

Plaquette 4 - La réciproque : prouver ou réfuter un parallélisme

Théorème de Thalès — Troisième

Exercices

Méthode

Le théorème direct part du parallélisme pour calculer des longueurs. La **réciproque** fait le chemin inverse : on compare deux rapports pour **démontrer** que deux droites sont parallèles — ou pour prouver qu'elles ne le sont pas.

Exercice 1 - Les droites sont-elles parallèles ?

Dans un triangle ABC , $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $AM = 3$ cm, $AB = 9$ cm, $AN = 5$ cm et $AC = 15$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 2 - Non parallèles

Même configuration, avec $AM = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AN = 5$ cm et $AC = 14$ cm. Conclure.

Exercice 3 - Avec des décimaux

Même configuration, avec $AM = 2,4$ cm, $AB = 6$ cm, $AN = 3,2$ cm et $AC = 8$ cm. Conclure.

Exercice 4 - Rédiger une démonstration

Dans un triangle ABC , $AB = 24$ cm, $AC = 18$ cm, $AM = 16$ cm et $AN = 12$ cm, avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. Rédiger une démonstration complète du parallélisme.

Exercice 5 - La condition d'ordre

Les points M et N vérifient $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$, mais M est du côté de B et N du côté opposé à C . Peut-on conclure que $(MN) \parallel (BC)$?

Exercice 6 - Avec MB et NC

Dans un triangle ABC , on donne $AM = 6$ cm, $MB = 9$ cm, $AN = 8$ cm et $NC = 12$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 7 - Trouver la bonne longueur

Dans un triangle ABC avec $AB = 35$ cm et $AC = 28$ cm, on place $M \in [AB]$ avec $AM = 20$ cm. Où placer N sur $[AC]$ pour que $(MN) \parallel (BC)$?

Exercice 8 - En configuration papillon

Les points B, A, M sont alignés dans cet ordre, ainsi que C, A, N . On a $AB = 12$ cm, $AM = 18$ cm, $AC = 10$ cm et $AN = 15$ cm. Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?

Exercice 9 - Le théorème des milieux

Dans un triangle ABC , M est le milieu de $[AB]$ et N le milieu de $[AC]$.

- Que valent les deux rapports ?
- Conclure sur (MN) et (BC) .
- Si $BC = 14$ cm, combien vaut MN ?

Exercice 10 - Deux droites à tester

Dans un triangle ABC avec $AB = 20$ cm et $AC = 30$ cm, on place M et P sur $[AB]$ avec $AM = 8$ cm et $AP = 12$ cm, puis N et Q sur $[AC]$ avec $AN = 12$ cm et $AQ = 20$ cm.

- (MN) est-elle parallèle à (BC) ?
- (PQ) est-elle parallèle à (BC) ?

Exercice 11 - Une planche bien posée

Un menuisier veut poser une traverse parallèle au sol entre deux montants inclinés qui se rejoignent au sommet A . Il mesure $AM = 45$ cm et $AB = 120$ cm sur le premier montant, $AN = 54$ cm et $AC = 144$ cm sur le second. La traverse sera-t-elle parallèle au sol ?

Exercice 12 - Un trapèze

Dans un quadrilatère $MNCB$, les diagonales (MC) et (NB) se coupent en A . On mesure $AM = 6$, $AC = 15$, $AN = 8$ et $AB = 20$. Le quadrilatère est-il un trapèze de bases $[MN]$ et $[BC]$?

Exercice 13 - Deux erreurs à repérer

Un élève écrit : « $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$, donc d'après le théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$ ». Relever les deux erreurs.

Exercice 14 - Compléter pour conclure

Dans un triangle ABC , $AB = 45$ cm, $AC = 36$ cm et $AM = 25$ cm.

- Quelle valeur de AN rend (MN) parallèle à (BC) ?
- Si $AN = 22$ cm, que peut-on dire ?

Exercice 15 - Un cas limite

Dans un triangle ABC , $AM = AB$ et $AN = AC$.

- Que valent les rapports ?
- Que peut-on dire de (MN) et (BC) ?

Exercice 16 - Synthèse : trois vérifications

Dans chaque cas, dire si $(MN) \parallel (BC)$, avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$.

- $AM = 7$, $AB = 21$, $AN = 9$, $AC = 27$

b) $AM = 5$, $MB = 7$, $AN = 6$, $NC = 8$

c) $AM = 3,5$, $AB = 8,4$, $AN = 4,5$, $AC = 10,8$