

Plaquette 2 – La méthode de substitution

Systèmes d'équations — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les quatre temps de la substitution.

Temps	Ce qu'on fait
isoler	exprimer y (ou x) en fonction de l'autre inconnue
substituer	remplacer dans l' autre équation
résoudre	une équation à une seule inconnue
revenir	calculer la seconde valeur avec l'expression isolée

Quelle inconnue isoler ? Celle dont le coefficient vaut 1 ou -1 — on évite ainsi les fractions.

Système	Choix conseillé
$y = 3x - 1$	y est déjà isolée
$x + 2y = 7$	isoler x , qui vaut $7 - 2y$
$3x - y = 5$	isoler y , qui vaut $3x - 5$
$4x + 6y = 9$	aucun coefficient à 1 : préférer la combinaison

Le piège du remplacement. On substitue dans l'**autre** équation. Remplacer dans celle dont on vient d'isoler l'inconnue donne $0 = 0$ et ne fait pas avancer.

Les trois issues possibles.

Équation finale obtenue	Conclusion
$x = k$	un unique couple solution
$0 = 5$ (faux)	le système n'a aucune solution
$0 = 0$ (toujours vrai)	une infinité de couples solutions

La vérification. On remplace le couple trouvé dans les **deux** équations de départ. Une seule vérification ne prouve rien.

Écriture de la réponse. Un couple, dans l'ordre : $(x; y)$.

Correction de l'exercice 1 – Une inconnue déjà isolée

- **Observation** : y est déjà exprimée en fonction de x ✓
- **Substitution dans la seconde équation** : $3x + (2x - 1) = 14$ ✓
- **Réduction** : $5x - 1 = 14$ ✓
- **On ajoute 1** : $5x = 15$ ✓
- **Première inconnue** :

$$x = 3$$
- **Retour à l'expression isolée** : $y = 2 \times 3 - 1$ ✓
- **Seconde inconnue** :

$$y = 5$$

- **Vérification de la première équation** : $2 \times 3 - 1 = 5$ ✓
- **Vérification de la seconde** : $9 + 5 = 14$ ✓
- **Les deux équations sont satisfaites** ✓
- **Couple solution** : $(3; 5)$ ✓
- **Erreur à éviter** : substituer dans la première équation ✓
- **Ce que cela donnerait** : $y = 2x - 1$, soit aucune information nouvelle ✓
- **Contrôle d'un autre couple** : $(2; 3)$ ✓
- **Première équation** : $2 \times 2 - 1 = 3$ ✓
- **Seconde équation** : $6 + 3 = 9 \neq 14$ ✓
- **Conclusion** : $(2; 3)$ n'est pas solution ✓

Réponse. $(3; 5)$.

Correction de l'exercice 2 - Substitution directe

- **Inconnue isolée** : x ✓
- **Substitution** : $2(y + 4) + 3y = 23$ ✓
- **Développement** : $2y + 8 + 3y = 23$ ✓
- **Réduction** : $5y + 8 = 23$ ✓
- **On retranche 8** : $5y = 15$ ✓
- **Première inconnue trouvée** :

$$y = 3$$

- **Retour** : $x = 3 + 4$ ✓
- **Seconde inconnue** :

$$x = 7$$

- **Couple solution** : $(7; 3)$ ✓
- **Vérification de la première équation** : $7 = 3 + 4$ ✓
- **Vérification de la seconde** : $14 + 9 = 23$ ✓
- **Les deux équations sont satisfaites** ✓
- **Attention à l'ordre** : on écrit $(x; y)$, donc $(7; 3)$ et non $(3; 7)$ ✓
- **Contrôle du couple inversé** : $2 \times 3 + 3 \times 7 = 27 \neq 23$ ✓
- **Interprétation** : x dépasse y de 4 ✓
- **Somme des deux inconnues** : 10 ✓

Réponse. $(7; 3)$.

Correction de l'exercice 3 - Isoler soi-même

- **Choix** : isoler x dans la première, son coefficient vaut 1 ✓
- **Expression obtenue** : $x = 11 - 2y$ ✓
- **Substitution dans la seconde** : $3(11 - 2y) - y = 5$ ✓
- **Développement** : $33 - 6y - y = 5$ ✓
- **Réduction** : $33 - 7y = 5$ ✓
- **On retranche 33** : $-7y = -28$ ✓
- **On divise par -7** :

$$y = 4$$

- **Retour** : $x = 11 - 8$ ✓

— **Seconde inconnue :**

$$x = 3$$

— **Couple solution :** (3 ; 4) ✓

— **Vérification de la première équation :** $3 + 8 = 11$ ✓

— **Vérification de la seconde :** $9 - 4 = 5$ ✓

— **Les deux équations sont satisfaites** ✓

— **Autre choix possible :** isoler y dans la seconde ✓

— **Expression :** $y = 3x - 5$ ✓

— **Substitution :** $x + 2(3x - 5) = 11$ ✓

— **Résolution :** $7x - 10 = 11$, donc $7x = 21$ ✓

— **Résultat :** $x = 3$, identique ✓

Réponse. (3 ; 4).

Correction de l'exercice 4 - Un coefficient à surveiller

— **Choix :** isoler y dans la première ✓

— **Expression :** $y = 9 - 2x$ ✓

— **Substitution :** $5x - 3(9 - 2x) = 17$ ✓

— **Attention au signe :** $-3 \times (-2x) = +6x$ ✓

— **Développement :** $5x - 27 + 6x = 17$ ✓

— **Réduction :** $11x - 27 = 17$ ✓

— **On ajoute 27 :** $11x = 44$ ✓

— **Première inconnue :**

$$x = 4$$

— **Retour :** $y = 9 - 8$ ✓

— **Seconde inconnue :**

$$y = 1$$

— **Couple solution :** (4 ; 1) ✓

— **Vérification de la première équation :** $8 + 1 = 9$ ✓

— **Vérification de la seconde :** $20 - 3 = 17$ ✓

— **Les deux équations sont satisfaites** ✓

— **Erreur classique :** écrire $5x - 27 - 6x$ ✓

— **Conséquence :** on obtiendrait $-x = 44$, donc $x = -44$, absurde ✓

— **Contrôle du garde-fou :** -44 ne vérifie pas la première équation ✓

Réponse. (4 ; 1).

Correction de l'exercice 5 - Isoler dans la seconde

— **Choix :** isoler y dans la première ✓

— **Expression :** $y = 3x - 7$ ✓

— **Substitution :** $x + 4(3x - 7) = 11$ ✓

— **Développement :** $x + 12x - 28 = 11$ ✓

— **Réduction :** $13x - 28 = 11$ ✓

— **On ajoute 28 :** $13x = 39$ ✓

— **Première inconnue :**

$$x = 3$$

- **Retour** : $y = 9 - 7$ ✓
- **Seconde inconnue** :

$$y = 2$$

- **Couple solution** : $(3; 2)$ ✓
- **Vérification de la première équation** : $9 - 2 = 7$ ✓
- **Vérification de la seconde** : $3 + 8 = 11$ ✓
- **Les deux équations sont satisfaites** ✓
- **Autre choix** : isoler x dans la seconde ✓
- **Expression** : $x = 11 - 4y$ ✓
- **Substitution** : $3(11 - 4y) - y = 7$ ✓
- **Résolution** : $33 - 13y = 7$, donc $13y = 26$ ✓
- **Résultat** : $y = 2$, identique ✓

Réponse. $(3; 2)$.

Correction de l'exercice 6 - Coefficients décimaux

- **Choix** : isoler x dans la première ✓
- **Expression** : $x = 12 - y$ ✓
- **Substitution** : $0,5(12 - y) + 2y = 15$ ✓
- **Développement** : $6 - 0,5y + 2y = 15$ ✓
- **Réduction** : $6 + 1,5y = 15$ ✓
- **On retranche 6** : $1,5y = 9$ ✓
- **Première inconnue** :

$$y = 6$$

- **Retour** : $x = 12 - 6$ ✓
- **Seconde inconnue** :

$$x = 6$$

- **Couple solution** : $(6; 6)$ ✓
- **Vérification de la première équation** : $6 + 6 = 12$ ✓
- **Vérification de la seconde** : $3 + 12 = 15$ ✓
- **Les deux équations sont satisfaites** ✓
- **Voie alternative** : multiplier la seconde équation par 2 ✓
- **Équation obtenue** : $x + 4y = 30$ ✓
- **Substitution** : $12 - y + 4y = 30$ ✓
- **Résolution** : $3y = 18$, donc $y = 6$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Conseil** : passer aux entiers avant de substituer allège les calculs ✓

Réponse. $(6; 6)$.

Correction de l'exercice 7 - Des nombres négatifs

- **Inconnue isolée** : y ✓
- **Substitution** : $4x - 3(-2x + 5) = 5$ ✓
- **Attention au signe** : $-3 \times (-2x) = +6x$ ✓
- **Et** : $-3 \times 5 = -15$ ✓
- **Développement** : $4x + 6x - 15 = 5$ ✓

— **Réduction** : $10x - 15 = 5$ ✓

— **On ajoute 15** : $10x = 20$ ✓

— **Première inconnue** :

$$x = 2$$

— **Retour** : $y = -4 + 5$ ✓

— **Seconde inconnue** :

$$y = 1$$

— **Couple solution** : $(2; 1)$ ✓

— **Vérification de la première équation** : $-2 \times 2 + 5 = 1$ ✓

— **Vérification de la seconde** : $8 - 3 = 5$ ✓

— **Les deux équations sont satisfaites** ✓

— **Contrôle d'un couple voisin** : $(1; 3)$ ✓

— **Première équation** : $-2 + 5 = 3$ ✓

— **Seconde équation** : $4 - 9 = -5 \neq 5$ ✓

— **Conclusion** : vérifier une seule équation ne suffit pas ✓

Réponse. $(2; 1)$.

Correction de l'exercice 8 - Une infinité de solutions

— **Choix** : isoler x dans la première ✓

— **Expression** : $x = 1 + 2y$ ✓

— **Substitution** : $2(1 + 2y) - 4y = 2$ ✓

— **Développement** : $2 + 4y - 4y = 2$ ✓

— **Réduction** : $2 = 2$ ✓

— **Constat** : l'égalité est toujours vraie ✓

— **Conclusion** : le système a une **infinité** de solutions ✓

— **Description** :

tous les couples $(1 + 2y; y)$

— **Exemple avec $y = 0$** : $(1; 0)$ ✓

— **Vérification** : $1 - 0 = 1$ et $2 - 0 = 2$ ✓

— **Exemple avec $y = 3$** : $(7; 3)$ ✓

— **Vérification** : $7 - 6 = 1$ et $14 - 12 = 2$ ✓

— **Exemple avec $y = -1$** : $(-1; -1)$ ✓

— **Vérification** : $-1 + 2 = 1$ et $-2 + 4 = 2$ ✓

— **Explication** : la seconde équation est le **double** de la première ✓

— **Contrôle** : $2 \times (x - 2y) = 2x - 4y$ et $2 \times 1 = 2$ ✓

— **Lecture graphique** : les deux équations décrivent la **même** droite ✓

Réponse. Une infinité de couples : tous les $(1 + 2y; y)$.

Correction de l'exercice 9 - Aucune solution

— **Choix** : isoler x dans la première ✓

— **Expression** : $x = 1 + 2y$ ✓

— **Substitution** : $2(1 + 2y) - 4y = 7$ ✓

— **Développement** : $2 + 4y - 4y = 7$ ✓

— **Réduction** : $2 = 7$ ✓

— **Constat** : l'égalité obtenue est **fausse** ✓

— **Conclusion** :

le système n'a aucune solution

— **Explication** : $2x - 4y$ vaut toujours le double de $x - 2y$ ✓

— **Conséquence** : si $x - 2y = 1$, alors $2x - 4y = 2$, jamais 7 ✓

— **Contrôle avec** $(1; 0)$: $2 - 0 = 2 \neq 7$ ✓

— **Contrôle avec** $(7; 3)$: $14 - 12 = 2 \neq 7$ ✓

— **Lecture graphique** : deux droites **parallèles** distinctes ✓

— **Comparaison avec l'exercice précédent** : même membre de gauche ✓

— **Ce qui change** : le second membre ✓

— **Règle** : quand les deux membres de gauche sont proportionnels, tout se joue sur les seconds membres ✓

— **Rapport des coefficients** : $\frac{2}{1} = \frac{-4}{-2} = 2$ ✓

— **Rapport des constantes** : $\frac{7}{1} = 7 \neq 2$ ✓

— **Conclusion** : les rapports diffèrent, donc pas de solution ✓

Réponse. Aucune solution : les droites sont parallèles et distinctes.

Correction de l'exercice 10 - Un rapport entre les inconnues

— **Inconnue isolée** : x ✓

— **Substitution** : $3y + y = 20$ ✓

— **Réduction** : $4y = 20$ ✓

— **Première inconnue** :

$$y = 5$$

— **Retour** : $x = 3 \times 5$ ✓

— **Seconde inconnue** :

$$x = 15$$

— **Couple solution** : $(15; 5)$ ✓

— **Vérification de la première équation** : $15 = 3 \times 5$ ✓

— **Vérification de la seconde** : $15 + 5 = 20$ ✓

— **Les deux équations sont satisfaites** ✓

— **Interprétation** : x vaut trois fois y ✓

— **Lecture en parts** : 20 se partage en 4 parts ✓

— **Valeur d'une part** : 5 ✓

— **Répartition** : 3 parts pour x , 1 part pour y ✓

— **Proportion de x** : $\frac{15}{20} = 75\%$ ✓

— **Proportion de y** : 25% ✓

— **Variante** : si $x = 3y$ et $x - y = 20$ ✓

— **Résolution** : $2y = 20$, donc $y = 10$ et $x = 30$ ✓

Réponse. $(15; 5)$.

Correction de l'exercice 11 - Tester des couples

— **Test de $(2; 3)$, première équation** : $4 + 15 = 19$ ✓

— **Seconde équation** : $6 - 3 = 3$ ✓

- **Verdict** : $(2; 3)$ est solution ✓
- **Test de $(7; 1)$, première équation** : $14 + 5 = 19$ ✓
- **Seconde équation** : $21 - 1 = 20 \neq 3$ ✓
- **Verdict** : $(7; 1)$ n'est pas solution ✓
- **Leçon** : une seule équation vérifiée ne suffit pas ✓
- **Test de $(-3; 5)$, première équation** : $-6 + 25 = 19$ ✓
- **Seconde équation** : $-9 - 5 = -14 \neq 3$ ✓
- **Verdict** : pas solution non plus ✓
- **Constat** : les trois couples vérifient la première équation ✓
- **Explication** : ils sont sur la même droite ✓
- **Unicité** : un seul point appartient aussi à la seconde droite ✓
- **Confirmation par substitution** : $y = 3x - 3$ ✓
- **Report** : $2x + 5(3x - 3) = 19$ ✓
- **Résolution** : $17x - 15 = 19$, donc $17x = 34$ ✓
- **Solution** :

$(2; 3)$

- **Cohérence avec les tests** ✓

Réponse. Seul $(2; 3)$ est solution.

Correction de l'exercice 12 - Avec des parenthèses

- **Simplification de la première** : on divise par 2 ✓
 - **Équation obtenue** : $x + y = 7$ ✓
 - **Isolation** : $y = 7 - x$ ✓
 - **Substitution** : $3x - (7 - x) = 11$ ✓
 - **Attention au signe** : $-(7 - x) = -7 + x$ ✓
 - **Développement** : $3x - 7 + x = 11$ ✓
 - **Réduction** : $4x - 7 = 11$ ✓
 - **On ajoute 7** : $4x = 18$ ✓
 - **Première inconnue** :

$x = 4,5$
 - **Retour** : $y = 7 - 4,5$ ✓
 - **Seconde inconnue** :

$y = 2,5$
 - **Couple solution** : $(4,5; 2,5)$ ✓
 - **Vérification de la première équation** : $2 \times 7 = 14$ ✓
 - **Vérification de la seconde** : $13,5 - 2,5 = 11$ ✓
 - **Les deux équations sont satisfaites** ✓
 - **Remarque** : une solution décimale est parfaitement valable ✓
 - **Erreur à éviter** : écrire $3x - 7 - x$ ✓
 - **Conséquence** : on obtiendrait $2x = 18$, donc $x = 9$, faux ✓
- Réponse.** $(4,5; 2,5)$.

Correction de l'exercice 13 - Deux stylos et trois cahiers

- **Inconnues** : s le prix d'un stylo, c celui d'un cahier ✓
- **Première information** : $2s + 3c = 13$ ✓
- **Seconde information** : $s = c - 1$ ✓
- **Substitution** : $2(c - 1) + 3c = 13$ ✓
- **Développement** : $2c - 2 + 3c = 13$ ✓
- **Réduction** : $5c - 2 = 13$ ✓
- **On ajoute 2** : $5c = 15$ ✓
- **Prix d'un cahier** :
$$c = 3 \text{ €}$$
- **Prix d'un stylo** : $3 - 1$ ✓
- **Résultat** :
$$s = 2 \text{ €}$$
- **Vérification du total** : $2 \times 2 + 3 \times 3 = 4 + 9$ ✓
- **Total** : 13 € ✓
- **Vérification de l'écart** : $3 - 2 = 1$ € ✓
- **Les deux conditions sont remplies** ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : les deux prix sont positifs ✓
- **Coût de 5 stylos et 5 cahiers** : $10 + 15 = 25$ € ✓
- **Prix moyen d'un article** : 2,50 € ✓

Réponse. Un stylo 2 €, un cahier 3 €.

Correction de l'exercice 14 - Le rectangle

- **Inconnues** : L la longueur, ℓ la largeur, en centimètres ✓
- **Première équation** : $2(L + \ell) = 46$ ✓
- **Simplification** : $L + \ell = 23$ ✓
- **Seconde équation** : $L = \ell + 7$ ✓
- **Substitution** : $(\ell + 7) + \ell = 23$ ✓
- **Réduction** : $2\ell + 7 = 23$ ✓
- **On retranche 7** : $2\ell = 16$ ✓
- **Largeur** :
$$\ell = 8 \text{ cm}$$
- **Longueur** : $8 + 7$ ✓
- **Résultat** :
$$L = 15 \text{ cm}$$
- **Vérification du périmètre** : $2 \times 23 = 46$ cm ✓
- **Vérification de l'écart** : $15 - 8 = 7$ cm ✓
- **Aire** : 15×8 ✓
- **Résultat** :
$$120 \text{ cm}^2$$
- **Contrôle de vraisemblance** : les deux dimensions sont positives ✓
- **Diagonale** : $\sqrt{225 + 64} = \sqrt{289}$ ✓
- **Valeur exacte** : 17 cm ✓

— **Remarque** : (8 ; 15 ; 17) est un triplet pythagoricien ✓

Réponse. Largeur 8 cm, longueur 15 cm, aire 120 cm².

Correction de l'exercice 15 - Les deux frères

— **Inconnues** : a l'âge de l'aîné, c celui du cadet ✓

— **Première équation** : $a + c = 34$ ✓

— **Seconde équation** : $a = c + 6$ ✓

— **Substitution** : $(c + 6) + c = 34$ ✓

— **Réduction** : $2c + 6 = 34$ ✓

— **On retranche 6** : $2c = 28$ ✓

— **Âge du cadet** :

$$c = 14 \text{ ans}$$

— **Âge de l'aîné** : $14 + 6$ ✓

— **Résultat** :

$$a = 20 \text{ ans}$$

— **Vérification de la somme** : $20 + 14 = 34$ ✓

— **Vérification de l'écart** : $20 - 14 = 6$ ✓

— **Seconde question, inconnue** : t , le nombre d'années ✓

— **Condition** : $2(20 + t) = 3(14 + t)$ ✓

— **Développement à gauche** : $40 + 2t$ ✓

— **Développement à droite** : $42 + 3t$ ✓

— **Résolution** : $40 + 2t = 42 + 3t$, donc $-2 = t$ ✓

— **Interprétation** : t est négatif ✓

— **Conclusion** : c'était il y a 2 ans ✓

— **Contrôle** : les âges étaient 18 et 12 ✓

— **Rapport** : $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ ✓

Réponse. L'aîné 20 ans, le cadet 14 ans ; le rapport $\frac{3}{2}$ était atteint il y a 2 ans.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : quatre systèmes

a) **Substitution** : $2x + (x + 3) = 12$ ✓

— **Réduction** : $3x + 3 = 12$, donc $3x = 9$ ✓

— **Première inconnue** : $x = 3$ ✓

— **Retour** : $y = 6$ ✓

— **Couple** :

$$(3; 6)$$

— **Vérification** : $6 + 6 = 12$ ✓

b) **Substitution** : $3(2y - 1) - 4y = 3$ ✓

— **Développement** : $6y - 3 - 4y = 3$ ✓

— **Réduction** : $2y = 6$ ✓

— **Première inconnue** : $y = 3$ ✓

— **Retour** : $x = 5$ ✓

— **Couple** :

$$(5; 3)$$

— **Vérification** : $15 - 12 = 3$ ✓

c) **Isolation** : $y = 9 - x$ ✓

— **Substitution** : $4x - (9 - x) = 16$ ✓

— **Développement** : $4x - 9 + x = 16$ ✓

— **Réduction** : $5x = 25$ ✓

— **Première inconnue** : $x = 5$ ✓

— **Retour** : $y = 4$ ✓

— **Couple** :

(5 ; 4)

— **Vérification** : $20 - 4 = 16$ ✓

d) **Isolation** : $y = 2x - 4$ ✓

— **Substitution** : $6x - 3(2x - 4) = 5$ ✓

— **Développement** : $6x - 6x + 12 = 5$ ✓

— **Réduction** : $12 = 5$ ✓

— **Constat** : égalité fausse ✓

— **Conclusion** :

aucune solution

— **Explication** : la seconde équation est le triple de la première à gauche ✓

— **Contrôle** : $3 \times 4 = 12 \neq 5$ ✓

— **Bilan** : trois systèmes à solution unique, un sans solution ✓

Réponse. a) (3 ; 6) · b) (5 ; 3) · c) (5 ; 4) · d) aucune solution.