# Plaquette 2 – Calculer une longueur avec cosinus, sinus ou tangente

## Trigonométrie (triangle rectangle) — Troisième

Corrections détaillées

### Boîte à outils

**Les trois rapports.** Pour un angle aigu $\hat{B}$ d'un triangle rectangle :

$$\cos\hat{B} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \qquad \sin\hat{B} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \qquad \tan\hat{B} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

**Mnémotechnique** : CAH — SOH — TOA.

**Nommer les côtés.** On se place « à l'angle » considéré.

| Côté | Définition |
|---|---|
| hypoténuse | le côté opposé à l'angle droit, toujours le plus long |
| adjacent | le côté de l'angle qui n'est pas l'hypoténuse |
| opposé | le côté qui ne touche pas l'angle |

**Choisir le rapport en une seconde.**

| Ce qu'on connaît et ce qu'on cherche | Rapport |
|---|---|
| adjacent et hypoténuse | cosinus |
| opposé et hypoténuse | sinus |
| opposé et adjacent | tangente |

**Calculer.** On écrit l'égalité, on effectue le produit en croix, on isole l'inconnue.

$$\cos 35° = \frac{AB}{10} \quad \text{donne} \quad AB = 10 \times \cos 35°$$

Quand l'inconnue est au **dénominateur**, on obtient une division : $\cos 50° = \dfrac{6}{BC}$ donne $BC = \dfrac{6}{\cos 50°}$.

**Calculatrice.** Elle doit être en **degrés** (mode DEG). Un cosinus ou un sinus d'angle aigu est toujours entre 0 et 1 ; une tangente peut dépasser 1.

**Arrondis.** On garde toutes les décimales pendant le calcul et on arrondit seulement à la fin, en précisant la précision demandée.

## Correction de l'exercice 1 – Avec le cosinus

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$, l'hypoténuse est $[BC]$, le côté opposé à l'angle droit. Pour l'angle $\hat{B}$, le côté adjacent est $[AB]$ et le côté opposé est $[AC]$. On connaît l'hypoténuse et on cherche le côté adjacent : on utilise le **cosinus**.

$$\cos 35° = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{10} \quad \text{donc} \quad AB = 10 \times \cos 35° \approx 8{,}19 \text{ cm}$$

**Contrôle** : $AB$ est plus court que l'hypoténuse, ce qui est normal. Avec le sinus, on trouverait aussi $AC = 10 \times \sin 35° \approx 5{,}74$ cm, et $8{,}19^2 + 5{,}74^2 \approx 100 = 10^2$, aux arrondis près.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

**Réponse.** $AB \approx 8{,}19$ cm.

## Correction de l'exercice 2 – Avec le sinus

L'hypoténuse est $[BC]$ ; pour l'angle $\hat{B}$, le côté opposé est $[AC]$. On connaît l'hypoténuse et on cherche le côté opposé : on utilise le **sinus**.

$$\sin 40° = \frac{AC}{12} \quad \text{donc} \quad AC = 12 \times \sin 40° \approx 7{,}71 \text{ cm}$$

**Contrôle** : le cosinus donne $AB = 12 \times \cos 40° \approx 9{,}19$ cm, et $7{,}71^2 + 9{,}19^2 \approx 143{,}9$, très proche de $12^2 = 144$. L'autre angle aigu mesure $90 - 40 = 50°$.

**Réponse.** $AC \approx 7{,}71$ cm.

## Correction de l'exercice 3 – Avec la tangente

Pour l'angle $\hat{B}$, on connaît le côté adjacent $[AB]$ et on cherche le côté opposé $[AC]$ ; l'hypoténuse n'intervient pas : on utilise la **tangente**.

$$\tan 28° = \frac{AC}{15} \quad \text{donc} \quad AC = 15 \times \tan 28° \approx 7{,}98 \text{ cm}$$

**Contrôle de vraisemblance** : l'angle est inférieur à 45°, donc sa tangente est inférieure à 1 et le côté opposé est plus court que le côté adjacent : $7{,}98 < 15$. L'hypoténuse vaut $BC = \dfrac{15}{\cos 28°} \approx 16{,}99$ cm.

**Réponse.** $AC \approx 7{,}98$ cm.

## Correction de l'exercice 4 – L'inconnue au dénominateur

On connaît le côté adjacent $[AB]$ à l'angle $\hat{B}$ et on cherche l'hypoténuse $[BC]$ : on utilise le cosinus, avec l'inconnue au dénominateur.

$$\cos 50° = \frac{6}{BC} \quad \text{donc} \quad BC = \frac{6}{\cos 50°} \approx 9{,}33 \text{ cm}$$

(par produit en croix, $BC \times \cos 50° = 6$, puis on divise par $\cos 50°$).

**Contrôle** : l'hypoténuse est bien le plus long côté, $9{,}33 > 6$. **Erreur classique** : multiplier au lieu de diviser donnerait $6 \times \cos 50° \approx 3{,}86$ cm, une hypoténuse plus courte qu'un autre côté, ce qui est absurde.

**Réponse.** $BC \approx 9{,}33$ cm.

## Correction de l'exercice 5 – Un angle de 60 degrés

a) On connaît l'hypoténuse $BC$ et on cherche le côté adjacent à $\hat{B}$ : cosinus. Or $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$ exactement, donc

$$AB = 8 \times \cos 60° = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ cm}$$

Le résultat est exact.

b) On cherche le côté opposé : sinus. $AC = 8 \times \sin 60° \approx 8 \times 0{,}866 \approx 6{,}93$ cm (valeur exacte $4\sqrt{3}$ cm).

**Contrôle** par le théorème de Pythagore : $4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64 = 8^2$. On retrouve une propriété connue : dans un triangle rectangle ayant un angle de 30° (ici $\hat{C}$), le côté opposé à cet angle mesure la moitié de l'hypoténuse.

**Réponse.** a) $AB = 4$ cm · b) $AC = 4\sqrt{3} \approx 6{,}93$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l’exercice 6 – Les deux côtés

On connaît l’hypoténuse $BC = 20$ cm. Le côté opposé à $\hat{B}$ est $[AC]$ (sinus), le côté adjacent est $[AB]$ (cosinus) :

$$AC = 20 \times \sin 32° \approx 10{,}6 \text{ cm} \qquad AB = 20 \times \cos 32° \approx 17{,}0 \text{ cm}$$

**Contrôle** par le théorème de Pythagore, avec les valeurs plus précises 10,60 et 16,96 : $112{,}4 + 287{,}6 = 400 = 20^2$. On a $AB > AC$, ce qui est cohérent : l’angle $\hat{B}$ est inférieur à 45°, donc son côté adjacent est plus long que son côté opposé.

**Réponse.** $AC \approx 10{,}6$ cm et $AB \approx 17{,}0$ cm.

## Correction de l’exercice 7 – Une rampe d’accès

On modélise la rampe par un triangle rectangle : la rampe est l’hypoténuse (7 m), la hauteur franchie est le côté opposé à l’angle de 12°, la longueur au sol le côté adjacent.

a) Sinus : $h = 7 \times \sin 12° \approx 1{,}46$ m.

b) Cosinus : $\ell = 7 \times \cos 12° \approx 6{,}85$ m.

$$h \approx 1{,}46 \text{ m} \qquad \ell \approx 6{,}85 \text{ m}$$

**Contrôle** : $1{,}46^2 + 6{,}85^2 \approx 49{,}05$, proche de $7^2 = 49$. La pente vaut $\dfrac{1{,}46}{6{,}85} \approx 21\,\%$ : c’est beaucoup trop raide pour un accès en fauteuil roulant, pour lequel on demande en général au plus 5 %.

**Réponse.** a) environ 1,46 m · b) environ 6,85 m.

## Correction de l’exercice 8 – Une échelle contre un mur

L’échelle, le mur et le sol forment un triangle rectangle : l’échelle est l’hypoténuse (4,5 m), la distance au mur est le côté adjacent à l’angle de 72°, la hauteur atteinte le côté opposé.

a) Cosinus : $d = 4{,}5 \times \cos 72° \approx 1{,}39$ m.

b) Sinus : $h = 4{,}5 \times \sin 72° \approx 4{,}28$ m.

$$d \approx 1{,}39 \text{ m} \qquad h \approx 4{,}28 \text{ m}$$

**Contrôle** : $1{,}39^2 + 4{,}28^2 \approx 20{,}25 = 4{,}5^2$. Un angle de 72° est dans la zone conseillée pour la sécurité (entre 65° et 75°).

**Réponse.** a) environ 1,39 m · b) environ 4,28 m.

## Correction de l’exercice 9 – La charpente d’un toit

On découpe le toit en deux triangles rectangles, l’angle droit étant au pied du faîtage. Dans l’un d’eux, la hauteur (3,2 m) est le côté opposé à l’angle de 38°, la demi-largeur est le côté adjacent et le versant est l’hypoténuse.

a) Tangente, inconnue au dénominateur :

$$\tan 38° = \frac{3{,}2}{\ell} \quad \text{donc} \quad \ell = \frac{3{,}2}{\tan 38°} \approx 4{,}10 \text{ m}$$

Le bâtiment mesure donc environ 8,20 m de large.

b) Sinus : $v = \dfrac{3{,}2}{\sin 38°} \approx 5{,}20$ m. **Contrôle** : $3{,}2^2 + 4{,}10^2 \approx 27{,}05$ et $5{,}20^2 = 27{,}04$.

**Réponse.** a) environ 4,10 m · b) environ 5,20 m.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l’exercice 10 – Un hauban

Le mât, le sol et le hauban forment un triangle rectangle : la hauteur du mât (18 m) est le côté opposé à l’angle de 65°, le hauban est l’hypoténuse, la distance d’ancrage le côté adjacent.

a) Sinus : $L = \dfrac{18}{\sin 65°} \approx 19{,}86$ m.

b) Tangente : $d = \dfrac{18}{\tan 65°} \approx 8{,}39$ m.

$$L \approx 19{,}86 \text{ m} \qquad d \approx 8{,}39 \text{ m}$$

**Contrôle** : $18^2 + 8{,}39^2 \approx 394{,}4$ et $19{,}86^2 \approx 394{,}4$. Plus l’angle avec le sol est faible, plus le hauban est long : à 45°, il mesurerait $18\sqrt{2} \approx 25{,}46$ m.

**Réponse.** a) environ 19,86 m · b) environ 8,39 m.

## Correction de l’exercice 11 – Un angle de 45 degrés

a) On connaît l’hypoténuse. Le cosinus donne $AB = 9 \times \cos 45°$ et le sinus $AC = 9 \times \sin 45°$. Or $\cos 45° = \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7071$, donc

$$AB = AC = \frac{9\sqrt{2}}{2} \approx 6{,}36 \text{ cm}$$

b) Les deux côtés de l’angle droit sont égaux : le triangle est **rectangle isocèle** en $A$. C’est cohérent, puisque $\hat{C} = 90 - 45 = 45° = \hat{B}$.

**Contrôle** : $2 \times 6{,}36^2 \approx 80{,}9$, proche de $9^2 = 81$. On retrouve aussi $\tan 45° = 1$ : le côté opposé et le côté adjacent sont égaux.

**Réponse.** a) $AB = AC \approx 6{,}36$ cm · b) rectangle isocèle en $A$.

## Correction de l’exercice 12 – Un triangle isocèle

a) Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi médiane : $H$ est le milieu de $[BC]$, et le triangle $ABH$ est rectangle en $H$, d’hypoténuse $AB = 10$ cm. Pour l’angle $\hat{B}$, $[AH]$ est le côté opposé et $[BH]$ le côté adjacent :

$$AH = 10 \times \sin 25° \approx 4{,}23 \text{ cm} \qquad BH = 10 \times \cos 25° \approx 9{,}06 \text{ cm}$$

b) $H$ étant le milieu de $[BC]$, $BC = 2 \times BH \approx 18{,}13$ cm (en gardant la valeur exacte de $BH$ avant d’arrondir).

**Contrôle de vraisemblance** : l’angle au sommet mesure $180 - 2 \times 25 = 130°$, le triangle est très aplati, d’où une base plus longue que les côtés égaux.

**Réponse.** a) $AH \approx 4{,}23$ cm et $BH \approx 9{,}06$ cm · b) $BC \approx 18{,}13$ cm.

## Correction de l’exercice 13 – Les diagonales d’un losange

Les diagonales d’un losange se coupent en leur milieu, perpendiculairement, et sont les bissectrices de ses angles. Elles découpent le losange en quatre triangles rectangles d’hypoténuse 8 cm (un côté), avec un angle de $70 \div 2 = 35°$.

Dans l’un d’eux, la demi-petite diagonale est le côté opposé à cet angle et la demi-grande diagonale le côté adjacent :

$$8 \times \sin 35° \approx 4{,}59 \text{ cm} \qquad 8 \times \cos 35° \approx 6{,}55 \text{ cm}$$

Les diagonales mesurent donc environ $2 \times 4{,}59 = 9{,}18$ cm et $2 \times 6{,}55 = 13{,}11$ cm (calculs faits sans arrondir les étapes).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

**Contrôle** : $4{,}59^2 + 6{,}55^2 \approx 64 = 8^2$. L'aire du losange vaut $\dfrac{9{,}18 \times 13{,}11}{2} \approx 60{,}2$ cm².

**Réponse.** Diagonales d'environ 9,18 cm et 13,11 cm.

## Correction de l'exercice 14 – Choisir le bon rapport

Pour l'angle $\hat{B}$ : l'hypoténuse est $[BC]$, le côté adjacent $[AB]$ et le côté opposé $[AC]$. On choisit le rapport qui relie le côté connu et le côté cherché.

a) Hypoténuse et côté adjacent : **cosinus**.

b) Côté adjacent et côté opposé : **tangente**.

c) Côté opposé et hypoténuse : **sinus**.

d) Côté opposé et côté adjacent : **tangente**.

En b) et d), le même rapport sert, mais l'inconnue change de place :

$$AC = AB \times \tan\hat{B} \qquad AB = \frac{AC}{\tan\hat{B}}$$

L'hypoténuse n'apparaît jamais dans la tangente.

**Réponse.** a) cosinus · b) tangente · c) sinus · d) tangente.

## Correction de l'exercice 15 – Précision des arrondis

Avec le cosinus arrondi à 0,57, on obtient $AB = 100 \times 0{,}57 = 57$ m. Avec la valeur donnée par la calculatrice, $\cos 55° \approx 0{,}573\,576$ :

$$AB = 100 \times \cos 55° \approx 57{,}36 \text{ m}$$

L'écart vaut 0,36 m, soit 36 cm : l'arrondi du cosinus au centième a été multiplié par 100. Sur une distance dix fois plus grande, l'écart atteindrait 3,6 m.

**Règle** : on garde toutes les décimales de la calculatrice pendant les calculs, et on n'arrondit qu'à la fin.

**Réponse.** 57 m avec l'arrondi, 57,36 m avec la valeur complète : 36 cm d'écart.

## Correction de l'exercice 16 – Synthèse : quatre calculs

a) Hypoténuse connue, côté adjacent cherché : cosinus. $AB = 15 \times \cos 42° \approx 11{,}15$ cm.

b) Côté adjacent connu, côté opposé cherché : tangente. $AC = 9 \times \tan 58° \approx 14{,}40$ cm (la tangente dépasse 1, car l'angle dépasse 45°).

c) Côté opposé connu, hypoténuse cherchée : sinus. Comme $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$,

$$BC = \frac{12}{\sin 30°} = \frac{12}{0{,}5} = 24 \text{ cm}$$

d) Côté opposé connu, côté adjacent cherché : tangente. $AB = \dfrac{7}{\tan 62°} \approx 3{,}72$ cm ; l'angle dépassant 45°, le côté adjacent est bien plus court que le côté opposé.

**Réponse.** a) ≈ 11,15 cm · b) ≈ 14,40 cm · c) 24 cm · d) ≈ 3,72 cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).