

Plaque 1 - Issues, événements et expériences à deux épreuves

Probabilités — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Définitions et méthodes du cours.

- Une **issue** est un résultat possible de l'expérience ; un **événement** est un ensemble d'issues.
- Une probabilité est un nombre entre 0 et 1. Elle vaut 0 pour un événement impossible, 1 pour un événement certain.
- Situation d'**équiprobabilité** (dé équilibré, tirage au hasard) :
$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$$
- La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.
- Événement **contraire** : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. On l'utilise dès qu'apparaît « au moins un ».
- **Deux épreuves successives** : on représente par un **arbre** ; la probabilité d'un chemin est le **produit** des probabilités rencontrées, et la probabilité d'un événement est la **somme** des chemins qui le réalisent.
- Avec deux dés ou deux tirages, on peut aussi dresser un tableau à double entrée.
- Une **fréquence** observée sur un grand nombre d'essais s'approche de la probabilité (loi des grands nombres).

Correction de l'exercice 1 - Dé équilibré

Les six issues sont équiprobables.

- a) Une issue favorable : $P = \frac{1}{6}$.
- b) Les impairs sont 1, 3, 5 : $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- c) « Plus grand que 2 » : 3, 4, 5, 6, soit 4 issues, donc $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) $\frac{1}{2}$ · c) $\frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 2 - Tirage dans un sac

- Total de jetons : $4 + 6 + 2 = 12$.
- a) $P(\text{vert}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.
- b) On utilise l'événement contraire : $P(\overline{\text{vert}}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. (Contrôle : $4 + 2 = 6$ jetons non verts sur 12.)
- c) Il n'y a aucun jeton bleu : l'événement est **impossible**, sa probabilité vaut 0.

Réponse. a) $\frac{1}{2}$ · b) $\frac{1}{2}$ · c) 0.

Correction de l'exercice 3 - Roue truquée

- a) La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

— $0,25 + 0,4 + 0,15 = 0,8$.

— Donc $P(\text{jaune}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) « Rouge ou vert » : les deux issues sont incompatibles, on additionne.

— $P = 0,25 + 0,15 = 0,4$, soit 40 % de chances.

Réponse. a) 0,2 · b) 0,4.

Correction de l'exercice 4 - Jeu de 52 cartes

Les 52 cartes ont la même probabilité d'être tirées.

a) Il y a 4 as : $P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

b) Il y a 13 carreaux : $P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$.

c) Il y a 3 figures par couleur, soit $3 \times 4 = 12$ figures : $P = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$.

Réponse. a) $\frac{1}{13}$ · b) $\frac{1}{4}$ · c) $\frac{3}{13}$.

Correction de l'exercice 5 - Deux lancers de pièce

a) En notant P pour pile et F pour face : **PP, PF, FP, FF**. Ces quatre issues sont équiprobables, chacune de probabilité $\frac{1}{4}$ (produit de $\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{2}$ le long d'un chemin de l'arbre).

b) Une seule issue convient (PP) : $P = \frac{1}{4}$.

c) « Exactement une fois pile » correspond à PF et FP, soit deux issues :

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Piège. Il ne faut pas confondre « exactement un pile » ($\frac{1}{2}$) et « au moins un pile » ($1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$).

Réponse. a) PP, PF, FP, FF · b) $\frac{1}{4}$ · c) $\frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 6 - Deux tirages avec remise

À chaque tirage, $P(\text{rouge}) = \frac{3}{5}$ et $P(\text{bleue}) = \frac{2}{5}$; la remise fait que les deux tirages sont indépendants.

a) On multiplie le long du chemin « rouge puis rouge » :

$$P(RR) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

b) Deux couleurs différentes : chemin « rouge puis bleue » **ou** « bleue puis rouge ».

— $P(RB) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ et $P(BR) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$.

— On additionne les deux chemins : $P = \frac{12}{25}$.

— Contrôle : $P(BB) = \frac{4}{25}$, et $\frac{9}{25} + \frac{12}{25} + \frac{4}{25} = 1$. Cohérent.

Réponse. a) $\frac{9}{25}$ · b) $\frac{12}{25}$.

Correction de l'exercice 7 - Somme de deux dés

a) Chaque dé a 6 faces, donc il y a $6 \times 6 = 36$ issues équiprobables (on distingue les deux dés).

b) Somme 7 : (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2), (6 ; 1), soit 6 issues.

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) Somme ≥ 10 : somme 10 — (4 ; 6), (5 ; 5), (6 ; 4) — somme 11 — (5 ; 6), (6 ; 5) — et somme 12 — (6 ; 6).

— Cela fait $3 + 2 + 1 = 6$ issues, donc $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Réponse. a) 36 · b) $\frac{1}{6}$ · c) $\frac{1}{6}$.

Correction de l'exercice 8 - Tableau à double entrée

L'élève est choisi au hasard parmi 200 : chaque élève a la même probabilité.

— a) $P(\text{cantine}) = \frac{140}{200} = 0,7$, soit 70 %.

— b) $P(\text{filles et cantine}) = \frac{62}{200} = 0,31$.

— c) $P(\text{garçon et pas cantine}) = \frac{22}{200} = 0,11$.

— Contrôle : les quatre cases donnent $0,31 + 0,19 + 0,39 + 0,11 = 1$. Cohérent.

Réponse. a) 0,7 · b) 0,31 · c) 0,11.

Correction de l'exercice 9 - Au moins une fois

— Il y a $2 \times 2 \times 2 = 8$ issues équiprobables (PPP, PPF, PFP, ..., FFF).

— « Au moins une face » est le contraire de « aucune face », c'est-à-dire de l'unique issue PPP.

$$P(\text{au moins une face}) = 1 - P(\text{PPP}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

— Soit 0,875, c'est-à-dire 87,5 % de chances.

Méthode. Sans l'événement contraire, il faudrait compter les 7 issues favorables une à une : le calcul est bien plus long.

Réponse. $\frac{7}{8} = 0,875$.

Correction de l'exercice 10 - Fréquence et probabilité

a) $f = \frac{118}{600} \approx 0,197$, soit environ 19,7 %.

b) Pour un dé équilibré, $P(6) = \frac{1}{6} \approx 0,167$, soit 16,7 %.

— L'écart est d'environ 3 points. Il est possible : une fréquence observée n'est jamais exactement égale à la probabilité, elle s'en approche seulement quand le nombre de lancers augmente (loi des grands nombres).

— Avec 600 lancers, l'écart constaté ne suffit pas à affirmer que le dé est truqué, mais il invite à poursuivre l'expérience.

Réponse. a) $f \approx 0,197$ · b) proche de $\frac{1}{6} \approx 0,167$: on ne peut pas conclure que le dé est truqué.

Correction de l'exercice 11 - Synthèse : un jeu de hasard

— Nombre de jetons non gagnants : $20 - 2 - 6 = 12$.

a) Gagner quelque chose : $2 + 6 = 8$ jetons favorables.

$$P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$$

b) $P(\text{gagner 2 €}) = \frac{6}{20} = 0,3$.

c) « Rentrer dans ses frais » signifie gagner au moins 2 €, ce qui correspond aux 8 jetons gagnants : la probabilité est 0,4.

— $0,4 < 0,5$: on a **moins** d'une chance sur deux. Dans 60 % des parties, le joueur perd sa mise.

Réponse. a) 0,4 · b) 0,3 · c) non, $0,4 < 0,5$.