Plaquette 4 – Fréquences, tableaux et diagrammes

Statistiques — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Fréquence. Pour une valeur d'effectif n dans une population d'effectif total N :

$$f = \frac{n}{N}$$

Forme	Calcul
fraction	$\frac{n}{N}$
décimale	division effectuée
pourcentage	$\frac{n}{N} \times 100$

Propriété de contrôle. La somme de toutes les fréquences vaut 1, soit 100 %. C'est la vérification systématique de tout tableau de fréquences.

Diagramme circulaire. Le disque entier représente l'effectif total, soit 360° :

$$\text{angle} = 360 \times \frac{n}{N}$$

Pour un diagramme **semi-circulaire**, on remplace 360 par 180.

Diagramme	Ce qu'il montre bien
en bâtons	comparer des effectifs de valeurs isolées
circulaire	montrer des parts d'un tout
histogramme	répartition par classes d'amplitudes égales
courbe	une évolution dans le temps

Arrondis. On arrondit à la fin, jamais en cours de calcul. Après arrondi, la somme des pourcentages peut donner 99,9 ou 100,1 : on le signale plutôt que de truquer une valeur.

Comparer deux populations. On compare toujours les **fréquences**, jamais les effectifs bruts : 40 élèves sur 200 ne pèsent pas comme 40 sur 50.

Pourcentage d'un pourcentage. Les proportions se **multiplient** : 25 % de 60 % font 15 % de l'ensemble.

Correction de l'exercice 1 – Calculer des fréquences

L'effectif total vaut $12 + 9 + 6 + 3 = 30$ élèves. La fréquence d'un sport est le quotient de son effectif par l'effectif total :

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

— football : $\frac{12}{30} = 0{,}4$, soit 40 % ;

— tennis : $\frac{9}{30} = 0{,}3$, soit 30 % ;

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— natation : $\frac{6}{30} = 0{,}2$, soit 20 % ;

— autre : $\frac{3}{30} = 0{,}1$, soit 10 %.

Contrôle : $40 + 30 + 20 + 10 = 100$. Le football est deux fois plus cité que la natation.

Réponse. 30 élèves ; 40 %, 30 %, 20 % et 10 %.

Correction de l’exercice 2 – Des fréquences à arrondir

L’effectif total vaut $14 + 9 + 14 = 37$ élèves. On divise chaque effectif par 37, puis on arrondit le pourcentage au dixième :

$$\frac{14}{37} \approx 0{,}3784 \to 37{,}8\,\% \qquad \frac{9}{37} \approx 0{,}2432 \to 24{,}3\,\%$$

et 37,8 % pour la marche, comme pour le bus.

La somme des pourcentages arrondis vaut 99,9 % et non 100 % : c’est un effet des arrondis, chacun étant légèrement inférieur à la valeur exacte. On le signale, sans modifier une des valeurs pour « tomber juste ».

Réponse. 37,8 %, 24,3 % et 37,8 % (somme 99,9 % à cause des arrondis).

Correction de l’exercice 3 – Retrouver un effectif

a) On cherche 35 % de 480, c’est-à-dire $480 \times 0{,}35$:

$$480 \times 0{,}35 = 168 \text{ élèves}$$

(on peut aussi calculer 30 %, soit 144, puis 5 %, soit 24, et ajouter). Il y a donc $480 - 168 = 312$ externes.

b) La fréquence des élèves de sixième vaut $\frac{96}{480} = \frac{1}{5} = 0{,}2$, soit 20 % : un élève sur cinq est en sixième. C’est un peu moins que si les quatre niveaux avaient le même effectif (25 %, soit 120 élèves chacun).

Réponse. a) 168 élèves · b) 20 %.

Correction de l’exercice 4 – Angles d’un diagramme circulaire

Dans un diagramme circulaire, le disque entier (360°) représente l’effectif total, et l’angle de chaque secteur est proportionnel à son effectif. Ici, un élève correspond à

$$360 \div 30 = 12°$$

Les angles valent donc : football $12 \times 12 = 144°$, tennis $9 \times 12 = 108°$, natation $6 \times 12 = 72°$, autre $3 \times 12 = 36°$.

Contrôle : $144 + 108 + 72 + 36 = 360°$. Le secteur du football fait un peu moins d’un demi-disque, ce qui correspond bien à 40 % des élèves.

Réponse. 144°, 108°, 72° et 36° (somme 360°).

Correction de l’exercice 5 – Du diagramme au tableau

a) Les angles d’un diagramme circulaire totalisent 360° : le secteur « sans avis » mesure $360 - 150 - 120 = 90°$.

b) Les 360° représentent 240 personnes : un degré correspond à $\frac{240}{360} = \frac{2}{3}$ de personne. Les effectifs valent donc

$$150 \times \frac{2}{3} = 100 \qquad 120 \times \frac{2}{3} = 80 \qquad 90 \times \frac{2}{3} = 60$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Contrôle : $100 + 80 + 60 = 240$. En fréquences, cela fait environ 41,7 % de « oui », 33,3 % de « non » et 25 % de « sans avis » (un quart du disque, comme l'angle de 90°).

Réponse. a) 90° · b) 100, 80 et 60 personnes.

Correction de l'exercice 6 – Un budget mensuel

a) On vérifie d'abord que les postes totalisent bien 1800 €. La fréquence de chaque poste est son montant divisé par 1800 : loyer $\frac{720}{1800} = 40\,\%$, alimentation 25 %, transport 10 %, loisirs $\frac{150}{1800} \approx 8{,}3\,\%$, divers $\approx 16{,}7\,\%$.

b) Dans un diagramme circulaire, chaque angle est la fréquence multipliée par 360° :

$$0{,}4 \times 360 = 144° \qquad 0{,}25 \times 360 = 90° \qquad 0{,}1 \times 360 = 36°$$

et $\frac{150}{1800} \times 360 = 30°$ pour les loisirs, 60° pour les divers. **Contrôle** : $144 + 90 + 36 + 30 + 60 = 360°$. Le loyer et l'alimentation représentent à eux deux 65 % du budget.

Réponse. a) 40 %, 25 %, 10 %, 8,3 %, 16,7 % · b) 144°, 90°, 36°, 30°, 60°.

Correction de l'exercice 7 – Comparer deux collèges

a) En nombre, le collège A compte plus de sportifs : $84 > 60$.

b) Pour savoir où la pratique est la plus **répandue**, on compare les fréquences, car les collèges n'ont pas la même taille :

$$\text{A} : \frac{84}{350} = 0{,}24 = 24\,\% \qquad \text{B} : \frac{60}{200} = 0{,}3 = 30\,\%$$

La pratique est plus répandue dans le collège **B**. Les deux réponses sont opposées : le collège A est simplement plus grand. Au taux de B, il aurait $0{,}3 \times 350 = 105$ sportifs. Pour comparer des populations de tailles différentes, on compare des fréquences, pas des effectifs.

Réponse. a) le collège A (84 contre 60) · b) le collège B (30 % contre 24 %).

Correction de l'exercice 8 – Fréquences cumulées

L'effectif total vaut $2 + 6 + 8 + 3 + 1 = 20$. La fréquence de chaque note est son effectif divisé par 20 : 10 %, 30 %, 40 %, 15 % et 5 %.

Les fréquences cumulées croissantes s'obtiennent en ajoutant chaque fréquence aux précédentes :

note	5	8	11	14	17
cumul	10 %	40 %	80 %	95 %	100 %

Lecture : 40 % des élèves ont 8 ou moins, donc

$$100 - 40 = 60\,\%$$

ont au moins 11. La fréquence cumulée dépasse 50 % à la note 11 : c'est la médiane.

Réponse. Fréquences 10, 30, 40, 15, 5 % ; cumuls 10, 40, 80, 95, 100 %.

Correction de l'exercice 9 – Un tableau à double entrée

On vérifie d'abord les totaux du tableau : $45 + 115 = 160$, $35 + 105 = 140$, $45 + 35 = 80$, $115 + 105 = 220$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) Les internes représentent $\frac{80}{300} \approx 26{,}7\,\%$ des élèves.

b) Parmi les 80 internes, 35 sont des filles : $\frac{35}{80} = 0{,}4375 = 43{,}75\,\%$.

c) Parmi les 140 filles, 35 sont internes :

$$\frac{35}{140} = 0{,}25 = 25\,\%$$

Les questions b) et c) portent sur les mêmes 35 élèves, mais la population de référence change (les internes, puis les filles), d'où deux pourcentages différents. Un pourcentage n'a de sens qu'avec sa référence.

Réponse. a) environ 26,7 % · b) 43,75 % · c) 25 %.

Correction de l'exercice 10 – Pourcentage d'un pourcentage

a) Les 25 % portent sur les sportifs, pas sur tous les élèves. Prendre 25 % de 60 %, c'est multiplier les proportions :

$$0{,}25 \times 0{,}6 = 0{,}15 = 15\,\%$$

15 % des élèves font du football.

b) Sur 840 élèves : $0{,}6 \times 840 = 504$ sportifs, dont $0{,}25 \times 504 = 126$ footballeurs. On retrouve $0{,}15 \times 840 = 126$.

Erreur classique : répondre 25 %, ou additionner les taux. Les sportifs qui ne font pas de football sont $504 - 126 = 378$, soit 45 % des élèves.

Réponse. a) 15 % · b) 126 élèves.

Correction de l'exercice 11 – Regroupement en classes

a) On divise chaque effectif par 50 : $\frac{18}{50} = 36\,\%$, $\frac{16}{50} = 32\,\%$, $\frac{11}{50} = 22\,\%$ et $\frac{5}{50} = 10\,\%$.

b) Moins de 10 minutes, ce sont les deux premières classes : $18 + 16 = 34$ clients, soit $\frac{34}{50} = 68\,\%$.

c) On remplace chaque classe par son centre (2,5 ; 7,5 ; 12,5 ; 17,5) :

$$\frac{18 \times 2{,}5 + 16 \times 7{,}5 + 11 \times 12{,}5 + 5 \times 17{,}5}{50} = \frac{390}{50} = 7{,}8$$

La durée moyenne d'attente est d'environ 7,8 minutes. C'est une estimation, puisque les durées exactes ne sont pas connues.

Réponse. a) 36, 32, 22 et 10 % · b) 68 % · c) environ 7,8 minutes.

Correction de l'exercice 12 – Un sondage

a) Les trois proportions totalisent 100 % : les « sans opinion » représentent $100 - 38 - 47 = 15\,\%$.

b) On applique chaque pourcentage aux 1200 personnes : $0{,}38 \times 1200 = 456$ « pour », $0{,}47 \times 1200 = 564$ « contre » et $0{,}15 \times 1200 = 180$ « sans opinion ».

c) Chaque angle vaut la proportion multipliée par 360° :

$$0{,}38 \times 360 = 136{,}8° \approx 137° \qquad 0{,}47 \times 360 = 169{,}2° \approx 169° \qquad 0{,}15 \times 360 = 54°$$

Le « contre » l'emporte de 9 points (108 personnes), sans atteindre la majorité absolue (50 %).

Réponse. a) 15 % · b) 456, 564 et 180 · c) 137°, 169° et 54°.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 13 – Un diagramme trompeur

a) Le taux d’évolution réel est la variation divisée par la valeur de départ :

$$\frac{54-50}{50} = \frac{4}{50} = 0{,}08 = +8\,\%$$

b) L’axe commence à 48 : les barres ne montrent que ce qui dépasse 48, soit 2 et 6 unités. La seconde paraît **trois fois** plus haute que la première ($6 \div 2 = 3$).

c) Une hausse de 8 % est lue comme un triplement : le diagramme est **trompeur**. Avec un axe partant de 0, le rapport des hauteurs serait $\frac{54}{50} = 1{,}08$, et les barres paraîtraient presque identiques. Avant de conclure, il faut toujours lire les graduations.

Réponse. a) +8 % · b) un rapport de 3 · c) l’axe tronqué exagère énormément l’évolution.

Correction de l’exercice 14 – Compléter un tableau

L’effectif total vaut 250 : l’effectif de B est ce qui manque,
$250 - (60 + 75 + 40) = 250 - 175 = 75$.

Chaque fréquence est l’effectif divisé par 250 :

valeur	A	B	C	D
effectif	60	75	75	40
fréquence	24 %	30 %	30 %	16 %

par exemple $\frac{60}{250} = 0{,}24$.

Contrôle :

$$24 + 30 + 30 + 16 = 100$$

Les valeurs B et C sont les plus fréquentes, à égalité.

Réponse. B vaut 75 ; fréquences 24 %, 30 %, 30 % et 16 %.

Correction de l’exercice 15 – Effectifs et fréquences inversés

a) 15 % de l’effectif total N valent 27 personnes :

$$0{,}15 \times N = 27 \quad \text{donc} \quad N = \frac{27}{0{,}15} = 180 \text{ membres}$$

On peut aussi raisonner ainsi : 5 % font 9 personnes, donc 100 % en font $20 \times 9 = 180$.

b) Les plus de 16 ans représentent $100 - 15 - 40 = 45\,\%$ des membres, soit $0{,}45 \times 180 = 81$ membres. C’est la catégorie la plus nombreuse (72 membres ont entre 12 et 16 ans).

Réponse. a) 180 membres · b) 81 membres.

Correction de l’exercice 16 – Synthèse : une enquête complète

a) On vérifie que les effectifs totalisent 400. Les fréquences valent $\frac{150}{400} = 37{,}5\,\%$, $\frac{80}{400} = 20\,\%$, $\frac{120}{400} = 30\,\%$ et $\frac{50}{400} = 12{,}5\,\%$.

b) Les angles valent la fréquence multipliée par 360° : 135°, 72°, 108° et 45°, de somme 360°.

c) Lisent sur papier, au moins en partie, ceux qui lisent sur papier seulement ou « les

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

deux » : $150 + 120 = 270$ personnes, soit $\dfrac{270}{400} = 67{,}5\,\%$.

d) La référence change : on ne garde que les lecteurs, $400 - 50 = 350$ personnes. Parmi eux, $80 + 120 = 200$ utilisent le numérique, soit

$$\frac{200}{350} \approx 57{,}1\,\%$$

Réponse. a) 37,5, 20, 30 et 12,5 % · b) 135°, 72°, 108° et 45° · c) 67,5 % · d) environ 57,1 %.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).