# Plaquette 1 – Moyenne, médiane, étendue et fréquences

## Statistiques — Troisième

Corrections détaillées

**Boîte à outils**

**Formules et méthodes du cours.**

— **Moyenne** :

$$\overline{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

— Moyenne avec un tableau d'effectifs : $\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_p x_p}{N}$ où $N$ est l'effectif total.

— **Médiane** : on range les valeurs dans l'ordre croissant. Si $N$ est impair, c'est la valeur du milieu (rang $\dfrac{N+1}{2}$) ; si $N$ est pair, c'est la demi-somme des deux valeurs centrales.

— **Étendue** : max − min. C'est un indicateur de **dispersion**, pas de position.

— **Fréquence** d'une valeur : $f = \dfrac{n}{N}$, souvent exprimée en pourcentage (×100).

— **Effectifs cumulés croissants** : on additionne les effectifs de gauche à droite ; ils servent à repérer la médiane.

— Une moyenne est sensible aux valeurs extrêmes, une médiane ne l'est presque pas.

### Correction de l'exercice 1 – Moyenne et étendue

— Somme des notes : $12 + 9 + 15 + 14 + 10 = 60$.

— Moyenne : $\overline{x} = \dfrac{60}{5} = 12$.

— Étendue : la plus grande note est 15, la plus petite 9, donc étendue $= 15 - 9 = 6$.

— Interprétation : l'élève tourne autour de 12, avec un écart de 6 points entre sa meilleure et sa moins bonne note.

**Réponse.** Moyenne 12, étendue 6.

### Correction de l'exercice 2 – Médiane d'une série impaire

— La série est déjà rangée dans l'ordre croissant. Il y a $N = 11$ valeurs, nombre impair.

— La médiane est la valeur de rang $\dfrac{11+1}{2} = 6$.

— En comptant : 6 ; 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 12 … la $6^{\text{e}}$ valeur est 12.

— Médiane = 12 : au moins la moitié des élèves ont une note inférieure ou égale à 12, et au moins la moitié ont une note supérieure ou égale à 12.

**Réponse.** Médiane = 12.

### Correction de l'exercice 3 – Médiane d'une série paire

— $N = 8$, nombre pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 4 et 5.

— $4^{\text{e}}$ valeur : 60 ; $5^{\text{e}}$ valeur : 61.

$$\text{Me} = \frac{60 + 61}{2} = 60{,}5 \text{ s}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Moyenne : somme $= 52 + 55 + 58 + 60 + 61 + 64 + 67 + 72 = 489$, donc $\overline{x} = \dfrac{489}{8} = 61{,}125$ s.
— La moyenne est légèrement supérieure à la médiane : le temps de 72 s tire la moyenne vers le haut.

**Réponse.** Médiane 60,5 s, moyenne 61,125 s.

## Correction de l’exercice 4 – Moyenne pondérée

Chaque note compte autant de fois que son coefficient :

$$\overline{x} = \frac{3 \times 14 + 1 \times 8}{3 + 1} = \frac{42 + 8}{4} = \frac{50}{4} = 12{,}5$$

— Sans les coefficients, la moyenne serait $\dfrac{14 + 8}{2} = 11$.
— Le coefficient 3 donne plus de poids à la meilleure note : la moyenne monte à 12,5.

**Réponse.** 12,5.

## Correction de l’exercice 5 – Tableau d’effectifs

a) On applique la formule avec les effectifs :

— Numérateur : $0 \times 6 + 1 \times 8 + 2 \times 7 + 3 \times 3 + 5 \times 1 = 0 + 8 + 14 + 9 + 5 = 36$.
— Effectif total : $6 + 8 + 7 + 3 + 1 = 25$ (cohérent avec l’énoncé).
— Moyenne : $\dfrac{36}{25} = 1{,}44$ livre.

b) $N = 25$ est impair : la médiane est la valeur de rang $\dfrac{25 + 1}{2} = 13$.

— Effectifs cumulés croissants : 6 ; 14 ; 21 ; 24 ; 25.
— Les rangs 7 à 14 correspondent à la valeur 1 : le $13^{\text{e}}$ élève a donc lu 1 livre. Médiane = 1.

c) Étendue $= 5 - 0 = 5$ livres.

**Réponse.** a) 1,44 · b) 1 · c) 5.

## Correction de l’exercice 6 – Fréquences en pourcentage

On applique $f = \dfrac{n}{N} \times 100$.

— 0 livre : $\dfrac{6}{25} = 0{,}24$ soit 24 %.
— 1 livre : $\dfrac{8}{25} = 0{,}32$ soit 32 %.
— 2 livres : $\dfrac{7}{25} = 0{,}28$ soit 28 %.
— 3 livres : $\dfrac{3}{25} = 0{,}12$ soit 12 %.
— 5 livres : $\dfrac{1}{25} = 0{,}04$ soit 4 %.
— Contrôle : $24 + 32 + 28 + 12 + 4 = 100$ %.
— « Au moins 2 livres » regroupe les valeurs 2, 3 et 5 : $28 + 12 + 4 = 44$ % des élèves.

**Réponse.** 24 % ; 32 % ; 28 % ; 12 % ; 4 % · et 44 % ont lu au moins 2 livres.

## Correction de l’exercice 7 – Retrouver une valeur manquante

On utilise la moyenne « à l’envers » : la somme vaut moyenne × effectif.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Somme des cinq nombres : $5 \times 14 = 70$.
— Somme des quatre connus : $10 + 12 + 15 + 18 = 55$.
— Le cinquième vaut donc $70 - 55 = 15$.
— Vérification : $\dfrac{10 + 12 + 15 + 18 + 15}{5} = \dfrac{70}{5} = 14$. Correct.

**Réponse.** 15.

## Correction de l’exercice 8 – Moyenne de deux groupes

**Piège.** On ne fait pas la moyenne des deux moyennes (12) : les groupes n’ont pas le même effectif. On revient aux sommes.

— Somme des notes des filles : $12 \times 13 = 156$.
— Somme des notes des garçons : $18 \times 11 = 198$.
— Somme totale : $156 + 198 = 354$ pour $12 + 18 = 30$ élèves.

$$\overline{x} = \frac{354}{30} = 11{,}8$$

— La moyenne de la classe est 11,8 : plus proche de celle des garçons, car ils sont plus nombreux.

**Réponse.** 11,8.

## Correction de l’exercice 9 – Deux séries, même moyenne

a) Série A : somme = 50, donc moyenne = 10.

— Série B : somme = $2 + 6 + 10 + 14 + 18 = 50$, donc moyenne = 10.

b) Étendue de A : $11 - 9 = 2$.

— Étendue de B : $18 - 2 = 16$.

c) Les deux séries ont la **même moyenne** mais des dispersions très différentes.

— La moyenne seule ne suffit donc pas à décrire une série : il faut aussi un indicateur de dispersion.
— Concrètement : deux classes de même moyenne peuvent être très homogène (A) ou très hétérogène (B).

**Réponse.** a) 10 et 10 · b) 2 et 16 · c) même moyenne mais dispersions très différentes.

## Correction de l’exercice 10 – Salaires : moyenne ou médiane ?

a) Somme : $1\,600 + 1\,700 + 1\,700 + 1\,800 + 1\,900 + 2\,000 + 8\,000 = 18\,700$.

— Moyenne : $\dfrac{18\,700}{7} \approx 2\,671{,}43$ €.

— $N = 7$ est impair : la médiane est la $4^{\text{e}}$ valeur, soit 1 800 €.

b) Six salariés sur sept gagnent **moins** que la moyenne : celle-ci est tirée vers le haut par le salaire de 8 000 €.

— La **médiane** (1 800 €) décrit bien mieux le salaire habituel.
— C’est la raison pour laquelle les statistiques officielles publient le salaire médian à côté du salaire moyen.

**Réponse.** a) Moyenne ≈ 2 671,43 €, médiane 1 800 € · b) la médiane, car la moyenne est tirée par le salaire extrême.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l’exercice 11 – Étendue et valeurs extrêmes

On range d’abord les temps dans l’ordre croissant : 12,5 ; 12,8 ; 13,0 ; 13,2 ; 13,6 ; 14,1 ; 14,4 ; 15,0.

L’étendue est l’écart entre le plus grand et le plus petit temps : $15{,}0 - 12{,}5 = 2{,}5$ s.

Il y a 8 temps (nombre pair) : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 4 et 5,

$$\text{médiane} = \frac{13{,}2 + 13{,}6}{2} = 13{,}4 \text{ s}$$

Le meilleur temps (12,5 s) est donc à $13{,}4 - 12{,}5 = 0{,}9$ s de la médiane : la moitié des coureurs ont mis au moins 0,9 s de plus que le vainqueur.

**Réponse.** Étendue 2,5 s ; médiane 13,4 s, soit 0,9 s de plus que le meilleur temps.

## Correction de l’exercice 12 – Des effectifs aux fréquences

On calcule d’abord l’effectif manquant : $40 - (14 + 10 + 12) = 4$ élèves viennent en voiture. La fréquence de chaque moyen de transport est son effectif divisé par l’effectif total :

$$f = \frac{n}{N} \qquad \text{bus} : \frac{14}{40} = 0{,}35 = 35\,\%$$

De même : à pied $\frac{10}{40} = 25\,\%$, vélo $\frac{12}{40} = 30\,\%$, voiture $\frac{4}{40} = 10\,\%$.

**Contrôle** : $35 + 25 + 30 + 10 = 100$. Avec 40 élèves, chaque élève représente 2,5 %.

**Réponse.** Bus 35 %, à pied 25 %, vélo 30 %, voiture 10 %.

## Correction de l’exercice 13 – Médiane avec des effectifs cumulés

On additionne les effectifs de gauche à droite : 5, 15, 22, 25, 27.

L’effectif total, 27, est impair : la médiane est la valeur de rang

$$\frac{27 + 1}{2} = 14$$

Les élèves de rang 6 à 15 ont 1 frère ou sœur (le cumul passe de 5 à 15) : celui de rang 14 en fait partie. La médiane vaut donc 1.

Au moins la moitié des élèves ont au plus un frère ou une sœur. La moyenne vaut $\frac{0 + 10 + 14 + 9 + 8}{27} = \frac{41}{27} \approx 1{,}5$, un peu plus que la médiane.

**Réponse.** Cumuls 5, 15, 22, 25, 27 ; médiane 1.

## Correction de l’exercice 14 – Choisir l’indicateur adapté

La somme des loyers vaut 5 210 €, d’où une moyenne de $\frac{5\,210}{7} \approx 744$ €. Les loyers sont déjà rangés et sont au nombre de 7 : la médiane est le quatrième,

$$\text{médiane} = 580 \text{ €}$$

Six loyers sur sept sont inférieurs à la moyenne : elle est tirée vers le haut par l’appartement à 1 800 €, sans doute beaucoup plus grand que les autres. Le loyer « habituel » est mieux décrit par la **médiane**, qui n’est presque pas sensible à cette valeur extrême.

**Réponse.** Moyenne ≈ 744 €, médiane 580 € ; la médiane décrit mieux le loyer habituel.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l’exercice 15 – Synthèse : évolution d’une moyenne

a) Somme actuelle : $4 \times 12 = 48$.

— Pour avoir 13 de moyenne sur 5 notes, il faut une somme de $5 \times 13 = 65$.

— La note nécessaire est donc $65 - 48 = 17$.

— Vérification : $\frac{48 + 17}{5} = \frac{65}{5} = 13$. Correct.

b) Oui : $17 \leq 20$, l’objectif est atteignable.

— Remarque : pour viser 14 de moyenne, il faudrait $5 \times 14 - 48 = 22$, ce qui serait impossible. Plus il y a de notes déjà acquises, plus la moyenne devient difficile à faire bouger.

**Réponse.** a) 17 · b) oui, $17 \leq 20$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).