

Plaquette 3 – Médiane, étendue et effectifs cumulés

Statistiques – Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Médiane. On range d'abord la série dans l'**ordre croissant**.

Effectif N	Médiane
impair	la valeur de rang $\frac{N+1}{2}$
pair	la demi-somme des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$

Propriété. Au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à la médiane, et au moins la moitié lui sont supérieures ou égales.

Étendue.

$$e = \text{valeur maximale} - \text{valeur minimale}$$

C'est un indicateur de **dispersion**, pas de position : deux séries de même moyenne peuvent avoir des étendues très différentes.

Effectifs cumulés croissants. On additionne les effectifs de gauche à droite. La médiane est la première valeur dont l'effectif cumulé atteint ou dépasse $\frac{N}{2}$.

Indicateur	Sensible aux valeurs extrêmes ?
moyenne	oui, fortement
médiane	non
étendue	oui, elle ne dépend que d'elles

Quand préférer la médiane. Sur des salaires, des prix immobiliers, des temps de trajet : quelques valeurs très grandes tirent la moyenne vers le haut sans représenter la majorité.

Erreur fréquente. Oublier de trier avant de chercher la médiane. Le rang se lit sur la série **ordonnée**, jamais sur la série brute.

Correction de l'exercice 1 – Médiane d'une série impaire

- **Première étape** : trier la série ✓
- **Série ordonnée** : 3, 5, 7, 9, 12 ✓
- **Effectif** : $N = 5$, impair ✓
- **Rang de la médiane** : $\frac{5+1}{2}$ ✓
- **Valeur du rang** : 3 ✓
- **Médiane** :

7

- **Vérification** : deux valeurs avant, deux valeurs après ✓
- **Étendue** : $12 - 3$ ✓
- **Résultat** :

9

- **Moyenne** : $\frac{36}{5}$ ✓
- **Valeur** : 7,2 ✓
- **Comparaison** : moyenne et médiane sont proches ✓
- **Explication** : la série est assez équilibrée ✓
- **Effet du remplacement de 12 par 40** : la médiane reste 7 ✓
- **Nouvelle moyenne** : $\frac{64}{5} = 12,8$ ✓
- **Constat** : seule la moyenne a bougé ✓
- **Nouvelle étendue** : $40 - 3 = 37$ ✓
- **Conclusion** : l'étendue aussi est sensible aux extrêmes ✓

Réponse. Médiane 7, étendue 9.

Correction de l'exercice 2 - Médiane d'une série paire

- **Série ordonnée** : 2, 4, 8, 9, 11, 15 ✓
- **Effectif** : $N = 6$, pair ✓
- **Rangs centraux** : 3 et 4 ✓
- **Valeurs correspondantes** : 8 et 9 ✓
- **Médiane** : demi-somme ✓
- **Calcul** : $\frac{8+9}{2}$ ✓
- **Résultat** :

8,5

- **Vérification** : trois valeurs en dessous, trois au-dessus ✓
- **Remarque** : la médiane n'appartient pas forcément à la série ✓
- **Étendue** : $15 - 2$ ✓
- **Résultat** :

13

- **Moyenne** : $\frac{49}{6}$ ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 8,17$ ✓
- **Comparaison** : la médiane est légèrement supérieure ✓
- **Erreur classique** : prendre la médiane sur la série non triée ✓
- **Ce que cela donnerait** : $\frac{11+15}{2} = 13$ ✓
- **Verdict** : faux ✓
- **Rappel** : le tri est la première étape obligatoire ✓

Réponse. Médiane 8,5, étendue 13.

Correction de l'exercice 3 - Médiane et moyenne différentes

- a) **Somme** : $2 + 3 + 3 + 4 + 38$ ✓
- **Total** : 50 ✓
- **Moyenne** : $\frac{50}{5}$ ✓
- **Résultat** : 10 ✓
- **Série déjà ordonnée** ✓

- **Effectif** : 5, impair ✓
- **Rang de la médiane** : 3 ✓
- **Médiane** :

3

b) **Position de la moyenne** : au-dessus de quatre valeurs sur cinq ✓

- **Constat** : aucune valeur n'est proche de 10 sauf 38 ✓
- **Position de la médiane** : au cœur du groupe 2, 3, 3, 4 ✓
- **Conclusion** : la **médiane** décrit mieux la série ✓
- **Cause de l'écart** : la valeur extrême 38 ✓
- **Contribution de 38 à la somme** : 76 % ✓
- **Contrôle** : $\frac{38}{50} = 0,76$ ✓
- **Moyenne sans le 38** : $\frac{12}{4} = 3$ ✓
- **Concordance avec la médiane** ✓
- **Étendue** : $38 - 2 = 36$ ✓
- **Interprétation** : une étendue énorme pour quatre valeurs resserrées ✓
- **Leçon** : trois indicateurs valent mieux qu'un ✓

Réponse. a) moyenne 10, médiane 3 · b) la médiane, car 38 est une valeur extrême.

Correction de l'exercice 4 - Médiane dans un tableau d'effectifs

- **Effectif total** : $3 + 5 + 7 + 4 + 2$ ✓
- **Total** : 21 élèves ✓
- **Effectif cumulé après 8** : 3 ✓
- **Après 10** : $3 + 5 = 8$ ✓
- **Après 12** : $8 + 7 = 15$ ✓
- **Après 14** : $15 + 4 = 19$ ✓
- **Après 16** : $19 + 2 = 21$ ✓
- **Tableau des cumuls** ✓

note	8	10	12	14	16
cumul	3	8	15	19	21

- **Effectif impair** : $N = 21$ ✓
- **Rang de la médiane** : $\frac{21+1}{2} = 11$ ✓
- **Recherche** : le cumul atteint 11 dans la colonne de 12 ✓
- **Raison** : $8 < 11 \leq 15$ ✓
- **Médiane** :

12

- **Vérification** : 10 élèves ont moins, 10 ont plus ✓
- **Contrôle** : 8 élèves à 10 ou moins, plus 2 des sept à 12 ✓
- **Moyenne** : $\frac{24 + 50 + 84 + 56 + 32}{21}$ ✓
- **Somme** : 246 ✓
- **Valeur approchée** : $\approx 11,71$ ✓
- **Étendue** : $16 - 8 = 8$ ✓

Réponse. 21 élèves ; cumuls 3, 8, 15, 19, 21 ; médiane 12.

Correction de l'exercice 5 – Effectif pair dans un tableau

- **Effectif total** : $4 + 6 + 8 + 4 + 2$ ✓
- **Total** : 24 élèves ✓
- **Parité** : N est **pair** ✓
- **Rangs centraux** : 12 et 13 ✓
- **Effectifs cumulés, après 0** : 4 ✓
- **Après 1** : 10 ✓
- **Après 2** : 18 ✓
- **Après 3** : 22 ✓
- **Après 4** : 24 ✓
- **Recherche du rang 12** : le cumul passe de 10 à 18 ✓
- **Valeur correspondante** : 2 ✓
- **Recherche du rang 13** : même colonne ✓
- **Valeur correspondante** : 2 ✓
- **Médiane** : demi-somme ✓
- **Calcul** : $\frac{2+2}{2}$ ✓
- **Résultat** :
2 livres
- **Vérification** : 10 élèves en lisent moins de 2 ✓
- **Et** : 6 élèves en lisent plus ✓
- **Moyenne** : $\frac{0 + 6 + 16 + 12 + 8}{24}$ ✓
- **Somme** : 42 ✓
- **Valeur** : 1,75 ✓
- **Comparaison** : la médiane dépasse la moyenne ✓

Réponse. Médiane 2 livres.

Correction de l'exercice 6 – Étendue et dispersion

- a) **Somme de A** : $9 + 10 + 10 + 11 + 10$ ✓
- **Total** : 50 ✓
 - **Moyenne de A** : 10 ✓
 - **Somme de B** : $2 + 18 + 10 + 4 + 16$ ✓
 - **Total** : 50 ✓
 - **Moyenne de B** :
10
 - **Conclusion** : les moyennes sont bien égales ✓
- b) **Étendue de A** : $11 - 9$ ✓
- **Résultat** : 2 ✓
 - **Étendue de B** : $18 - 2$ ✓
 - **Résultat** :
16
- c) **Comparaison** : $16 > 2$ ✓
- **Conclusion** : la série **B** est bien plus dispersée ✓

- **Interprétation de A** : toutes les valeurs sont proches de 10 ✓
- **Interprétation de B** : les valeurs s'écartent beaucoup ✓
- **Médiane de A** : série triée 9, 10, 10, 10, 11 ✓
- **Valeur** : 10 ✓
- **Médiane de B** : série triée 2, 4, 10, 16, 18 ✓
- **Valeur** : 10 ✓
- **Constat** : même moyenne **et** même médiane ✓
- **Ce qui les distingue** : la dispersion ✓
- **Leçon** : un indicateur de position ne suffit jamais ✓

Réponse. a) moyenne 10 pour les deux · b) 2 et 16 · c) la série B.

Correction de l'exercice 7 - Une valeur à retrouver

- **Effectif** : $N = 7$, impair ✓
- **Rang de la médiane** : $\frac{7+1}{2} = 4$ ✓
- **Valeur de rang 4** : c'est x ✓
- **Donc** :

$$x = 9$$
- **Contrôle de l'ordre** : $7 \leq 9 \leq 12$ ✓
- **La série reste bien ordonnée** ✓
- **Étendue** : $18 - 3$ ✓
- **Résultat** :

$$15$$
- **Moyenne** : somme $3 + 5 + 7 + 9 + 12 + 14 + 18$ ✓
- **Total** : 68 ✓
- **Valeur approchée** : $\frac{68}{7} \approx 9,71$ ✓
- **Comparaison avec la médiane** : légèrement supérieure ✓
- **Explication** : les grandes valeurs sont un peu plus éloignées ✓
- **Valeurs possibles de x si la médiane valait 8** : $x = 8$ ✓
- **Contrôle de l'ordre** : $7 \leq 8 \leq 12$ ✓
- **Valeur impossible** : $x = 15$ ✓
- **Raison** : la série ne serait plus ordonnée ✓
- **Contrainte générale** : $7 \leq x \leq 12$ ✓

Réponse. $x = 9$, étendue 15.

Correction de l'exercice 8 - Les salaires d'une entreprise

- a) **Somme, premier bloc** : $1600 + 1700 + 1700 = 5000$ ✓
- **Deuxième bloc** : $1800 + 1900 + 2000 = 5700$ ✓
- **Troisième bloc** : $2100 + 2400 + 9800 = 14\,300$ ✓
- **Somme totale** : $5000 + 5700 + 14\,300$ ✓
- **Total** : 25 000 € ✓
- **Moyenne** : $\frac{25\,000}{9}$ ✓
- **Valeur approchée** :

$$\approx 2778 \text{ €}$$

- **Série déjà ordonnée** ✓
- **Effectif impair** : 9 ✓
- **Rang de la médiane** : 5 ✓
- **Médiane** :

1900 €

b) **Constat** : 8 salariés sur 9 gagnent moins que la moyenne ✓

- **Cause** : le salaire de 9800 € ✓
- **Sa part de la masse salariale** : $\frac{9800}{25\,000} = 39,2\%$ ✓
- **Le syndicat** mettra en avant la **médiane** ✓
- **Raison** : elle reflète la réalité de la majorité ✓
- **La direction** mettra en avant la **moyenne** ✓
- **Raison** : elle donne un chiffre plus flatteur ✓
- **Moyenne sans le salaire extrême** : $\frac{15\,200}{8} = 1900$ € ✓
- **Concordance avec la médiane** ✓
- **Étendue** : $9800 - 1600 = 8200$ € ✓
- **Leçon** : le choix de l'indicateur n'est jamais neutre ✓

Réponse. a) moyenne environ 2778 €, médiane 1900 € · b) le syndicat la médiane, la direction la moyenne.

Correction de l'exercice 9 – Les tailles d'un groupe

a) **Série ordonnée** : 158, 160, 162, 165, 168, 170, 171, 174 ✓

- **Effectif** : $N = 8$, pair ✓
- **Rangs centraux** : 4 et 5 ✓
- **Valeurs correspondantes** : 165 et 168 ✓
- **Médiane** : $\frac{165 + 168}{2}$ ✓
- **Calcul** : $\frac{333}{2}$ ✓
- **Résultat** :

166,5 cm

b) **Étendue** : $174 - 158$ ✓

- **Résultat** :

16 cm

- **Somme, premier bloc** : $158 + 160 + 162 + 165 = 645$ ✓
- **Second bloc** : $168 + 170 + 171 + 174 = 683$ ✓
- **Somme totale** : 1328 ✓
- **Moyenne** : $\frac{1328}{8}$ ✓
- **Résultat** : 166 cm ✓
- **Comparaison avec la médiane** : très proche ✓
- **Interprétation** : la série est bien équilibrée ✓
- **Nombre de personnes au-dessus de la moyenne** : 4 ✓
- **Nombre en dessous** : 4 ✓
- **Écart type d'appréciation** : les tailles tiennent dans 16 cm ✓
- **Interprétation** : un groupe homogène ✓

Réponse. a) 166,5 cm · b) étendue 16 cm, moyenne 166 cm.

Correction de l'exercice 10 - Lire des effectifs cumulés

a) **Méthode** : on soustrait chaque cumul du précédent ✓

- **Effectif de 5** : 6 ✓
- **Effectif de 10** : $14 - 6 = 8$ ✓
- **Effectif de 15** : $25 - 14 = 11$ ✓
- **Effectif de 20** : $34 - 25 = 9$ ✓
- **Effectif de 30** : $40 - 34 = 6$ ✓
- **Tableau des effectifs** ✓

temps	5	10	15	20	30
effectif	6	8	11	9	6

- **Contrôle** : $6 + 8 + 11 + 9 + 6 = 40$ ✓
- **Concordance avec le dernier cumul** ✓

b) **Effectif total** : 40, pair ✓

- **Rangs centraux** : 20 et 21 ✓
- **Recherche du rang 20** : le cumul passe de 14 à 25 ✓
- **Valeur correspondante** : 15 ✓
- **Recherche du rang 21** : même colonne ✓
- **Valeur correspondante** : 15 ✓
- **Médiane** :

15 minutes

- **Vérification** : 14 personnes mettent moins de 15 min ✓
- **Et** : 15 personnes mettent plus ✓
- **Proportion à 10 min ou moins** : $\frac{14}{40} = 35\%$ ✓
- **Proportion à plus de 20 min** : $\frac{6}{40} = 15\%$ ✓

Réponse. a) 6, 8, 11, 9, 6 · b) médiane 15 minutes.

Correction de l'exercice 11 - Ajouter une valeur

a) **Effectif** : 4, pair ✓

- **Rangs centraux** : 2 et 3 ✓
- **Valeurs** : 6 et 8 ✓
- **Médiane** :

7

b) **Nouvelle série ordonnée** : 4, 6, 8, 10, 20 ✓

- **Effectif** : 5, impair ✓
- **Rang de la médiane** : 3 ✓
- **Médiane** :

8

- **Variation** : +1 ✓
- **Interprétation** : ajouter une grande valeur décale légèrement la médiane ✓

- **Moyenne avant** : $\frac{28}{4} = 7$ ✓
- **Moyenne après** : $\frac{48}{5} = 9,6$ ✓
- **Variation** : +2,6 ✓
- **Comparaison** : la moyenne a bien plus bougé ✓

c) **Nouvelle série ordonnée** : 2, 4, 6, 8, 10, 20 ✓

- **Effectif** : 6, pair ✓
- **Rangs centraux** : 3 et 4 ✓
- **Valeurs** : 6 et 8 ✓
- **Médiane** :

7

- **Constat** : on revient à la médiane de départ ✓
- **Explication** : une valeur ajoutée de chaque côté ✓
- **Nouvelle moyenne** : $\frac{50}{6} \approx 8,33$ ✓
- **Étendue finale** : $20 - 2 = 18$ ✓

Réponse. a) 7 · b) 8 · c) 7.

Correction de l'exercice 12 - Les prix des logements

a) **Série déjà ordonnée** ✓

- **Effectif** : 11, impair ✓
- **Rang de la médiane** : $\frac{11+1}{2} = 6$ ✓
- **Valeur de rang 6** : 160 ✓
- **Médiane** :

160 milliers d'euros

b) **Somme, premier bloc** : $120 + 135 + 140 + 150 = 545$ ✓

- **Deuxième bloc** : $155 + 160 + 165 + 175 = 655$ ✓
- **Troisième bloc** : $190 + 210 + 800 = 1200$ ✓
- **Somme totale** : $545 + 655 + 1200$ ✓
- **Total** : 2400 ✓
- **Moyenne** : $\frac{2400}{11}$ ✓
- **Valeur approchée** :

≈ 218 milliers d'euros

c) **Constat** : 10 logements sur 11 valent moins que la moyenne ✓

- **Cause** : le logement à 800 ✓
- **Sa part du total** : $\frac{800}{2400} = 33,3\%$ ✓
- **Conclusion** : c'est la **médiane** qui est honnête ✓
- **Raison** : elle décrit le logement typique ✓
- **Moyenne sans le logement extrême** : $\frac{1600}{10} = 160$ ✓
- **Concordance avec la médiane** ✓
- **Étendue** : $800 - 120 = 680$ ✓
- **Interprétation** : une étendue énorme, due à un seul bien ✓
- **Leçon** : sur les prix immobiliers, la médiane est l'indicateur de référence ✓

Réponse. a) 160 · b) environ 218 · c) la médiane, plus représentative.

Correction de l'exercice 13 – Comparer deux classes

a) **Médianes égales** : 12 dans les deux cas ✓

— **Interprétation** : dans chaque classe, la moitié des élèves ont au moins 12 ✓

— **Conclusion** :

la réussite typique est la même

b) **Comparaison des étendues** : $16 > 6$ ✓

— **Conclusion** : la classe **B** est plus hétérogène ✓

— **Interprétation pour A** : les notes tiennent dans 6 points ✓

— **Interprétation pour B** : elles s'étalent sur 16 points ✓

c) **Classe A** : les notes tiennent dans un intervalle de 6 points ✓

— **Encadrement possible** : entre 9 et 15, ou 10 et 16 ✓

— **Cas le plus favorable** : de 13 à 19 ✓

— **Mais** : la médiane vaut 12 ✓

— **Conséquence** : au moins la moitié des notes sont ≤ 12 ✓

— **Donc** : le minimum est au plus 12 ✓

— **Maximum possible** : $12 + 6 = 18$ ✓

— **Conclusion pour A** : un 19 est **impossible** ✓

— **Classe B** : le maximum peut atteindre $12 + 16 = 28$ ✓

— **Donc** : un 19 est **possible** ✓

— **Exemple compatible** : notes de 3 à 19 ✓

— **Contrôle de l'étendue** : $19 - 3 = 16$ ✓

— **Leçon** : médiane et étendue encadrent les valeurs possibles ✓

Réponse. a) identique · b) la classe B · c) seulement dans la classe B.

Correction de l'exercice 14 – Les buts d'une saison

a) **Somme des effectifs** : $7 + 9 + 6 + 5 + 3$ ✓

— **Nombre de matchs** :

30

b) **Effectifs cumulés, après 0** : 7 ✓

— **Après 1** : 16 ✓

— **Après 2** : 22 ✓

— **Après 3** : 27 ✓

— **Après 5** : 30 ✓

— **Effectif pair** : rangs centraux 15 et 16 ✓

— **Recherche du rang 15** : le cumul passe de 7 à 16 ✓

— **Valeur** : 1 ✓

— **Recherche du rang 16** : même colonne ✓

— **Valeur** : 1 ✓

— **Médiane** :

1 but

— **Étendue** : $5 - 0$ ✓

— **Résultat** : 5 buts ✓

c) **Produits** : 0, 9, 12, 15, 15 ✓

— **Somme** : $0 + 9 + 12 + 15 + 15$ ✓

— **Total** : 51 buts ✓

— **Moyenne** : $\frac{51}{30}$ ✓

— **Résultat** :

1,7 but par match

— **Comparaison avec la médiane** : la moyenne est plus élevée ✓

— **Explication** : les matchs à 5 buts tirent la moyenne vers le haut ✓

— **Proportion de matchs sans but** : $\frac{7}{30} \approx 23,3\%$ ✓

— **Proportion de matchs à 3 buts ou plus** : $\frac{8}{30} \approx 26,7\%$ ✓

Réponse. a) 30 matchs · b) médiane 1, étendue 5 · c) 1,7 but par match.

Correction de l'exercice 15 - Construire une série

— **Contrainte sur la somme** : $5 \times 10 = 50$ ✓

— **Contrainte sur la médiane** : la troisième valeur ordonnée vaut 8 ✓

— **Contrainte sur l'étendue** : maximum moins minimum vaut 20 ✓

— **Choix du minimum** : 4 ✓

— **Maximum correspondant** : 24 ✓

— **Valeurs placées** : 4, ?, 8, ?, 24 ✓

— **Somme déjà utilisée** : $4 + 8 + 24 = 36$ ✓

— **Reste à répartir** : $50 - 36 = 14$ ✓

— **Contrainte d'ordre pour la deuxième** : entre 4 et 8 ✓

— **Contrainte pour la quatrième** : entre 8 et 24 ✓

— **Essai** : 6 et 8 ✓

— **Somme** : 14 ✓

— **Série obtenue** :

4 6 8 8 24

— **Vérification de la somme** : $4 + 6 + 8 + 8 + 24 = 50$ ✓

— **Vérification de la moyenne** : $\frac{50}{5} = 10$ ✓

— **Vérification de la médiane** : la troisième valeur est 8 ✓

— **Vérification de l'étendue** : $24 - 4 = 20$ ✓

— **Les trois contraintes sont satisfaites** ✓

— **Autre solution** : 2, 7, 8, 11, 22 ✓

— **Contrôle de la somme** : 50 ✓

— **Contrôle de l'étendue** : $22 - 2 = 20$ ✓

— **Conclusion** : la solution n'est pas unique ✓

Réponse. Par exemple 4, 6, 8, 8, 24 (la solution n'est pas unique).

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : trois indicateurs

a) **Somme des effectifs** : $4 + 7 + 9 + 5 + 4 + 1$ ✓

— **Effectif total** :

30 membres

- **Cumul après 12** : 4 ✓
- **Après 13** : 11 ✓
- **Après 14** : 20 ✓
- **Après 15** : 25 ✓
- **Après 16** : 29 ✓
- **Après 25** : 30 ✓

b) **Effectif pair** : rangs centraux 15 et 16 ✓

- **Recherche du rang 15** : le cumul passe de 11 à 20 ✓
- **Valeur** : 14 ✓
- **Recherche du rang 16** : même colonne ✓
- **Valeur** : 14 ✓
- **Médiane** :

14 ans

- **Étendue** : $25 - 12$ ✓
- **Résultat** : 13 ans ✓

c) **Produits** : 48, 91, 126, 75, 64, 25 ✓

- **Somme, premier bloc** : $48 + 91 + 126 = 265$ ✓
- **Second bloc** : $75 + 64 + 25 = 164$ ✓
- **Somme totale** : 429 ✓
- **Moyenne** : $\frac{429}{30}$ ✓
- **Résultat** :

14,3 ans

d) **Constat** : un seul membre a 25 ans ✓

- **Écart avec les autres** : 9 ans au moins ✓
- **Effet sur l'étendue** : elle passerait de 4 à 13 ✓
- **Contrôle sans ce membre** : $16 - 12 = 4$ ✓
- **Effet sur la moyenne** : $\frac{404}{29} \approx 13,9$ ans ✓
- **Effet sur la médiane** : elle reste 14 ✓
- **Conclusion** : la **médiane** est la plus stable ✓
- **Interprétation** : le club rassemble surtout des collégiens ✓
- **Hypothèse sur le membre de 25 ans** : probablement l'encadrant ✓

Réponse. a) 30 membres · b) médiane 14 ans, étendue 13 ans · c) 14,3 ans · d) la médiane.