

Plaquette 1 - Moyenne, médiane, étendue et fréquences

Statistiques — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules et méthodes du cours.

- **Moyenne** : $\bar{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$.
- Moyenne avec un tableau d'effectifs : $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$ où N est l'effectif total.
- **Médiane** : on range les valeurs dans l'ordre croissant. Si N est impair, c'est la valeur du milieu (rang $\frac{N+1}{2}$) ; si N est pair, c'est la demi-somme des deux valeurs centrales.
- **Étendue** : max – min. C'est un indicateur de **dispersion**, pas de position.
- **Fréquence** d'une valeur : $f = \frac{n}{N}$, souvent exprimée en pourcentage ($\times 100$).
- **Effectifs cumulés croissants** : on additionne les effectifs de gauche à droite ; ils servent à repérer la médiane.
- Une moyenne est sensible aux valeurs extrêmes, une médiane ne l'est presque pas.

Correction de l'exercice 1 - Moyenne et étendue

- Somme des notes : $12 + 9 + 15 + 14 + 10 = 60$.
- Moyenne : $\bar{x} = \frac{60}{5} = 12$.
- Étendue : la plus grande note est 15, la plus petite 9, donc étendue = $15 - 9 = 6$.
- Interprétation : l'élève tourne autour de 12, avec un écart de 6 points entre sa meilleure et sa moins bonne note.

Réponse. Moyenne 12, étendue 6.

Correction de l'exercice 2 - Médiane d'une série impaire

- La série est déjà rangée dans l'ordre croissant. Il y a $N = 11$ valeurs, nombre impair.
- La médiane est la valeur de rang $\frac{11+1}{2} = 6$.
- En comptant : 6 ; 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 12 ... la 6^e valeur est 12.
- Médiane = 12 : au moins la moitié des élèves ont une note inférieure ou égale à 12, et au moins la moitié ont une note supérieure ou égale à 12.

Réponse. Médiane = 12.

Correction de l'exercice 3 - Médiane d'une série paire

- $N = 8$, nombre pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 4 et 5.
- 4^e valeur : 60 ; 5^e valeur : 61.

$$Me = \frac{60 + 61}{2} = 60,5 \text{ s}$$

- Moyenne : somme = $52 + 55 + 58 + 60 + 61 + 64 + 67 + 72 = 489$, donc $\bar{x} = \frac{489}{8} = 61,125$ s.
- La moyenne est légèrement supérieure à la médiane : le temps de 72 s tire la moyenne vers le haut.

Réponse. Médiane 60,5 s, moyenne 61,125 s.

Correction de l'exercice 4 - Moyenne pondérée

Chaque note compte autant de fois que son coefficient :

$$\bar{x} = \frac{3 \times 14 + 1 \times 8}{3 + 1} = \frac{42 + 8}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$$

- Sans les coefficients, la moyenne serait $\frac{14 + 8}{2} = 11$.
- Le coefficient 3 donne plus de poids à la meilleure note : la moyenne monte à 12,5.

Réponse. 12,5.

Correction de l'exercice 5 - Tableau d'effectifs

a) On applique la formule avec les effectifs :

- Numérateur : $0 \times 6 + 1 \times 8 + 2 \times 7 + 3 \times 3 + 5 \times 1 = 0 + 8 + 14 + 9 + 5 = 36$.
- Effectif total : $6 + 8 + 7 + 3 + 1 = 25$ (cohérent avec l'énoncé).
- Moyenne : $\frac{36}{25} = 1,44$ livre.

b) $N = 25$ est impair : la médiane est la valeur de rang $\frac{25 + 1}{2} = 13$.

- Effectifs cumulés croissants : 6 ; 14 ; 21 ; 24 ; 25.
- Les rangs 7 à 14 correspondent à la valeur 1 : le 13^e élève a donc lu 1 livre. Médiane = 1.

c) Étendue = $5 - 0 = 5$ livres.

Réponse. a) 1,44 · b) 1 · c) 5.

Correction de l'exercice 6 - Fréquences en pourcentage

On applique $f = \frac{n}{N} \times 100$.

- 0 livre : $\frac{6}{25} = 0,24$ soit 24 %.
- 1 livre : $\frac{8}{25} = 0,32$ soit 32 %.
- 2 livres : $\frac{7}{25} = 0,28$ soit 28 %.
- 3 livres : $\frac{3}{25} = 0,12$ soit 12 %.
- 5 livres : $\frac{1}{25} = 0,04$ soit 4 %.
- Contrôle : $24 + 32 + 28 + 12 + 4 = 100$ %.
- « Au moins 2 livres » regroupe les valeurs 2, 3 et 5 : $28 + 12 + 4 = 44$ % des élèves.

Réponse. 24 % ; 32 % ; 28 % ; 12 % ; 4 % · et 44 % ont lu au moins 2 livres.

Correction de l'exercice 7 - Retrouver une valeur manquante

On utilise la moyenne « à l'envers » : la somme vaut moyenne $\times$ effectif.

- Somme des cinq nombres : $5 \times 14 = 70$.
- Somme des quatre connus : $10 + 12 + 15 + 18 = 55$.
- Le cinquième vaut donc $70 - 55 = 15$.
- Vérification : $\frac{10 + 12 + 15 + 18 + 15}{5} = \frac{70}{5} = 14$. Correct.

Réponse. 15.

Correction de l'exercice 8 - Moyenne de deux groupes

Piège. On ne fait pas la moyenne des deux moyennes (12) : les groupes n'ont pas le même effectif. On revient aux sommes.

- Somme des notes des filles : $12 \times 13 = 156$.
- Somme des notes des garçons : $18 \times 11 = 198$.
- Somme totale : $156 + 198 = 354$ pour $12 + 18 = 30$ élèves.

$$\bar{x} = \frac{354}{30} = 11,8$$

- La moyenne de la classe est 11,8 : plus proche de celle des garçons, car ils sont plus nombreux.

Réponse. 11,8.

Correction de l'exercice 9 - Deux séries, même moyenne

- a) Série A : somme = 50, donc moyenne = 10.
 - Série B : somme = $2 + 6 + 10 + 14 + 18 = 50$, donc moyenne = 10.
- b) Étendue de A : $11 - 9 = 2$.
 - Étendue de B : $18 - 2 = 16$.
- c) Les deux séries ont la **même moyenne** mais des dispersions très différentes.
 - La moyenne seule ne suffit donc pas à décrire une série : il faut aussi un indicateur de dispersion.
 - Concrètement : deux classes de même moyenne peuvent être très homogène (A) ou très hétérogène (B).

Réponse. a) 10 et 10 · b) 2 et 16 · c) même moyenne mais dispersions très différentes.

Correction de l'exercice 10 - Salaires : moyenne ou médiane ?

- a) Somme : $1\,600 + 1\,700 + 1\,700 + 1\,800 + 1\,900 + 2\,000 + 8\,000 = 18\,700$.
 - Moyenne : $\frac{18\,700}{7} \approx 2\,671,43$ €.
 - $N = 7$ est impair : la médiane est la 4^e valeur, soit 1 800 €.
- b) Six salariés sur sept gagnent **moins** que la moyenne : celle-ci est tirée vers le haut par le salaire de 8 000 €.
 - La **médiane** (1 800 €) décrit bien mieux le salaire habituel.
 - C'est la raison pour laquelle les statistiques officielles publient le salaire médian à côté du salaire moyen.

Réponse. a) Moyenne $\approx 2\,671,43$ €, médiane 1 800 € · b) la médiane, car la moyenne est tirée par le salaire extrême.

Correction de l'exercice 11 - Synthèse : évolution d'une moyenne

a) Somme actuelle : $4 \times 12 = 48$.

— Pour avoir 13 de moyenne sur 5 notes, il faut une somme de $5 \times 13 = 65$.

— La note nécessaire est donc $65 - 48 = 17$.

— Vérification : $\frac{48 + 17}{5} = \frac{65}{5} = 13$. Correct.

b) Oui : $17 \leq 20$, l'objectif est atteignable.

— Remarque : pour viser 14 de moyenne, il faudrait $5 \times 14 - 48 = 22$, ce qui serait impossible. Plus il y a de notes déjà acquises, plus la moyenne devient difficile à faire bouger.

Réponse. a) 17 · b) oui, $17 \leq 20$.