

Plaquette 3 – Événement contraire, réunion et « au moins un »

Probabilités — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Événement contraire. L'événement contraire de A , noté $\bar{A}$, est réalisé exactement quand A ne l'est pas.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Événement	Son contraire
« obtenir un 6 »	« ne pas obtenir de 6 »
« au moins un pile »	« aucun pile »
« au moins un défaut »	« aucun défaut »
« plus de 10 »	« au plus 10 »

Le réflexe « au moins un ». Compter directement « au moins un » oblige à distinguer un, deux, trois cas... Son contraire, « aucun », est un cas unique.

$$P(\text{au moins un}) = 1 - P(\text{aucun})$$

Événements incompatibles. Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se produire en même temps. Dans ce cas :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

Quand ils ne sont pas incompatibles, on retranche ce qui est compté deux fois :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B)$$

Vocabulaire	Traduction
« ou »	réunion, au moins l'un des deux
« et »	intersection, les deux à la fois
« ni ... ni ... »	contraire du « ou »

Attention aux bornes. Une probabilité reste entre 0 et 1. Une somme qui dépasse 1 signale une addition abusive : les événements n'étaient pas incompatibles.

Correction de l'exercice 1 – Le contraire d'un événement

- **Formule** : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ✓
- **Calcul de a)** : $1 - 0,42$ ✓
- **Résultat** : $0,58$ ✓
- **Contrôle** : $0,42 + 0,58 = 1$ ✓
- **Calcul de b)** : $1 - \frac{3}{7}$ ✓
- **Mise au même dénominateur** : $\frac{7-3}{7}$ ✓
- **Résultat** :

$$\frac{4}{7}$$

- **Contrôle** : $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1$ ✓
- **Calcul de c)** : $1 - 1$ ✓
- **Résultat** : 0 ✓
- **Interprétation** : le contraire d'un événement certain est impossible ✓
- **Calcul de d)** : $1 - 0,05$ ✓
- **Résultat** :

0,95

- **Interprétation** : un événement rare a un contraire presque certain ✓
- **Contrôle général** : toutes les valeurs sont entre 0 et 1 ✓
- **Cas particulier** : si $P(E) = 0,5$, son contraire vaut aussi 0,5 ✓
- **Interprétation** : une chance sur deux ✓

Réponse. a) 0,58 · b) $\frac{4}{7}$ · c) 0 · d) 0,95.

Correction de l'exercice 2 - Ne pas obtenir un six

a) **Issues favorables** : 1 ✓

- **Probabilité** :

$$\frac{1}{6}$$

b) **Première méthode, dénombrement direct** ✓

- **Issues favorables** : 1, 2, 3, 4, 5 ✓
- **Nombre** : 5 ✓
- **Probabilité** :

$$\frac{5}{6}$$

- **Seconde méthode, événement contraire** ✓
- **Calcul** : $1 - \frac{1}{6}$ ✓
- **Résultat** : $\frac{5}{6}$ ✓
- **Concordance des deux méthodes** ✓
- **Avantage de la seconde** : un seul calcul ✓
- **Valeur décimale** : $\approx 0,833$ ✓
- **Probabilité de ne pas obtenir un nombre pair** : $\frac{1}{2}$ ✓
- **Contrôle** : c'est la probabilité d'un impair ✓
- **Probabilité de ne pas obtenir un multiple de 3** : $1 - \frac{1}{3}$ ✓
- **Résultat** : $\frac{2}{3}$ ✓
- **Contrôle par dénombrement** : 1, 2, 4, 5 ✓
- **Nombre** : 4 sur 6 ✓
- **Concordance** ✓

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) $\frac{5}{6}$.

Correction de l'exercice 3 - Au moins un pile

a) **Issues du premier lancer** : P ou F ✓

- **Issues du second** : P ou F ✓
- **Couples possibles** : PP, PF, FP, FF ✓
- **Nombre total** :

$$4$$

- **Équiprobabilité** : chaque couple a la probabilité $\frac{1}{4}$ ✓

b) **Première méthode, dénombrement direct** ✓

- **Issues favorables** : PP, PF, FP ✓
- **Nombre** : 3 ✓
- **Probabilité** :

$$\frac{3}{4}$$

- **Seconde méthode, événement contraire** ✓
- **Contraire de « au moins un pile »** : « aucun pile », soit FF ✓
- **Probabilité de FF** : $\frac{1}{4}$ ✓
- **Probabilité cherchée** : $1 - \frac{1}{4}$ ✓
- **Résultat** : $\frac{3}{4}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Piège à éviter** : croire que « au moins un pile » signifie « exactement un » ✓
- **Probabilité d'exactlyement un pile** : PF et FP ✓
- **Valeur** : $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ✓
- **Probabilité de deux piles** : $\frac{1}{4}$ ✓
- **Contrôle** : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ✓
- **Concordance avec « au moins un »** ✓

Réponse. a) PP, PF, FP, FF · b) $\frac{3}{4}$.

Correction de l'exercice 4 - Événements incompatibles

- a) **Analyse** : une carte a une seule couleur ✓
- **Conclusion** : les deux événements ne peuvent pas se produire ensemble ✓
 - **Verdict** :

oui, ils sont incompatibles

b) **Formule applicable** : $P(A) + P(B)$ ✓

- **Probabilité d'un cœur** : $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ✓
- **Probabilité d'un pique** : $\frac{1}{4}$ ✓
- **Somme** :

$$\frac{1}{2}$$

- **Contrôle par dénombrement** : 26 cartes favorables ✓
- **Probabilité** : $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ ✓
- **Concordance** ✓

c) **Analyse** : le roi de cœur est à la fois roi et cœur ✓

— **Conclusion** : les événements ne sont **pas** incompatibles ✓

— **Formule** : $P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B)$ ✓

— **Probabilité d'un roi** : $\frac{4}{52}$ ✓

— **Probabilité d'un cœur** : $\frac{13}{52}$ ✓

— **Probabilité du roi de cœur** : $\frac{1}{52}$ ✓

— **Calcul** : $\frac{4 + 13 - 1}{52}$ ✓

— **Résultat** :

$$\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

— **Erreur classique** : additionner sans retrancher ✓

— **Ce que cela donnerait** : $\frac{17}{52}$, une carte de trop ✓

Réponse. a) oui · b) $\frac{1}{2}$ · c) $\frac{4}{13}$ (les événements ne sont pas incompatibles).

Correction de l'exercice 5 - Au moins un six sur deux lancers

a) **Issues du premier lancer** : 6 ✓

— **Issues du second** : 6 ✓

— **Nombre total** :

$$36$$

b) **Faces sans 6** : 1 à 5 ✓

— **Nombre** : 5 ✓

— **Couples sans aucun 6** : 5×5 ✓

— **Nombre** : 25 ✓

— **Probabilité** :

$$\frac{25}{36}$$

— **Valeur approchée** : $\approx 0,694$ ✓

c) **Événement contraire** : « aucun 6 » ✓

— **Calcul** : $1 - \frac{25}{36}$ ✓

— **Résultat** :

$$\frac{11}{36}$$

— **Valeur approchée** : $\approx 0,306$ ✓

— **Erreur classique** : additionner $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ ✓

— **Pourquoi c'est faux** : le double 6 serait compté deux fois ✓

— **Contrôle** : $\frac{1}{3} = \frac{12}{36}$, une issue de trop ✓

— **Correction** : $\frac{12}{36} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Interprétation** : un peu moins d'une chance sur trois ✓

— Avec trois lancers : $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$ ✓

— Valeur approchée : $\approx 0,421$ ✓

Réponse. a) $36 \cdot$ b) $\frac{25}{36} \cdot$ c) $\frac{11}{36}$.

Correction de l'exercice 6 - Un tableau de sondage

— Contrôle du tableau : $54 + 36 = 90$ ✓

— Et : $66 + 44 = 110$ ✓

— Et : $90 + 110 = 200$ ✓

a) Issues favorables : 110 ✓

— Probabilité : $\frac{110}{200}$ ✓

— Simplification :

0,55

b) Issues favorables : 120 ✓

— Probabilité : $\frac{120}{200}$ ✓

— Simplification :

0,6

c) Issues favorables : 66 ✓

— Probabilité : $\frac{66}{200}$ ✓

— Résultat :

0,33

d) Attention : les deux événements ne sont pas incompatibles ✓

— Formule : $0,55 + 0,6 - 0,33$ ✓

— Somme des deux premiers : 1,15 ✓

— Résultat :

0,82

— Contrôle par dénombrement : femmes (110) plus hommes « pour » (54) ✓

— Total : 164 ✓

— Probabilité : $\frac{164}{200} = 0,82$ ✓

— Concordance ✓

— Erreur classique : annoncer 1,15 ✓

— Absurdité : une probabilité ne dépasse jamais 1 ✓

— Probabilité d'un homme « contre » : $\frac{36}{200} = 0,18$ ✓

— Contrôle : c'est bien le contraire de d) ✓

Réponse. a) $0,55 \cdot$ b) $0,6 \cdot$ c) $0,33 \cdot$ d) $0,82$.

Correction de l'exercice 7 - Ni l'un ni l'autre

a) Attention : les deux groupes se recouvrent ✓

— Formule : $P(A) + P(E) - P(A \text{ et } E)$ ✓

— Calcul : $0,6 + 0,45 - 0,2$ ✓

- **Somme des deux premiers** : 1,05 ✓
- **Résultat** :
0,85
- **En pourcentage** : 85 % ✓
- **Erreur classique** : additionner 60 et 45 ✓
- **Ce que cela donnerait** : 105 % ✓
- **Absurdité** : on dépasserait la classe entière ✓

b) **Événement contraire de a)** ✓

- **Calcul** : $1 - 0,85$ ✓
- **Résultat** :
0,15
- **En pourcentage** : 15 % ✓
- **Contrôle par décomposition** : anglais seul 40 % ✓
- **Espagnol seul** : 25 % ✓
- **Les deux** : 20 % ✓
- **Aucune** : 15 % ✓
- **Somme** : $40 + 25 + 20 + 15 = 100$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Sur une classe de 20 élèves** : 3 élèves sans langue ✓
- **Contrôle** : $0,15 \times 20 = 3$ ✓

Réponse. a) 85 % · b) 15 %.

Correction de l'exercice 8 - Contrôle qualité

- a) **Événement contraire** : $1 - 0,04$ ✓
- **Probabilité** :
0,96
- **En pourcentage** : 96 % ✓
- b) **Hypothèse** : les deux prélèvements sont indépendants ✓
- **Probabilité que la première soit conforme** : 0,96 ✓
- **Probabilité que la seconde le soit** : 0,96 ✓
- **Probabilité que les deux le soient** : produit ✓
- **Calcul** : $0,96 \times 0,96$ ✓
- **Résultat** :
0,9216
- c) **Événement contraire de b)** ✓
- **Calcul** : $1 - 0,9216$ ✓
- **Résultat** :
0,0784
- **En pourcentage** : environ 7,8 % ✓
- **Erreur classique** : additionner $0,04 + 0,04 = 0,08$ ✓
- **Écart avec la vraie valeur** : 0,0016 ✓
- **Cause** : le cas « les deux défectueuses » serait compté deux fois ✓

- **Probabilité des deux défectueuses** : $0,04^2 = 0,0016$ ✓
- **Concordance de l'écart** ✓
- **Sur 10 pièces** : probabilité d'aucun défaut $0,96^{10}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 0,665$ ✓
- **Probabilité d'au moins un défaut** : environ 33,5 % ✓

Réponse. a) $0,96$ · b) $0,9216$ · c) $0,0784$.

Correction de l'exercice 9 - Plus de la moitié

- **Nombre d'issues** : 12 ✓
- a) **Issues favorables** : 7, 8, 9, 10, 11, 12 ✓
- **Nombre** : 6 ✓
- **Probabilité** : $\frac{6}{12}$ ✓
- **Simplification** :

$$\frac{1}{2}$$

- b) **Issues favorables** : 1 à 6 ✓

- **Nombre** : 6 ✓
- **Probabilité** :

$$\frac{1}{2}$$

- c) **Contrôle de la somme** : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ✓

- **Résultat** : 1 ✓
- **Contrôle du recouvrement** : aucune issue n'est dans les deux ✓
- **Conclusion** : les deux événements sont bien contraires ✓
- **Attention au vocabulaire** : « au plus 6 » inclut 6 ✓
- **Et** : « plus de 6 » exclut 6 ✓
- **Erreur classique** : mettre 6 dans les deux ✓
- **Conséquence** : la somme dépasserait 1 ✓
- **Probabilité d'obtenir au moins 10** : 10, 11, 12 ✓
- **Valeur** : $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ✓
- **Probabilité d'obtenir moins de 10** : $\frac{3}{4}$ ✓
- **Contrôle** : la somme vaut 1 ✓

Réponse. a) $\frac{1}{2}$ · b) $\frac{1}{2}$ · c) la somme vaut 1 et ils n'ont aucune issue commune.

Correction de l'exercice 10 - Deux tirages successifs

- **Nombre total de boules** : 5 ✓
- **Probabilité d'une blanche** : $\frac{3}{5}$ ✓
- **Probabilité d'une noire** : $\frac{2}{5}$ ✓
- **Remise** : la composition ne change pas entre les deux tirages ✓
- a) **Probabilité de deux blanches** : produit ✓

— **Calcul** : $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \checkmark$

— **Résultat** :

$$\frac{9}{25}$$

— **Valeur décimale** : 0,36 $\checkmark$

b) **Événement contraire** : « aucune noire », donc deux blanches $\checkmark$

— **Calcul** : $1 - \frac{9}{25} \checkmark$

— **Résultat** :

$$\frac{16}{25}$$

— **Valeur décimale** : 0,64 $\checkmark$

— **Contrôle par dénombrement** : 25 couples possibles $\checkmark$

— **Couples avec au moins une noire** : $25 - 9 = 16 \checkmark$

— **Concordance** $\checkmark$

— **Probabilité de deux noires** : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} \checkmark$

— **Probabilité d'exactly une noire** : $\frac{16 - 4}{25} = \frac{12}{25} \checkmark$

— **Contrôle** : $\frac{9}{25} + \frac{12}{25} + \frac{4}{25} = 1 \checkmark$

— **Vérification réussie** $\checkmark$

Réponse. a) $\frac{9}{25}$ · b) $\frac{16}{25}$.

Correction de l'exercice 11 - La météo de la semaine

a) **Événement contraire** : $1 - 0,3 \checkmark$

— **Probabilité** :

$$0,7$$

b) **Hypothèse** : les deux jours sont indépendants $\checkmark$

— **Probabilité pour lundi** : 0,7 $\checkmark$

— **Probabilité pour mardi** : 0,7 $\checkmark$

— **Produit** : $0,7 \times 0,7 \checkmark$

— **Résultat** :

$$0,49$$

— **En pourcentage** : 49 % $\checkmark$

c) **Événement contraire de b)** $\checkmark$

— **Calcul** : $1 - 0,49 \checkmark$

— **Résultat** :

$$0,51$$

— **En pourcentage** : 51 % $\checkmark$

— **Interprétation** : un peu plus d'une chance sur deux $\checkmark$

— **Erreur classique** : additionner $0,3 + 0,3 = 0,6 \checkmark$

— **Écart** : 0,09 $\checkmark$

— **Cause** : le cas « pluie les deux jours » compté deux fois $\checkmark$

- **Probabilité de pluie les deux jours** : $0,3 \times 0,3 = 0,09$ ✓
- **Concordance de l'écart** ✓
- **Probabilité de pluie exactement un jour** : $0,51 - 0,09 = 0,42$ ✓
- **Contrôle** : $0,49 + 0,42 + 0,09 = 1$ ✓
- **Limite du modèle** : la météo de deux jours consécutifs n'est pas vraiment indépendante ✓

Réponse. a) $0,7$ · b) $0,49$ · c) $0,51$.

Correction de l'exercice 12 - Une probabilité inconnue

a) **Incompatibilité** : une boule a une seule couleur ✓

— **Formule** : $P(\text{rouge}) + P(\text{verte}) = 0,7$ ✓

— **Équation** : $0,45 + P(\text{verte}) = 0,7$ ✓

— **Résultat** :

$$P(\text{verte}) = 0,25$$

b) **Somme totale** : 1 ✓

— **Calcul** : $1 - 0,7$ ✓

— **Résultat** :

$$P(\text{bleue}) = 0,3$$

— **Contrôle** : $0,45 + 0,25 + 0,3 = 1$ ✓

c) **Effectif des vertes** : $0,25 \times 60$ ✓

— **Résultat** :

15 boules

— **Effectif des rouges** : $0,45 \times 60 = 27$ ✓

— **Effectif des bleues** : $0,3 \times 60 = 18$ ✓

— **Contrôle** : $15 + 27 + 18 = 60$ ✓

— **Vérification des probabilités** : $\frac{27}{60} = 0,45$ ✓

— **Et** : $\frac{15}{60} = 0,25$ ✓

— **Et** : $\frac{18}{60} = 0,3$ ✓

— **Toutes concordent** ✓

— **Probabilité de « ni rouge ni verte »** : $0,3$ ✓

— **Contrôle** : c'est le contraire de « rouge ou verte » ✓

Réponse. a) $0,25$ · b) $0,3$ · c) 15 boules vertes.

Correction de l'exercice 13 - Trois lancers de pièce

a) **Issues par lancer** : 2 ✓

— **Nombre de lancers** : 3 ✓

— **Nombre total** : $2 \times 2 \times 2$ ✓

— **Résultat** :

8

— **Liste** : PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF ✓

b) **Issue favorable** : FFF ✓

— **Nombre** : 1 ✓

— **Probabilité** :

$$\frac{1}{8}$$

— **Valeur décimale** : 0,125 ✓

c) **Événement contraire** : « aucun pile », soit FFF ✓

— **Calcul** : $1 - \frac{1}{8}$ ✓

— **Résultat** :

$$\frac{7}{8}$$

— **Valeur décimale** : 0,875 ✓

— **Contrôle par dénombrement** : 7 issues sur 8 contiennent un pile ✓

— **Concordance** ✓

— **Probabilité d'exactly deux piles** : PPF, PFP, FPP ✓

— **Valeur** : $\frac{3}{8}$ ✓

— **Probabilité de trois piles** : $\frac{1}{8}$ ✓

— **Probabilité d'exactly un pile** : $\frac{3}{8}$ ✓

— **Contrôle de la somme** : $\frac{1 + 3 + 3 + 1}{8} = 1$ ✓

— **Remarque** : on reconnaît les nombres 1, 3, 3, 1 ✓

Réponse. a) 8 · b) $\frac{1}{8}$ · c) $\frac{7}{8}$.

Correction de l'exercice 14 - Un abonnement gratuit

a) **Formule** : $P(C) + P(R) - P(C \text{ et } R)$ ✓

— **Calcul** : $0,12 + 0,3 - 0,05$ ✓

— **Somme des deux premiers** : 0,42 ✓

— **Résultat** :

$$0,37$$

— **En pourcentage** : 37 % ✓

b) **Événement contraire** : $1 - 0,37$ ✓

— **Résultat** :

$$0,63$$

— **En pourcentage** : 63 % ✓

c) **Effectif** : $0,63 \times 400$ ✓

— **Résultat** :

$$252 \text{ clients}$$

— **Contrôle par décomposition** : cadeau seul 7 % ✓

— **Effectif** : 28 clients ✓

— **Réduction seule** : 25 % ✓

— **Effectif** : 100 clients ✓

— **Les deux** : 5 %, soit 20 clients ✓

- **Rien** : 252 clients ✓
- **Contrôle de la somme** : $28 + 100 + 20 + 252 = 400$ ✓
- **Vérification réussie** ✓
- **Clients recevant un cadeau** : $28 + 20 = 48$ ✓
- **Contrôle** : $0,12 \times 400 = 48$ ✓

Réponse. a) 37 % · b) 63 % · c) 252 clients.

Correction de l'exercice 15 - Repérer l'erreur

- **Vérification des deux premières valeurs** : elles sont exactes ✓
- **Nombre d'as** : 4 ✓
- **Nombre de cœurs** : 13 ✓
- **Erreur** : l'as de cœur appartient aux deux groupes ✓
- **Conséquence** : il est compté **deux fois** ✓
- **Formule correcte** : $P(A) + P(C) - P(A \text{ et } C)$ ✓
- **Probabilité de l'as de cœur** : $\frac{1}{52}$ ✓
- **Calcul** : $\frac{4 + 13 - 1}{52}$ ✓
- **Résultat** :

$$\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

- **Contrôle par dénombrement** : 13 cœurs plus 3 autres as ✓
- **Total** : 16 cartes ✓
- **Concordance** ✓
- **Écart avec la réponse de l'élève** : une carte ✓
- **Règle** : on n'additionne que des événements **incompatibles** ✓
- **Exemple correct d'addition** : as ou roi ✓
- **Probabilité** : $\frac{8}{52} = \frac{2}{13}$ ✓
- **Raison** : aucune carte n'est à la fois as et roi ✓
- **Autre exemple** : cœur ou pique ✓
- **Probabilité** : $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ ✓

Réponse. L'as de cœur est compté deux fois : la bonne valeur est $\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un club sportif

- a) **Formule** : $90 + 60 - 25$ ✓
- **Somme des deux premiers** : 150 ✓
- **Résultat** :

125 membres

- **Raison du retranchement** : les 25 sont dans les deux groupes ✓

b) **Membres restants** : $150 - 125$ ✓

- **Résultat** :

25 membres

- **Probabilité correspondante** : $\frac{25}{150} = \frac{1}{6}$ ✓

c) **Football uniquement** : $90 - 25 \checkmark$

— **Effectif** : 65 membres $\checkmark$

— **Probabilité** : $\frac{65}{150} \checkmark$

— **Simplification par 5** :

$$\frac{13}{30}$$

— **Valeur approchée** : $\approx 0,433 \checkmark$

d) **Basket uniquement** : $60 - 25 = 35 \checkmark$

— **Exactement un sport** : $65 + 35 \checkmark$

— **Effectif** : 100 membres $\checkmark$

— **Probabilité** : $\frac{100}{150} \checkmark$

— **Simplification** :

$$\frac{2}{3}$$

— **Valeur approchée** : $\approx 0,667 \checkmark$

— **Contrôle général** : $65 + 35 + 25 + 25 = 150 \checkmark$

— **Vérification réussie** $\checkmark$

— **Probabilité de faire les deux** : $\frac{25}{150} = \frac{1}{6} \checkmark$

— **Contrôle de la somme des quatre cas** : $\frac{13}{30} + \frac{7}{30} + \frac{5}{30} + \frac{5}{30} = 1 \checkmark$

Réponse. a) 125 · b) 25 · c) $\frac{13}{30}$ · d) $\frac{2}{3}$.