

Plaquette 5 - Problèmes, jeux et interprétation

Probabilités — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Gain moyen. Si un jeu rapporte g_1 avec la probabilité p_1 , g_2 avec p_2 , etc., le gain moyen par partie vaut

$$g_1p_1 + g_2p_2 + \cdots + g_np_n$$

On y compte la mise comme un gain **négatif**.

Gain moyen	Conclusion
positif	le jeu est favorable au joueur
nul	le jeu est équitable
négatif	le jeu est favorable à l'organisateur

Loi des grands nombres. Sur un grand nombre de répétitions, la fréquence observée s'approche de la probabilité, et le gain total s'approche du nombre de parties multiplié par le gain moyen.

Trois erreurs de raisonnement à connaître.

Affirmation	Pourquoi c'est faux
cinq faces de suite, donc pile va sortir	les lancers sont indépendants
deux issues, donc une chance sur deux	elles ne sont pas équiprobables
sur 10 lancers, exactement 5 piles	la fréquence approche 0,5

Estimer par échantillonnage. Si un échantillon de taille n contient k individus marqués, on estime la proportion de marqués dans la population par $\frac{k}{n}$.

Rédiger une conclusion. On répond dans les termes de l'énoncé, avec un ordre de grandeur, et on signale les limites du modèle quand il y en a.

Correction de l'exercice 1 - Un jeu est-il équitable ?

- a) **Probabilité de gagner** : $\frac{1}{6}$ ✓
- **Probabilité de perdre** : $\frac{5}{6}$ ✓
- **Gain net en cas de succès** : $10 - 2$ ✓
- **Valeur** : 8 € ✓
- **Gain net en cas d'échec** : -2 € ✓
- **Gain moyen** : $8 \times \frac{1}{6} + (-2) \times \frac{5}{6}$ ✓
- **Premier terme** : $\frac{8}{6}$ ✓
- **Second terme** : $-\frac{10}{6}$ ✓
- **Somme** : $-\frac{2}{6}$ ✓
- **Résultat** :

$$-\frac{1}{3} \approx -0,33 \text{ €}$$

b) **Signe du gain moyen** : négatif ✓

- **Conclusion** : le jeu n'est **pas** équitable ✓
- **Bénéficiaire** : l'organisateur ✓
- **Perte moyenne par partie** : environ 0,33 € ✓
- **Sur 300 parties** : environ 100 € de perte ✓
- **Contrôle** : $\frac{1}{3} \times 300 = 100$ ✓

c) **Condition d'équité** : gain moyen nul ✓

- **Équation** : $(g - 2) \times \frac{1}{6} - 2 \times \frac{5}{6} = 0$ ✓
- **On multiplie par 6** : $g - 2 - 10 = 0$ ✓
- **Solution** :

$$g = 12 \text{ €}$$

- **Vérification** : gain net 10 € avec $p = \frac{1}{6}$ ✓
- **Gain moyen** : $\frac{10}{6} - \frac{10}{6} = 0$ ✓
- **Règle générale** : le gain doit valoir la mise divisée par la probabilité ✓
- **Contrôle** : $2 \div \frac{1}{6} = 12$ ✓

Réponse. a) $-\frac{1}{3}$ € · b) non, il favorise l'organisateur · c) 12 €.

Correction de l'exercice 2 - Comparer deux jeux

a) **Gain moyen de A** : $10 \times 0,2$ ✓

- **Résultat** : 2 € ✓
- **Gain moyen de B** : $4 \times 0,5$ ✓
- **Résultat** :

$$2 \text{ €}$$

b) **Comparaison** : les deux gains moyens sont **égaux** ✓

- **Conclusion** : sur un grand nombre de parties, les deux se valent ✓
- **Contrôle sur 100 parties** : environ 200 € dans les deux cas ✓
- **Détail pour A** : 20 gains de 10 € ✓
- **Détail pour B** : 50 gains de 4 € ✓
- **Concordance** ✓

c) **Analyse de A** : on gagne rarement, mais gros ✓

- **Probabilité de ne rien gagner** : 0,8 ✓
- **Analyse de B** : on gagne une fois sur deux ✓
- **Probabilité de ne rien gagner** : 0,5 ✓
- **Conclusion** : le jeu **A** est le plus risqué ✓
- **Sur 10 parties de A** : probabilité de ne rien gagner $0,8^{10}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 0,107$ ✓
- **Sur 10 parties de B** : $0,5^{10}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 0,001$ ✓

- **Comparaison** : le risque de repartir bredouille est 100 fois plus grand avec A ✓
- **Conseil** : A pour qui accepte le risque, B pour qui veut de la régularité ✓

Réponse. a) 2 € dans les deux cas · b) indifférent sur le long terme · c) le jeu A.

Correction de l'exercice 3 - Le piège du joueur

- **Réponse** : l'affirmation est **fausse** ✓
 - **Argument clé** : les lancers sont **indépendants** ✓
 - **Conséquence** : la pièce n'a pas de mémoire ✓
 - **Probabilité de pile au sixième lancer** :

$$\frac{1}{2}$$
 - **Elle ne dépend pas des lancers précédents** ✓
 - **Origine de l'erreur** : confondre le long terme et le coup suivant ✓
 - **Ce qui est vrai** : sur un très grand nombre de lancers, la fréquence tend vers 0,5 ✓
 - **Ce qui est faux** : qu'un « rattrapage » soit programmé ✓
 - **Calcul de la probabilité de cinq faces de suite** : $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ✓
 - **Valeur** : $\frac{1}{32} \approx 0,031$ ✓
 - **Interprétation** : rare, mais pas impossible ✓
 - **Probabilité de six faces de suite** : $\frac{1}{64}$ ✓
 - **Probabilité de la sixième face sachant les cinq premières** : $\frac{1}{2}$ ✓
 - **Contrôle** : $\frac{1}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Nom de cette erreur** : le « paradoxe du joueur » ✓
 - **Conséquence pratique** : aucune martingale ne fonctionne ✓
 - **Exception** : si la pièce est truquée, cinq faces de suite doivent au contraire alerter ✓
- Réponse.** Faux : les lancers sont indépendants, la probabilité de pile reste $\frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 4 - Une chance sur deux ?

- **Réponse** : l'affirmation est **fausse** ✓
- **Ce qui est exact** : il y a bien deux issues ✓
- **Ce qui est faux** : qu'elles soient **équiprobables** ✓
- **Condition d'application de la formule** : équiprobabilité ✓
- **Situation réelle** : les combinaisons gagnantes sont rarissimes ✓
- **Exemple avec une loterie de 1000 billets et 1 gagnant** ✓
- **Probabilité de gagner** : $\frac{1}{1000}$ ✓
- **Probabilité de perdre** :

$$\frac{999}{1000}$$
- **Comparaison avec $\frac{1}{2}$** : sans rapport ✓
- **Contre-exemple parlant** : « soit je suis champion du monde, soit non » ✓
- **Absurdité** : personne n'a une chance sur deux ✓

- **Règle** : deux issues ne signifient pas deux chances égales ✓
- **Autre exemple** : un match de football a trois issues, non équiprobables ✓
- **Ce qu'il faut pour appliquer la formule** : un dé équilibré, un tirage au hasard ✓
- **Ce qu'il faut sinon** : connaître les probabilités de chaque issue ✓
- **Moyen de les estimer** : par la fréquence sur un grand nombre d'observations ✓
- **Conclusion** : compter les issues ne suffit jamais ✓

Réponse. Deux issues ne veut pas dire deux issues équiprobables : il faut connaître les probabilités.

Correction de l'exercice 5 - Une assurance

a) **Nombre attendu** : $0,03 \times 1000$ ✓

— **Résultat** :

30 sinistres

b) **Coût total attendu** : 30×3000 ✓

— **Valeur** : 90 000 € ✓

— **Coût moyen par client** : $\frac{90\,000}{1000}$ ✓

— **Résultat** :

90 €

— **Contrôle direct** : $0,03 \times 3000 = 90$ € ✓

— **Concordance** ✓

c) **Recette totale** : 1000×120 ✓

— **Valeur** : 120 000 € ✓

— **Bénéfice** : $120\,000 - 90\,000$ ✓

— **Résultat** :

30 000 €

— **Bénéfice par client** : 30 € ✓

— **Contrôle** : $120 - 90 = 30$ € ✓

— **Conclusion** : l'assureur est **gagnant** en moyenne ✓

— **Prime d'équilibre** : 90 € ✓

— **Marge** : $\frac{30}{120} = 25\%$ ✓

— **Risque de l'assureur** : une année exceptionnelle ✓

— **Nombre de sinistres qui annulerait le bénéfice** : 40 ✓

— **Contrôle** : $40 \times 3000 = 120\,000$ € ✓

— **Interprétation** : 10 sinistres de plus que la moyenne ✓

— **Rôle du grand nombre de clients** : il rend ce cas peu probable ✓

Réponse. a) 30 · b) 90 € · c) oui, 30 € de marge par client, soit 30 000 € par an.

Correction de l'exercice 6 - Estimer une population

a) **Proportion** : $\frac{10}{80}$ ✓

— **Forme décimale** : 0,125 ✓

— **En pourcentage** :

12,5 %

b) **Hypothèse centrale** : cette proportion vaut aussi dans tout l'étang ✓

— **Nombre de marqués dans l'étang** : 50 ✓

— **Équation** : $\frac{50}{N} = 0,125$ ✓

— **On multiplie par N** : $50 = 0,125N$ ✓

— **On divise par 0,125** :

$$N = 400 \text{ poissons}$$

— **Contrôle par produit en croix** : $\frac{50}{400} = \frac{10}{80}$ ✓

— **Vérification** : les deux quotients valent 0,125 ✓

— **Formule générale** : $N = \frac{50 \times 80}{10}$ ✓

— **Calcul** : $\frac{4000}{10} = 400$ ✓

— **Concordance** ✓

c) **Première hypothèse** : les poissons marqués se sont **bien mélangés** ✓

— **Deuxième hypothèse** : le marquage ne modifie pas leur comportement ✓

— **Troisième hypothèse** : aucun poisson n'est né ni mort entre-temps ✓

— **Quatrième hypothèse** : la seconde capture est faite au hasard ✓

— **Limite** : l'estimation est d'autant plus fiable que les échantillons sont grands ✓

— **Effet d'un seul marqué retrouvé** : l'estimation passerait à 4000 ✓

— **Interprétation** : un petit écart change beaucoup le résultat ✓

Réponse. a) 12,5 % · b) environ 400 poissons · c) mélange homogène, population stable, tirage au hasard.

Correction de l'exercice 7 - Un contrôle qualité

a) **Nombre attendu** : $0,02 \times 5000$ ✓

— **Résultat** :

100 pièces

— **Pièces conformes** : 4900 ✓

— **Contrôle** : $100 + 4900 = 5000$ ✓

b) **Coût du contrôle** : $5000 \times 0,15$ ✓

— **Valeur** : 750 € par jour ✓

— **Coût évité** : 100×9 ✓

— **Valeur** :

900 €

— **Comparaison** : $900 > 750$ ✓

— **Conclusion** : le contrôle est **rentable** ✓

— **Gain net par jour** : 150 € ✓

— **Sur une année de 250 jours** : 37 500 € ✓

— **Seuil de rentabilité, en taux de défaut** ✓

— **Équation** : $5000 \times 0,15 = 5000p \times 9$ ✓

— **Simplification** : $0,15 = 9p$ ✓

— **Solution** : $p = \frac{0,15}{9}$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 0,0167$ ✓

- **Interprétation** : au-dessous de 1,67 % de défauts, le contrôle coûterait plus qu'il ne rapporte ✓
- **Comparaison avec le taux réel** : $2\% > 1,67\%$ ✓
- **Conclusion confirmée** ✓

Réponse. a) 100 · b) oui : 900 € évités contre 750 € de coût, soit 150 € de gain par jour.

Correction de l'exercice 8 - Un sondage à interpréter

a) **Effectif favorable** : $0,52 \times 500$ ✓

— **Résultat** :

260 personnes

- **Effectif défavorable** : 240 ✓
- **Contrôle** : $260 + 240 = 500$ ✓
- **Écart** : 20 personnes ✓
- b) **Ce qui est exact** : dans l'échantillon, 52 % sont favorables ✓
- **Ce qui est extrapolé** : la conclusion sur tous les Français ✓
- **Problème** : un sondage donne une **estimation**, pas une certitude ✓
- **Marge d'incertitude usuelle pour 500 personnes** : environ ± 4 points ✓
- **Fourchette correspondante** : de 48 % à 56 % ✓
- **Constat** : 50 % est **dans** cette fourchette ✓
- **Conclusion** :

le titre est trop affirmatif

- **Formulation honnête** : « les avis sont partagés, avec un léger avantage aux favorables » ✓
- **Effet d'un échantillon plus grand** : la fourchette se resserre ✓
- **Avec 5000 personnes** : environ $\pm 1,4$ point ✓
- **Fourchette** : de 50,6 % à 53,4 % ✓
- **Là** : le titre deviendrait défendable ✓
- **Autre question à poser** : l'échantillon est-il représentatif ? ✓
- **Leçon** : un pourcentage isolé ne suffit jamais à conclure ✓

Réponse. a) 260 · b) trop affirmatif : avec 500 personnes, 50 % reste dans la marge d'incertitude.

Correction de l'exercice 9 - Un jeu de dés à deux étapes

a) **Nombre d'issues** : 36 ✓

- **Couples donnant 7** : (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2), (6 ; 1) ✓
- **Nombre** : 6 ✓
- **Probabilité** : $\frac{6}{36}$ ✓
- **Simplification** :

$$\frac{1}{6}$$

b) **Probabilité de perdre** : $\frac{5}{6}$ ✓

- **Gain moyen** : $6 \times \frac{1}{6} + (-1) \times \frac{5}{6}$ ✓
- **Premier terme** : 1 ✓

- **Second terme** : $-\frac{5}{6}$ ✓
- **Somme** : $1 - \frac{5}{6}$ ✓
- **Résultat** :

$$\frac{1}{6} \approx 0,17 \text{ €}$$

c) **Signe** : positif ✓

- **Conclusion** : le jeu est **favorable au joueur** ✓
- **Gain attendu sur 600 parties** : $\frac{1}{6} \times 600$ ✓
- **Valeur** : 100 € ✓
- **Détail** : environ 100 victoires à 6 € ✓
- **Recette** : 600 € ✓
- **Pertes** : 500 parties à 1 € ✓
- **Valeur** : 500 € ✓
- **Bilan** : $600 - 500 = 100$ € ✓
- **Concordance** ✓
- **Gain rendant le jeu équitable** : 5 € ✓
- **Contrôle** : $5 \times \frac{1}{6} - \frac{5}{6} = 0$ ✓

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) $\frac{1}{6}$ € · c) oui, il est favorable au joueur.

Correction de l'exercice 10 - Tirage au sort équitable

a) **Issues possibles** : PP, PF, FP, FF ✓

- **Nombre** : 4 ✓
- **Probabilité de chacune** : $\frac{1}{4}$ ✓
- **Probabilité du premier élève** : celle de PP ✓
- **Valeur** : $\frac{1}{4}$ ✓
- **Probabilité du deuxième** : celle de FF ✓
- **Valeur** : $\frac{1}{4}$ ✓
- **Probabilité du troisième** : PF ou FP ✓
- **Valeur** :

$$\frac{1}{2}$$

- **Contrôle de la somme** : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$ ✓

b) **Comparaison** : $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{4}$ ✓

- **Conclusion** : le procédé n'est **pas** équitable ✓
- **Avantagé** : le troisième élève ✓
- **Rapport** : il a deux fois plus de chances ✓
- **Correction possible** : utiliser un dé à six faces ✓
- **Répartition** : 1 ou 2 pour le premier, 3 ou 4 pour le deuxième, 5 ou 6 pour le troisième ✓
- **Probabilité de chacun** :

$$\frac{1}{3}$$

- **Contrôle de la somme** : 1 ✓
- **Autre correction** : tirer une carte parmi trois ✓
- **Correction avec les pièces** : relancer si on obtient PF ou FP ✓
- **Probabilités alors** : $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$, mais pour deux élèves seulement ✓
- **Conclusion** : deux pièces se prêtent mal à un partage en trois ✓
- **Raison de fond** : 4 n'est pas divisible par 3 ✓

Réponse. a) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ · b) non ; un dé à six faces, deux faces par élève, rétablit l'équité.

Correction de l'exercice 11 - Une loterie et son organisateur

a) **Recette** : 500×3 ✓

— **Valeur** :

1500 €

- **Valeur du gros lot** : 200 € ✓
- **Valeur des lots moyens** : 5×50 ✓
- **Montant** : 250 € ✓
- **Valeur des petits lots** : 20×10 ✓
- **Montant** : 200 € ✓
- **Total des lots** : $200 + 250 + 200$ ✓
- **Résultat** :

650 €

b) **Bénéfice** : $1500 - 650$ ✓

— **Résultat** :

850 €

- **Taux de redistribution** : $\frac{650}{1500}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 43,3\%$ ✓

c) **Gain moyen brut par billet** : $\frac{650}{500}$ ✓

- **Valeur** : 1,30 € ✓
- **Gain moyen net** : $1,3 - 3$ ✓
- **Résultat** :

-1,70 €

- **Interprétation** : chaque billet coûte en moyenne 1,70 € au joueur ✓
- **Contrôle** : $500 \times 1,7 = 850$ € ✓
- **Concordance avec le bénéfice** ✓
- **Probabilité de gagner quelque chose** : $\frac{26}{500}$ ✓
- **Valeur** : 0,052 ✓
- **En pourcentage** : 5,2 % ✓
- **Conclusion** : le jeu est nettement défavorable au joueur ✓

Réponse. a) 1500 € et 650 € · b) 850 € · c) -1,70 € par billet.

Correction de l'exercice 12 - Simuler une expérience

a) **Fréquence** : $\frac{31}{50}$ ✓

— **Forme décimale** :

0,62

— **En pourcentage** : 62 % ✓

b) **Taille de l'échantillon** : 50 lancers ✓

— **Appréciation** : c'est peu ✓

— **Conséquence** : l'estimation est **peu fiable** ✓

— **Ordre de grandeur de l'incertitude** : environ ± 14 points ✓

— **Fourchette** : de 48 % à 76 % ✓

— **Constat** : 50 % reste dans la fourchette ✓

— **Conclusion** : on ne peut même pas affirmer que la pointe est favorisée ✓

c) **Solution** : augmenter le nombre de lancers ✓

— **Justification** : loi des grands nombres ✓

— **Avec 500 lancers** : incertitude d'environ $\pm 4,5$ points ✓

— **Avec 5000 lancers** : environ $\pm 1,4$ point ✓

— **Effet** : l'incertitude est divisée par 10 quand on multiplie par 100 ✓

— **Autre précaution** : lancer toujours de la même façon ✓

— **Et** : sur la même surface ✓

— **Raison** : les conditions font partie de l'expérience ✓

— **Alternative pratique** : simuler par ordinateur ✓

— **Limite de la simulation** : il faut déjà connaître la probabilité ✓

— **Conclusion** : seule l'expérience réelle permet d'estimer ici ✓

Réponse. a) 0,62 · b) peu fiable sur 50 lancers · c) augmenter le nombre de lancers.

Correction de l'exercice 13 - Deux urnes au choix

a) **Probabilité pour A** : $\frac{3}{10}$ ✓

— **Forme décimale** : 0,3 ✓

— **Probabilité pour B** : $\frac{7}{20}$ ✓

— **Forme décimale** :

0,35

b) **Comparaison** : $0,35 > 0,3$ ✓

— **Conclusion** : il faut choisir l'urne **B** ✓

— **Écart** : 0,05, soit 5 points ✓

— **Piège** : comparer 3 et 7 sans regarder les totaux ✓

— **Mise au même dénominateur** : $\frac{6}{20}$ et $\frac{7}{20}$ ✓

— **Comparaison immédiate** : $7 > 6$ ✓

c) **Boules gagnantes après mélange** : $3 + 7$ ✓

— **Total** : 10 ✓

— **Boules au total** : $10 + 20$ ✓

- **Total** : 30 ✓
- **Probabilité** : $\frac{10}{30}$ ✓
- **Simplification** :

$$\frac{1}{3}$$

- **Forme décimale** : $\approx 0,333$ ✓
- **Comparaison** : entre 0,3 et 0,35 ✓
- **Interprétation** : le mélange donne une valeur intermédiaire ✓
- **Position** : plus proche de 0,35 ✓
- **Explication** : l'urne B contient deux fois plus de boules ✓
- **Contrôle pondéré** : $\frac{10}{30} \times 0,3 + \frac{20}{30} \times 0,35$ ✓
- **Calcul** : $0,1 + 0,2333 \approx 0,333$ ✓
- **Concordance** ✓

Réponse. a) 0,3 et 0,35 · b) l'urne B · c) $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 14 - Un test à la loterie

a) **Réponse** : c'est une **approximation**, pas la valeur exacte ✓

- **Valeur proposée** : $\frac{10}{500} = 0,02$ ✓
- **Problème** : elle compterait deux fois les cas de double gain ✓
- **Cas où la formule échouerait totalement** : 500 billets achetés ✓
- **Ce qu'elle donnerait** : 1, donc gain certain ✓
- **Réalité** : rien ne garantit de gagner ✓

b) **Probabilité de perdre sur un billet** : $1 - \frac{1}{500}$ ✓

- **Valeur** : $\frac{499}{500} = 0,998$ ✓
 - **Hypothèse** : les billets sont indépendants ✓
 - **Probabilité de tout perdre** : $0,998^{10}$ ✓
 - **Valeur approchée** :
- $$\approx 0,9802$$

c) **Événement contraire** : $1 - 0,9802$ ✓

- **Résultat** :
- $$\approx 0,0198$$

- **En pourcentage** : environ 1,98 % ✓
- **Comparaison avec l'approximation** : 2 % ✓
- **Écart** : 0,02 point ✓
- **Conclusion** : l'approximation est très bonne ici ✓
- **Raison** : la probabilité de gagner est faible ✓
- **Avec 100 billets** : $0,998^{100} \approx 0,8186$ ✓
- **Probabilité de gagner** : environ 18,1 % ✓
- **Comparaison avec l'approximation** : 20 % ✓
- **Écart** : cette fois notable ✓
- **Leçon** : l'approximation ne vaut que pour de petites probabilités ✓

Réponse. a) c'est une approximation · b) environ 0,980 · c) environ 0,020.

Correction de l'exercice 15 - Lire une statistique de santé

- **Ce qui est exact** : le pourcentage cité ✓
- **Ce qui est douteux** : la conclusion ✓
- **Question manquante** : quelle proportion des **trajets** a lieu près du domicile ? ✓
- **Réalité** : la grande majorité des trajets sont courts ✓
- **Conséquence** : il est normal qu'ils concentrent les accidents ✓
- **Ce qu'il faudrait comparer** : le nombre d'accidents **par kilomètre parcouru** ✓
- **Exemple chiffré** : supposons 90 % des kilomètres parcourus près du domicile ✓
- **Accidents attendus dans cette zone** : 90 % ✓
- **Observation** : 80 % ✓
- **Conclusion** :
rouler près de chez soi serait alors plus sûr
- **Erreur de raisonnement** : oublier la population de référence ✓
- **Nom de ce biais** : confondre effectif et fréquence rapportée à l'exposition ✓
- **Exemple analogue** : « la plupart des accidents domestiques ont lieu à la maison » ✓
- **Absurdité** : c'est là qu'on passe le plus de temps ✓
- **Indicateur correct** : le taux d'accidents pour 100 millions de kilomètres ✓
- **Ce que disent ces données réelles** : les routes secondaires sont les plus accidentogènes ✓
- **Leçon** : un pourcentage sans dénominateur pertinent ne prouve rien ✓

Réponse. Le raisonnement oublie l'exposition : la plupart des trajets sont courts, donc les accidents s'y concentrent naturellement.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : la fête de l'école

- a) **Probabilité d'obtenir 5 ou 6** : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ✓
- **Probabilité contraire** : $\frac{2}{3}$ ✓
 - **Premier chemin** : 5 ou 6 puis gagnant ✓
 - **Probabilité dans cette urne** : $\frac{2}{5}$ ✓
 - **Produit** : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ ✓
 - **Valeur** : $\frac{2}{15}$ ✓
 - **Second chemin** : autre face puis gagnant ✓
 - **Probabilité dans cette urne** : $\frac{1}{5}$ ✓
 - **Produit** : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ ✓
 - **Valeur** : $\frac{2}{15}$ ✓
 - **Somme** :

$$\frac{4}{15}$$

- **Valeur approchée** : $\approx 0,267$ ✓

b) **Gain net en cas de succès** : $4 - 1$ ✓

- **Valeur** : 3 € ✓
- **Gain net en cas d'échec** : -1 € ✓
- **Probabilité de perdre** : $\frac{11}{15}$ ✓
- **Gain moyen** : $3 \times \frac{4}{15} - 1 \times \frac{11}{15}$ ✓
- **Premier terme** : $\frac{12}{15}$ ✓
- **Différence** : $\frac{12 - 11}{15}$ ✓
- **Résultat** :

$$\frac{1}{15} \approx 0,07 \text{ €}$$

- **Signe** : positif ✓
- **Conclusion** : le jeu est légèrement favorable au **joueur** ✓

c) **Gain moyen du joueur sur 300 parties** : $\frac{1}{15} \times 300$ ✓

- **Valeur** : 20 € ✓
- **Bénéfice du stand** :

$$-20 \text{ €}$$

- **Interprétation** : le stand perd en moyenne 20 € ✓
- **Contrôle par le détail** : environ 80 parties gagnantes ✓
- **Versements** : $80 \times 4 = 320 \text{ €}$ ✓
- **Recettes** : 300 € ✓
- **Bilan** : $300 - 320 = -20 \text{ €}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Correction possible** : porter la mise à 1,10 € ✓
- **Nouveau gain moyen du joueur** : $\frac{1}{15} - 0,1 \approx -0,03 \text{ €}$ ✓

Réponse. a) $\frac{4}{15}$ · b) $\frac{1}{15}$ € en faveur du joueur · c) le stand perd environ 20 €.