

$$R(x) = 100 - 4x^2$$

- **Contrainte** : $0 \leq x \leq 5$ ✓
- **Raison** : au-delà de 5, les coins se chevaucheraient ✓

b) **Calcul de $R(2)$** : $100 - 16$ ✓

— **Résultat** :

$$84 \text{ cm}^2$$

- **Contrôle** : chaque coin retire 4 cm², soit 16 cm² au total ✓

c) **Équation** : $100 - 4x^2 = 64$ ✓

- **On retranche** 100 : $-4x^2 = -36$ ✓
- **On divise par** -4 : $x^2 = 9$ ✓
- **Solutions mathématiques** : 3 et -3 ✓
- **Rejet** : une longueur est positive ✓
- **Solution** :

$$x = 3 \text{ cm}$$

- **Vérification** : $4 \times 9 = 36 \text{ cm}^2$ retirés ✓
- **Aire restante** : $100 - 36 = 64 \text{ cm}^2$ ✓
- **Contrôle de la contrainte** : $3 \leq 5$ ✓
- **Cas limite** $x = 5$: aire retirée 100 cm^2 ✓
- **Aire restante** : 0 ✓
- **Interprétation** : les quatre coins couvrent tout le carré ✓
- **Aire maximale** : 100 cm^2 , pour $x = 0$ ✓

Réponse. a) $R(x) = 100 - 4x^2$ · b) 84 cm^2 · c) $x = 3 \text{ cm}$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : la location de salle

a) **Part fixe** : 180 € ✓

- **Part variable** : $12n$ ✓
- **Fonction** :

$$f(n) = 12n + 180$$

b) **Calcul de $f(25)$** : $300 + 180$ ✓

- **Coût total** :

$$480 \text{ €}$$

c) **Inéquation** : $12n + 180 \leq 600$ ✓

- **On retranche 180** : $12n \leq 420$ ✓
- **On divise par 12** : $n \leq 35$ ✓
- **Contrainte** : n est un entier ✓
- **Conclusion** :

35 participants

- **Contrôle à 35** : $420 + 180 = 600 \text{ €}$ ✓
- **Budget atteint exactement** ✓
- **Contrôle à 36** : $432 + 180 = 612 \text{ €}$ ✓
- **Verdict** : le budget serait dépassé ✓

d) **Coût par participant** : le total divisé par l'effectif ✓

- **Expression** :

$$g(n) = \frac{12n + 180}{n}$$

- **Forme équivalente** : $12 + \frac{180}{n}$ ✓
- **Calcul pour $n = 25$** : $\frac{480}{25}$ ✓
- **Résultat** : 19,20 € ✓
- **Contrôle par l'autre forme** : $12 + 7,2 = 19,20 \text{ €}$ ✓
- **Calcul pour $n = 50$** : $12 + 3,6$ ✓
- **Résultat** :

$$15,60 \text{ €}$$

- **Contrôle** : $\frac{780}{50} = 15,60 \text{ €}$ ✓
- **Observation** : le coût par participant **diminue** ✓
- **Explication** : la part fixe se répartit sur plus de monde ✓

- **Limite** : il tend vers 12 € sans jamais l'atteindre ✓
- **Contrôle à 180 participants** : $12 + 1 = 13$ € ✓

Réponse. a) $f(n) = 12n + 180$ · b) 480 € · c) 35 participants · d) 19,20 € puis 15,60 €.