

Plaquette 4 - Combiner trigonométrie et Pythagore

Trigonométrie (triangle rectangle) — Troisième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les deux outils, et quand les utiliser.

Ce qu'on connaît	Outil
deux côtés, on cherche le troisième	Pythagore
un côté et un angle, on cherche un côté	trigonométrie
deux côtés, on cherche un angle	trigonométrie inverse
trois côtés, on vérifie l'angle droit	réciroque de Pythagore

Théorème de Pythagore. Dans un triangle rectangle en A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Faire apparaître un triangle rectangle. On trace une hauteur, une diagonale, un rayon ou une apothème.

Figure	Triangle rectangle à faire apparaître
triangle isocèle	la hauteur issue du sommet principal
losange	la moitié formée par les deux demi-diagonales
trapèze rectangle	la hauteur abaissée du sommet oblique
hexagone régulier	le triangle formé par deux rayons et un côté
pyramide régulière	la hauteur, l'apothème et le demi-côté
pavé droit	une arête et la diagonale d'une face

Diagonales d'un cube d'arête a .

$$\text{diagonale d'une face} = a\sqrt{2} \quad \text{grande diagonale} = a\sqrt{3}$$

Triangle équilatéral de côté a .

$$\text{hauteur} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{aire} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Rédiger un enchaînement. On annonce le triangle utilisé, on justifie qu'il est rectangle, on choisit l'outil, on calcule, puis on passe au triangle suivant en gardant les valeurs non arrondies.

Correction de l'exercice 1 - Pythagore puis les deux angles

a) **Théorème de Pythagore** : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ✓

— **Substitution** : $225 = 81 + AC^2$ ✓

— **Isolement** : $AC^2 = 144$ ✓

— **Racine carrée** :

$$AC = 12 \text{ cm}$$

— **Remarque** : triplet (9 ; 12 ; 15) ✓

b) **Rapport pour $\hat{B}$** : cosinus ✓

— **Valeur** : $\frac{9}{15} = 0,6$ ✓

— **Touche inverse** : $\arccos(0,6)$ ✓

— **Résultat** :

$$\hat{B} \approx 53,1^\circ$$

— **Angle $\hat{C}$** : $90 - 53,1$ ✓

— **Résultat** :

$$\hat{C} \approx 36,9^\circ$$

— **Contrôle direct** : $\cos \hat{C} = \frac{12}{15} = 0,8$ ✓

— **Touche inverse** : $\approx 36,9^\circ$ ✓

— **Concordance** ✓

c) **Aire d'un triangle rectangle** : demi-produit des côtés de l'angle droit ✓

— **Calcul** : $\frac{9 \times 12}{2}$ ✓

— **Résultat** :

$$54 \text{ cm}^2$$

— **Contrôle** : $\frac{108}{2} = 54$ ✓

— **Périmètre** : $9 + 12 + 15 = 36 \text{ cm}$ ✓

— **Hauteur issue de A** : $\frac{2 \times 54}{15}$ ✓

— **Valeur** : $7,2 \text{ cm}$ ✓

Réponse. a) $AC = 12 \text{ cm} \cdot b) \approx 53,1^\circ$ et $\approx 36,9^\circ \cdot c) 54 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 2 - Un trapèze rectangle

— **Triangle rectangle utilisé** : formé par la hauteur, le décalage et $[BC]$ ✓

— **Hauteur du trapèze** : 6 cm ✓

— **Angle avec la verticale** : 40° ✓

— **Côté adjacent à cet angle** : la hauteur ✓

— **Côté opposé** : le décalage horizontal ✓

— **Rapport** : tangente ✓

— **Égalité** : $\tan 40^\circ = \frac{x}{6}$ ✓

— **Calcul** : $x = 6 \times \tan 40^\circ$ ✓

— **Valeur de la tangente** : $\approx 0,8391$ ✓

— **Résultat** :

$$x \approx 5,03 \text{ cm}$$

— **Longueur BC** : c'est l'hypoténuse ✓

— **Rapport** : cosinus ✓

— **Égalité** : $\cos 40^\circ = \frac{6}{BC}$ ✓

— **Calcul** : $BC = \frac{6}{\cos 40^\circ}$ ✓

— **Valeur du cosinus** : $\approx 0,766$ ✓

— **Résultat** :

$$BC \approx 7,83 \text{ cm}$$

- **Contrôle par Pythagore** : $36 + 25,30 = 61,30 \checkmark$
- **Racine** : $\approx 7,83 \checkmark$
- **Concordance** $\checkmark$
- **Grande base si $AB = 10 \text{ cm}$** : $10 + 5,03 \approx 15,03 \text{ cm} \checkmark$
- **Aire du trapèze** : $\frac{(10 + 15,03) \times 6}{2} \approx 75,1 \text{ cm}^2 \checkmark$

Réponse. a) décalage $\approx 5,03 \text{ cm}$, $DC \approx 15,03 \text{ cm}$ · b) $BC \approx 7,83 \text{ cm}$, aire $\approx 75,1 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 3 - Un hexagone régulier

a) **Découpage** : l'hexagone se partage en 6 triangles $\checkmark$

- **Angle au centre de chaque triangle** : $\frac{360}{6} \checkmark$
- **Valeur** : $60^\circ \checkmark$
- **Nature des triangles** : isocèles, de côtés $10 \text{ cm} \checkmark$
- **Avec un angle de 60°** : ils sont **équilatéraux** $\checkmark$
- **Côté de l'hexagone** :

$$10 \text{ cm}$$

b) **Triangle rectangle utilisé** : la moitié d'un triangle équilatéral $\checkmark$

- **Demi-côté** : $5 \text{ cm} \checkmark$
- **Hypoténuse** : $10 \text{ cm} \checkmark$
- **Rapport** : cosinus de $30^\circ \checkmark$
- **Calcul** : $10 \times \cos 30^\circ \checkmark$
- **Valeur du cosinus** : $\approx 0,866 \checkmark$
- **Apothème** :

$$\approx 8,66 \text{ cm}$$

- **Valeur exacte** : $5\sqrt{3} \text{ cm} \checkmark$
- **Contrôle par Pythagore** : $100 - 25 = 75 \checkmark$
- **Racine** : $\approx 8,66 \checkmark$

c) **Aire d'un triangle équilatéral** : $\frac{10 \times 8,66}{2} \checkmark$

- **Valeur** : $43,3 \text{ cm}^2 \checkmark$
- **Aire de l'hexagone** : $6 \times 43,3 \checkmark$
- **Résultat** :

$$\approx 259,8 \text{ cm}^2$$

- **Contrôle par la formule** : $\frac{6 \times 10^2 \sqrt{3}}{4} \checkmark$
- **Calcul** : $150\sqrt{3} \approx 259,81 \checkmark$
- **Concordance** $\checkmark$
- **Aire du disque** : $\pi \times 100 \approx 314,2 \text{ cm}^2 \checkmark$
- **Proportion occupée** : $\approx 82,7 \% \checkmark$

Réponse. a) 10 cm · b) $\approx 8,66 \text{ cm}$ · c) $\approx 259,8 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 4 - Les diagonales d'un cube

a) **Triangle rectangle** : deux arêtes d'une face $\checkmark$

- **Théorème de Pythagore** : $d^2 = 36 + 36$ ✓
- **Somme** : 72 ✓
- **Racine carrée** :

$$d = 6\sqrt{2} \approx 8,49 \text{ cm}$$

b) **Triangle rectangle** : la diagonale d'une face et l'arête verticale ✓

- **Théorème de Pythagore** : $D^2 = 72 + 36$ ✓
- **Somme** : 108 ✓
- **Racine carrée** :

$$D = 6\sqrt{3} \approx 10,39 \text{ cm}$$

- **Contrôle par la formule** : $a\sqrt{3}$ avec $a = 6$ ✓

c) **Triangle rectangle** : diagonale de face, arête, grande diagonale ✓

- **Côté opposé à l'angle** : l'arête, 6 cm ✓
- **Côté adjacent** : la diagonale de face, 8,49 cm ✓
- **Rapport** : tangente ✓
- **Égalité** : $\tan \alpha = \frac{6}{8,49}$ ✓
- **Valeur** : $\approx 0,7068$ ✓
- **Touche inverse** : $\arctan(0,7068)$ ✓
- **Résultat** :

$$\alpha \approx 35,3^\circ$$

- **Contrôle par le sinus** : $\frac{6}{10,39} \approx 0,5775$ ✓
- **Touche inverse** : $\approx 35,3^\circ$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Remarque** : cet angle ne dépend pas de la taille du cube ✓
- **Raison** : toutes les longueurs sont proportionnelles à l'arête ✓

Réponse. a) $6\sqrt{2} \approx 8,49 \text{ cm}$ · b) $6\sqrt{3} \approx 10,39 \text{ cm}$ · c) $\approx 35,3^\circ$.

Correction de l'exercice 5 - Une pyramide régulière

a) **Triangle rectangle** : hauteur, demi-côté, apothème ✓

- **Demi-côté** : 3 cm ✓
- **Théorème de Pythagore** : $a^2 = 16 + 9$ ✓
- **Somme** : 25 ✓
- **Racine carrée** :

$$a = 5 \text{ cm}$$

b) **Angle entre la face et la base** ✓

- **Côté opposé** : la hauteur, 4 cm ✓
- **Côté adjacent** : le demi-côté, 3 cm ✓
- **Rapport** : tangente ✓
- **Égalité** : $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ ✓
- **Valeur** : $\approx 1,3333$ ✓
- **Touche inverse** : $\arctan\left(\frac{4}{3}\right)$ ✓

— **Résultat :**

$$\alpha \approx 53,1^\circ$$

c) **Triangle rectangle** : hauteur, demi-diagonale de la base, arête ✓

— **Diagonale de la base** : $6\sqrt{2} \approx 8,49$ cm ✓

— **Demi-diagonale** : $\approx 4,24$ cm ✓

— **Théorème de Pythagore** : $16 + 18$ ✓

— **Somme** : 34 ✓

— **Racine carrée** :

$$\approx 5,83 \text{ cm}$$

— **Contrôle de vraisemblance** : l'arête dépasse l'apothème ✓

— **Aire d'une face** : $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ cm² ✓

— **Aire latérale totale** : $4 \times 15 = 60$ cm² ✓

— **Volume** : $\frac{36 \times 4}{3} = 48$ cm³ ✓

Réponse. a) 5 cm · b) $\approx 53,1^\circ$ · c) $\approx 5,83$ cm.

Correction de l'exercice 6 - Une corde dans un cercle

— **Triangle formé** : isocèle, deux rayons de 5 cm ✓

— **Hauteur issue du centre** : elle est aussi médiane et bissectrice ✓

— **Demi-angle** : $\frac{100}{2}$ ✓

— **Valeur** : 50° ✓

a) **Triangle rectangle** : rayon, demi-corde, distance au centre ✓

— **Côté opposé à 50°** : la demi-corde ✓

— **Rapport** : sinus ✓

— **Calcul** : $5 \times \sin 50^\circ$ ✓

— **Valeur du sinus** : $\approx 0,766$ ✓

— **Demi-corde** : $\approx 3,83$ cm ✓

— **Corde entière** : $2 \times 3,83$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 7,66 \text{ cm}$$

b) **Côté adjacent à 50°** : la distance au centre ✓

— **Rapport** : cosinus ✓

— **Calcul** : $5 \times \cos 50^\circ$ ✓

— **Valeur du cosinus** : $\approx 0,6428$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 3,21 \text{ cm}$$

— **Contrôle par Pythagore** : $3,83^2 + 3,21^2$ ✓

— **Calcul** : $14,67 + 10,30 = 24,97$ ✓

— **Comparaison avec 25** : cohérent ✓

— **Cas d'un angle de 180°** : la corde serait un diamètre ✓

— **Longueur** : 10 cm ✓

— **Distance au centre** : 0 ✓

— **Cas d'un angle de 60°** : corde de 5 cm ✓

— **Raison** : le triangle serait équilatéral ✓

Réponse. a) $\approx 7,66$ cm · b) $\approx 3,21$ cm.

Correction de l'exercice 7 - Un triangle équilatéral

a) **Première méthode, Pythagore** ✓

— **Triangle rectangle** : moitié du triangle équilatéral ✓

— **Hypoténuse** : 6 cm ✓

— **Demi-côté** : 3 cm ✓

— **Calcul** : $h^2 = 36 - 9$ ✓

— **Différence** : 27 ✓

— **Racine carrée** :

$$h = 3\sqrt{3} \approx 5,20 \text{ cm}$$

— **Seconde méthode, trigonométrie** ✓

— **Angle du triangle équilatéral** : 60° ✓

— **Rapport** : sinus ✓

— **Calcul** : $6 \times \sin 60^\circ$ ✓

— **Valeur du sinus** : $\approx 0,866$ ✓

— **Résultat** : $\approx 5,20$ cm ✓

— **Concordance des deux méthodes** ✓

b) **Aire** : $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ ✓

— **Calcul** : $\frac{6 \times 5,20}{2}$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 15,59 \text{ cm}^2$$

— **Formule directe** : $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ✓

— **Calcul** : $\frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 15,59 \text{ cm}^2$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Périmètre** : 18 cm ✓

— **Rayon du cercle circonscrit** : $\frac{2}{3}h \approx 3,46$ cm ✓

— **Rayon du cercle inscrit** : $\frac{1}{3}h \approx 1,73$ cm ✓

— **Rapport des deux** : 2 ✓

Réponse. a) $3\sqrt{3} \approx 5,20$ cm · b) $9\sqrt{3} \approx 15,59 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 8 - Un losange complet

— **Propriété** : les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu ✓

— **Et** : elles sont bissectrices des angles ✓

— **Demi-angle aigu** : $\frac{56}{2} = 28^\circ$ ✓

a) **Triangle rectangle** : hypoténuse 7 cm, angle 28° ✓

— **Demi-petite diagonale** : côté opposé à 28° ✓

- **Calcul** : $7 \times \sin 28^\circ$ ✓
- **Valeur du sinus** : $\approx 0,4695$ ✓
- **Valeur** : $\approx 3,29$ cm ✓
- **Petite diagonale** :

$$\approx 6,57 \text{ cm}$$

- **Demi-grande diagonale** : côté adjacent ✓
- **Calcul** : $7 \times \cos 28^\circ$ ✓
- **Valeur du cosinus** : $\approx 0,8829$ ✓
- **Valeur** : $\approx 6,18$ cm ✓
- **Grande diagonale** :

$$\approx 12,36 \text{ cm}$$

b) **Aire d'un losange** : demi-produit des diagonales ✓

- **Calcul** : $\frac{6,57 \times 12,36}{2}$ ✓

- **Produit** : $\approx 81,20$ ✓

- **Résultat** :

$$\approx 40,6 \text{ cm}^2$$

- **Contrôle par Pythagore** : $3,29^2 + 6,18^2$ ✓
- **Calcul** : $10,82 + 38,19 = 49,01$ ✓
- **Comparaison avec 49** : cohérent ✓
- **Périmètre** : $4 \times 7 = 28$ cm ✓
- **Angle obtus du losange** : $180 - 56 = 124^\circ$ ✓

Réponse. a) $\approx 6,57$ cm et $\approx 12,36$ cm · b) $\approx 40,6$ cm².

Correction de l'exercice 9 - L'aire par la trigonométrie

a) **Triangle rectangle utilisé** : formé par le côté de 8 cm et la hauteur ✓

- **Hypoténuse** : le côté de 8 cm ✓
- **Côté opposé à l'angle de 50°** : la hauteur ✓
- **Rapport** : sinus ✓
- **Égalité** : $\sin 50^\circ = \frac{h}{8}$ ✓
- **Calcul** : $h = 8 \times \sin 50^\circ$ ✓
- **Valeur du sinus** : $\approx 0,766$ ✓
- **Résultat** :

$$h \approx 6,13 \text{ cm}$$

b) **Aire** : $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ ✓

- **Base** : le côté de 11 cm ✓
- **Calcul** : $\frac{11 \times 6,13}{2}$ ✓
- **Produit** : $\approx 67,43$ ✓
- **Résultat** :

$$\approx 33,7 \text{ cm}^2$$

- **Formule générale** : $\frac{ab \sin \gamma}{2}$ ✓

- **Calcul** : $\frac{8 \times 11 \times 0,766}{2}$ ✓
- **Valeur** : $\approx 33,71 \text{ cm}^2$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Cas d'un angle droit** : le sinus vaudrait 1 ✓
- **Aire maximale** : $\frac{88}{2} = 44 \text{ cm}^2$ ✓
- **Comparaison** : notre triangle est moins « ouvert » ✓
- **Distance du pied de la hauteur** : $8 \times \cos 50^\circ \approx 5,14 \text{ cm}$ ✓
- **Contrôle** : cette distance est inférieure à 11 cm ✓
- **Conséquence** : le pied est bien sur le côté ✓

Réponse. a) $h \approx 6,13 \text{ cm}$ · b) aire $\approx 33,7 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 10 - Vérifier un angle droit

- a) **Plus grand côté** : 41 cm ✓
- **Carré du plus grand côté** : 41^2 ✓
 - **Valeur** : 1681 ✓
 - **Somme des carrés des deux autres** : $81 + 1600$ ✓
 - **Valeur** : 1681 ✓
 - **Comparaison** : les deux valeurs sont égales ✓
 - **Réciproque du théorème de Pythagore** ✓
 - **Conclusion** :
le triangle est rectangle
 - **Position de l'angle droit** : opposé au côté de 41 cm ✓
- b) **Angle opposé au côté de 9 cm** ✓
- **Rapport** : sinus ✓
 - **Valeur** : $\frac{9}{41} \approx 0,2195$ ✓
 - **Touche inverse** : $\arcsin(0,2195)$ ✓
 - **Résultat** :
 $\approx 12,7^\circ$
 - **Autre angle aigu** : $90 - 12,7$ ✓
 - **Résultat** :
 $\approx 77,3^\circ$
 - **Contrôle direct** : $\sin \approx \frac{40}{41} \approx 0,9756$ ✓
 - **Touche inverse** : $\approx 77,3^\circ$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Aire** : $\frac{9 \times 40}{2} = 180 \text{ cm}^2$ ✓
 - **Périmètre** : $9 + 40 + 41 = 90 \text{ cm}$ ✓
 - **Remarque** : (9 ; 40 ; 41) est un triplet pythagoricien ✓
- Réponse.** a) oui · b) $\approx 12,7^\circ$ et $\approx 77,3^\circ$.

Correction de l'exercice 11 - Deux triangles accolés

- a) **Théorème de Pythagore dans ABD** : $BD^2 = 144 + 25$ ✓

— **Somme** : 169 ✓

— **Racine carrée** :

$$BD = 13 \text{ cm}$$

— **Remarque** : triplet (5 ; 12 ; 13) ✓

b) **Triangle BCD** : rectangle en C ✓

— **Hypoténuse** : [BD], soit 13 cm ✓

— **Côté opposé à $\hat{BDC}$** : [BC] ✓

— **Rapport** : sinus ✓

— **Calcul** : $13 \times \sin 40^\circ$ ✓

— **Valeur du sinus** : $\approx 0,6428$ ✓

— **Résultat** :

$$BC \approx 8,36 \text{ cm}$$

— **Côté adjacent** : [CD] ✓

— **Rapport** : cosinus ✓

— **Calcul** : $13 \times \cos 40^\circ$ ✓

— **Valeur du cosinus** : $\approx 0,766$ ✓

— **Résultat** :

$$CD \approx 9,96 \text{ cm}$$

— **Contrôle par Pythagore** : $69,89 + 99,20 = 169,09$ ✓

— **Comparaison avec 169** : cohérent ✓

— **Aire de ABD** : $\frac{12 \times 5}{2} = 30 \text{ cm}^2$ ✓

— **Aire de BCD** : $\frac{8,36 \times 9,96}{2} \approx 41,6 \text{ cm}^2$ ✓

— **Aire totale** : $\approx 71,6 \text{ cm}^2$ ✓

Réponse. a) $BD = 13 \text{ cm}$ · b) $BC \approx 8,36 \text{ cm}$ et $CD \approx 9,96 \text{ cm}$.

Correction de l'exercice 12 - Un pavé droit

a) **Base** : rectangle 8 cm sur 6 cm ✓

— **Théorème de Pythagore** : $64 + 36$ ✓

— **Somme** : 100 ✓

— **Racine carrée** :

$$10 \text{ cm}$$

— **Remarque** : triplet (6 ; 8 ; 10) ✓

b) **Triangle rectangle** : diagonale de base et arête verticale ✓

— **Théorème de Pythagore** : $100 + 100$ ✓

— **Somme** : 200 ✓

— **Racine carrée** :

$$10\sqrt{2} \approx 14,14 \text{ cm}$$

c) **Côté opposé à l'angle** : la hauteur, 10 cm ✓

— **Côté adjacent** : la diagonale de base, 10 cm ✓

— **Rapport** : tangente ✓

— **Valeur** : $\frac{10}{10} = 1$ ✓

— **Touche inverse** : $\arctan(1)$ ✓

— **Résultat** :

$$45^\circ$$

— **Remarque** : résultat exact ✓

— **Explication** : la hauteur égale la diagonale de base ✓

— **Contrôle par le cosinus** : $\frac{10}{14,14} \approx 0,7072$ ✓

— **Touche inverse** : $\approx 45^\circ$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Volume du pavé** : $8 \times 6 \times 10 = 480 \text{ cm}^3$ ✓

— **Aire totale** : $2(48 + 80 + 60) = 376 \text{ cm}^2$ ✓

Réponse. a) 10 cm · b) $10\sqrt{2} \approx 14,14 \text{ cm}$ · c) 45° .

Correction de l'exercice 13 - Un triangle quelconque

a) **Triangle ACH** : rectangle en H ✓

— **Côté adjacent à $\hat{A}$** : $[AH]$, soit 7 cm ✓

— **Côté opposé** : $[CH]$ ✓

— **Rapport** : tangente ✓

— **Égalité** : $\tan 35^\circ = \frac{CH}{7}$ ✓

— **Calcul** : $CH = 7 \times \tan 35^\circ$ ✓

— **Valeur de la tangente** : $\approx 0,7002$ ✓

— **Résultat** :

$$CH \approx 4,90 \text{ cm}$$

b) **Longueur HB** : $AB - AH$ ✓

— **Calcul** : $13 - 7$ ✓

— **Résultat** :

$$HB = 6 \text{ cm}$$

— **Triangle BCH** : rectangle en H ✓

— **Rapport pour $\hat{B}$** : tangente ✓

— **Égalité** : $\tan \hat{B} = \frac{4,90}{6}$ ✓

— **Valeur** : $\approx 0,8167$ ✓

— **Touche inverse** : $\arctan(0,8167)$ ✓

— **Résultat** :

$$\hat{B} \approx 39,2^\circ$$

— **Angle $\hat{C}$** : $180 - 35 - 39,2$ ✓

— **Résultat** : $\approx 105,8^\circ$ ✓

— **Nature du triangle** : obtusangle ✓

— **Aire** : $\frac{13 \times 4,90}{2}$ ✓

— **Résultat** : $\approx 31,9 \text{ cm}^2$ ✓

— **Longueur AC** : $\frac{7}{\cos 35^\circ} \approx 8,55 \text{ cm}$ ✓

— **Longueur BC** : $\sqrt{36 + 24,01} \approx 7,75 \text{ cm}$ ✓

Réponse. a) $CH \approx 4,90 \text{ cm}$ · b) $HB = 6 \text{ cm}$ et $\hat{B} \approx 39,2^\circ$.

Correction de l'exercice 14 - Un cône

a) **Triangle rectangle** : rayon, hauteur, génératrice ✓

— **Théorème de Pythagore** : $g^2 = 25 + 144$ ✓

— **Somme** : 169 ✓

— **Racine carrée** :

$$g = 13 \text{ cm}$$

— **Remarque** : triplet (5 ; 12 ; 13) ✓

b) **Côté opposé à l'angle** : le rayon, 5 cm ✓

— **Côté adjacent** : la hauteur, 12 cm ✓

— **Rapport** : tangente ✓

— **Valeur** : $\frac{5}{12} \approx 0,4167$ ✓

— **Touche inverse** : $\arctan(0,4167)$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 22,6^\circ$$

— **Angle au sommet complet** : $2 \times 22,6$ ✓

— **Valeur** : $\approx 45,2^\circ$ ✓

c) **Formule du volume** : $\frac{\pi r^2 h}{3}$ ✓

— **Aire de base** : $\pi \times 25 \approx 78,54 \text{ cm}^2$ ✓

— **Calcul** : $\frac{78,54 \times 12}{3}$ ✓

— **Produit** : 942,48 ✓

— **Résultat** :

$$\approx 314,2 \text{ cm}^3$$

— **En litres** : environ 0,31 L ✓

— **Aire latérale** : $\pi r g = \pi \times 5 \times 13$ ✓

— **Valeur** : $\approx 204,2 \text{ cm}^2$ ✓

— **Aire totale** : $\approx 282,7 \text{ cm}^2$ ✓

Réponse. a) 13 cm · b) $\approx 22,6^\circ$ · c) $\approx 314,2 \text{ cm}^3$.

Correction de l'exercice 15 - Un parallélogramme

a) **Triangle rectangle** : formé par le côté de 9 cm et la hauteur ✓

— **Hypoténuse** : 9 cm ✓

— **Côté opposé à 62°** : la hauteur ✓

— **Rapport** : sinus ✓

— **Calcul** : $9 \times \sin 62^\circ$ ✓

— **Valeur du sinus** : $\approx 0,8829$ ✓

— **Résultat** :

$$h \approx 7,95 \text{ cm}$$

b) **Aire d'un parallélogramme** : base par hauteur ✓

— **Calcul** : $14 \times 7,95$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 111,3 \text{ cm}^2$$

c) **Décalage horizontal** : $9 \times \cos 62^\circ$ ✓

— **Valeur du cosinus** : $\approx 0,4695$ ✓

— **Valeur** : $\approx 4,23 \text{ cm}$ ✓

— **Base du triangle rectangle de la grande diagonale** : $14 + 4,23$ ✓

— **Valeur** : $\approx 18,23 \text{ cm}$ ✓

— **Théorème de Pythagore** : $18,23^2 + 7,95^2$ ✓

— **Calcul** : $332,33 + 63,20$ ✓

— **Somme** : $395,53$ ✓

— **Racine carrée** :

$$\approx 19,89 \text{ cm}$$

— **Contrôle de vraisemblance** : la diagonale dépasse 14 cm ✓

— **Petite diagonale** : base $14 - 4,23 = 9,77 \text{ cm}$ ✓

— **Calcul** : $\sqrt{95,45 + 63,20} \approx 12,60 \text{ cm}$ ✓

— **Périmètre** : $2 \times 23 = 46 \text{ cm}$ ✓

Réponse. a) $h \approx 7,95 \text{ cm}$ · b) $\approx 111,3 \text{ cm}^2$ · c) $\approx 19,89 \text{ cm}$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : une figure composée

a) **Rapport pour AC** : tangente ✓

— **Calcul** : $15 \times \tan 40^\circ$ ✓

— **Valeur de la tangente** : $\approx 0,8391$ ✓

— **Résultat** :

$$AC \approx 12,59 \text{ cm}$$

— **Rapport pour BC** : cosinus ✓

— **Calcul** : $\frac{15}{\cos 40^\circ}$ ✓

— **Résultat** :

$$BC \approx 19,58 \text{ cm}$$

b) **Aire du triangle** : $\frac{15 \times 12,59}{2} \approx 94,43 \text{ cm}^2$ ✓

— **Autre expression de l'aire** : $\frac{BC \times AH}{2}$ ✓

— **Équation** : $\frac{19,58 \times AH}{2} = 94,43$ ✓

— **Calcul** : $AH = \frac{188,86}{19,58}$ ✓

— **Résultat** :

$$AH \approx 9,65 \text{ cm}$$

c) **Triangle ABH** : rectangle en H ✓

— **Rapport pour BH** : cosinus de 40° ✓

— **Calcul** : $15 \times \cos 40^\circ$ ✓

— **Résultat** :

$$BH \approx 11,49 \text{ cm}$$

— **Longueur HC** : $BC - BH$ ✓

— **Calcul** : $19,58 - 11,49$ ✓

— **Résultat :**

$$HC \approx 8,09 \text{ cm}$$

d) **Produit :** $11,49 \times 8,09 \checkmark$

— **Valeur :** $\approx 92,95 \checkmark$

— **Carré de AH :** $9,65^2 \checkmark$

— **Valeur :** $\approx 93,12 \checkmark$

— **Comparaison :** cohérent aux arrondis près $\checkmark$

— **Conclusion :** la relation est vérifiée $\checkmark$

— **Nom de cette propriété :** relation métrique dans le triangle rectangle $\checkmark$

— **Contrôle complémentaire :** $AB^2 = BH \times BC \checkmark$

— **Calcul :** $11,49 \times 19,58 \approx 224,97 \checkmark$

— **Comparaison avec 225 :** cohérent $\checkmark$

Réponse. a) $AC \approx 12,59 \text{ cm}$, $BC \approx 19,58 \text{ cm}$ · b) $AH \approx 9,65 \text{ cm}$ · c) $BH \approx 11,49 \text{ cm}$, $HC \approx 8,09 \text{ cm}$ · d) relation vérifiée.