Automatismes — Première générale

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Un automatisme, c'est un calcul qu'on effectue sans mobiliser son attention — précisément pour garder celle-ci disponible face au raisonnement. Ces 20 exercices installent les réflexes qui serviront toute l'année de Première : ordres de grandeur, fractions, puissances, racines carrées, développement et factorisation, identités remarquables, équations et inéquations, pourcentages, lecture graphique. Chaque correction explique non seulement COMMENT faire, mais POURQUOI la méthode fonctionne, propose une seconde approche quand elle existe, et se termine par une vérification. Les pièges signalés sont ceux qui coûtent réellement des points en devoir.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-generale/automatismes

Exercice 1 – Estimer avant de calculer

Sans calculatrice, donne un ordre de grandeur de $4{,}97 \times 19{,}8$, puis de $0{,}52 \times 398$. Calcule ensuite les valeurs exactes et compare.

Exercice 2 – Fractions et priorités opératoires

Calcule $A = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{5}$ et donne le résultat sous forme irréductible.

Exercice 3 – Puissances : les quatre règles

Écris sous la forme d'une seule puissance, puis donne la valeur : $B = \dfrac{2^3 \times 2^{-5}}{2^{-4}}$ et $C = \dfrac{10^{-3} \times 10^{7}}{10^{2}}$.

Exercice 4 – Développer et réduire

Développe et réduis $D = (2x - 3)(x + 5) - 2x(x - 1)$.

Exercice 5 – Équation du premier degré

Résous l'équation $5x - 7 = 2x + 8$.

Exercice 6 – Identités remarquables : développer

Développe $E = (3x - 4)^2$ et $F = (2x + 5)(2x - 5)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Factoriser : trois situations

Factorise : $G = 9x^2 - 25$; $H = x^2 + 10x + 25$; $I = 6x^2 - 15x$.

Exercice 8 – Appliquer un pourcentage : deux méthodes

Un salaire mensuel de 1 840 € est revalorisé de 3,5 %. Calcule le nouveau salaire de deux façons différentes.

Exercice 9 – Calculer une proportion

Un lycée compte 1 250 élèves, dont 425 en classe de Première. Quelle proportion des élèves cela représente-t-il, en pourcentage ?

Exercice 10 – Équation produit

Résous l'équation $(3x - 12)(2x + 5) = 0$.

Exercice 11 – Inéquation et changement de sens

Résous l'inéquation $-4x + 9 \geq 1$ et représente l'ensemble des solutions.

Exercice 12 – Racines carrées : simplifier

Écris $J = \sqrt{50} - \sqrt{18} + 2\sqrt{8}$ sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.

Exercice 13 – Lecture graphique complète

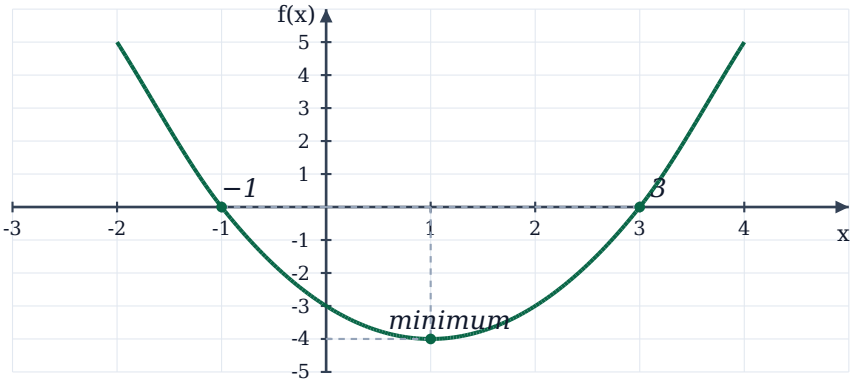
La courbe ci-dessous représente une fonction f sur l'intervalle $[-3; 5]$.

1. Lis $f(0)$ et $f(2)$.

2. Détermine les antécédents de 0 par f.

3. Résous graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$.

4. Donne le minimum de f et la valeur en laquelle il est atteint.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Quatrième proportionnelle

Une imprimante professionnelle produit 24 pages en 90 secondes, à cadence constante. Combien de pages imprime-t-elle en 4 minutes ?

Exercice 15 – Notation scientifique

Calcule $K = \dfrac{(3{,}2 \times 10^{8}) \times (5 \times 10^{-3})}{8 \times 10^{4}}$ et donne le résultat en écriture décimale.

Exercice 16 – Mise en équation : choisir un abonnement

Une salle de sport propose deux formules. Formule A : 39 € par mois, sans frais d'inscription. Formule B : 120 € de frais d'inscription, puis 25 € par mois.

1. Exprime le coût total de chaque formule en fonction du nombre n de mois.

2. Détermine à partir de combien de mois la formule B devient plus avantageuse.

3. Sur une année complète, quelle économie réalise-t-on avec la meilleure formule ?

Exercice 17 – Démontrer avec le calcul littéral

Soit n un entier. Démontre que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours un nombre impair, et qu'elle est égale à la somme de ces deux entiers.

Exercice 18 – Équation avec dénominateurs

Résous l'équation $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Exercice 19 – Proportion après une modification d'effectif

Une entreprise emploie 240 salariés, dont 45 % de femmes. Elle recrute 20 personnes, toutes des femmes.

1. Combien de femmes l'entreprise comptait-elle avant le recrutement ?

2. Quelle est la proportion de femmes après le recrutement, arrondie au dixième de pourcent ?

3. De combien de POINTS la proportion de femmes a-t-elle augmenté ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

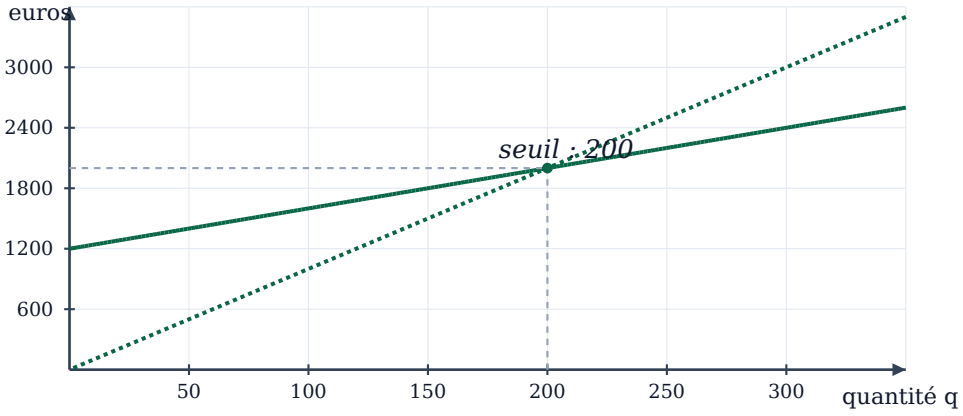
Exercice 20 – Seuil de rentabilité

Une entreprise fabrique un objet. Produire q objets coûte $C(q) = 4q + 1\,200$ euros, et les vendre rapporte $R(q) = 10q$ euros.

1. Exprime le bénéfice $B(q)$ en fonction de q.

2. Détermine le seuil de rentabilité, c'est-à-dire la quantité à partir de laquelle l'entreprise commence à gagner de l'argent.

3. Combien d'objets faut-il vendre pour réaliser un bénéfice d'au moins 600 € ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Estimer avant de calculer

Un ordre de grandeur s'obtient en remplaçant chaque facteur par un nombre « rond » proche. Le but n'est pas d'être exact : c'est de savoir à l'avance dans quelle zone doit tomber le résultat.

Premier produit : 4,97 est très proche de 5, et 19,8 très proche de 20. L'ordre de grandeur est donc $5 \times 20 = 100$.

Valeur exacte : on utilise la distributivité pour éviter la pose.
$4{,}97 \times 19{,}8 = 4{,}97 \times 20 - 4{,}97 \times 0{,}2 = 99{,}4 - 0{,}994 = 98{,}406$.

L'écart avec l'estimation vaut moins de 2 % : l'ordre de grandeur était fiable. On remarque aussi qu'il SURESTIME, ce qui est logique puisqu'on a arrondi les deux facteurs vers le haut.

Second produit : 0,52 est proche de 0,5, et 398 proche de 400. Ordre de grandeur : $0{,}5 \times 400 = 200$.

Valeur exacte : $0{,}52 \times 398 = 0{,}52 \times 400 - 0{,}52 \times 2 = 208 - 1{,}04 = 206{,}96$.

Ici l'estimation SOUS-estime, car on a arrondi 0,52 vers le bas d'un côté et 398 vers le haut de l'autre — les deux effets ne se compensent pas exactement.

Réponse. Ordres de grandeur : 100 et 200 · valeurs exactes : 98,406 et 206,96.

Rappel de cours. L'ordre de grandeur sert de garde-fou : si la calculatrice affiche 9,84 ou 984, on sait immédiatement qu'une virgule a été mal placée.

Erreur fréquente. Négliger cette étape en contrôle. C'est pourtant elle qui rattrape les erreurs de saisie, qui sont la première cause de résultats aberrants.

Correction de l'exercice 2 – Fractions et priorités opératoires

Avant tout calcul, on identifie l'opération prioritaire. Ici, la multiplication passe avant l'addition : c'est donc $\frac{1}{6} \times \frac{4}{5}$ qu'il faut traiter en premier.

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Aucun dénominateur commun n'est nécessaire — cette exigence ne concerne QUE l'addition et la soustraction.

$\frac{1}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{1 \times 4}{6 \times 5} = \frac{4}{30}$.

On simplifie tout de suite, avant d'aller plus loin : 4 et 30 sont pairs, donc $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

Simplifier au plus tôt évite de manipuler de grands nombres.

L'expression devient $A = \frac{2}{3} + \frac{2}{15}$. Cette fois, l'addition impose un dénominateur commun.

On cherche le plus petit multiple commun à 3 et 15. Comme $15 = 3 \times 5$, le nombre 15 convient directement : inutile de prendre 45.

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$.

$A = \frac{10}{15} + \frac{2}{15} = \frac{12}{15}$.

On vérifie l'irréductibilité : 12 et 15 sont tous deux divisibles par 3, donc $A = \frac{4}{5}$. Là, 4 et 5

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

n’ont plus de diviseur commun.

Contrôle de vraisemblance : $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$ et $\frac{2}{15} \approx 0{,}13$, donc $A \approx 0{,}80$. Or $\frac{4}{5} = 0{,}8$. ✔

Réponse. $A = \frac{4}{5}$

Rappel de cours. Réflexe : chercher un dénominateur commun n’a de sens que pour + et −. Pour × et ÷, on multiplie directement en simplifiant en chemin.

Erreur fréquente. Calculer de gauche à droite ($\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ d’abord) donnerait $\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$ — un résultat faux qui a pourtant l’air propre, donc difficile à repérer sans contrôle.

Correction de l’exercice 3 – Puissances : les quatre règles

On applique deux règles seulement. Pour un produit de puissances de MÊME base, les exposants s’additionnent : $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Pour un quotient, ils se soustraient : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Ces règles se comprennent en revenant à la définition : $2^3 \times 2^{-5}$, c’est trois facteurs 2 multipliés par cinq facteurs 2 au dénominateur — il en reste donc deux au dénominateur.

Numérateur de B : $2^3 \times 2^{-5} = 2^{3+(-5)} = 2^{-2}$.

Puis le quotient : $\frac{2^{-2}}{2^{-4}} = 2^{-2-(-4)} = 2^{-2+4} = 2^2$.

Attention à cette étape : soustraire -4 revient à AJOUTER 4. C’est là que se produisent la plupart des erreurs de signe.

$B = 2^2 = 4$.

Pour C, même méthode : $10^{-3} \times 10^7 = 10^{-3+7} = 10^4$, puis $\frac{10^4}{10^2} = 10^{4-2} = 10^2$.

$C = 10^2 = 100$.

Méthode alternative pour C, plus rapide en calcul mental : on additionne directement tous les exposants du numérateur et on retranche ceux du dénominateur, soit $-3 + 7 - 2 = 2$. Le résultat est 10^2.

Réponse. $B = 2^2 = 4$ et $C = 10^2 = 100$.

Rappel de cours. Un seul calcul d’exposants suffit : on additionne ceux du haut et on soustrait ceux du bas, en une fois.

Erreur fréquente. Écrire $2^{-2} = -4$. Un exposant négatif ne rend jamais un nombre négatif : il produit l’inverse, ici $\frac{1}{4}$.

Correction de l’exercice 4 – Développer et réduire

On traite les deux morceaux séparément avant de les assembler : c’est plus sûr que de tout mener de front.

Premier morceau, double distributivité : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde, soit quatre produits.

$2x \times x = 2x^2$; $2x \times 5 = 10x$; $-3 \times x = -3x$; $-3 \times 5 = -15$.

Le signe − fait partie du terme : on multiplie bien -3, et non 3. C’est la source d’erreur numéro un de tout le chapitre.

$(2x - 3)(x + 5) = 2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 7x - 15$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Second morceau : $2x(x-1) = 2x^2 - 2x$.

Ce morceau est SOUSTRAIT. Le signe $-$ devant s'applique donc à l'expression entière, ce qui change tous ses signes.

$D = (2x^2 + 7x - 15) - (2x^2 - 2x) = 2x^2 + 7x - 15 - 2x^2 + 2x$.

On regroupe par famille. Termes en x^2 : $2x^2 - 2x^2 = 0$, ils disparaissent. Termes en x : $7x + 2x = 9x$. Constante : -15.

$D = 9x - 15$. L'expression, qui semblait du second degré, est en réalité affine : c'est une information utile.

Vérification numérique avec $x = 1$: l'expression de départ vaut $(2-3)(1+5) - 2 \times 1 \times 0 = -6 - 0 = -6$. Et $9 \times 1 - 15 = -6$. ✔

Un second test avec $x = 0$: départ $(-3)(5) - 0 = -15$; résultat $9 \times 0 - 15 = -15$. ✔

Réponse. $D = 9x - 15$ (que l'on peut aussi écrire $3(3x-5)$).

Rappel de cours. Tester une valeur numérique dans les deux formes est le moyen le plus rapide de valider un développement. Deux valeurs différentes rendent l'erreur quasi impossible.

Erreur fréquente. Écrire $D = 2x^2 + 7x - 15 - 2x^2 - 2x$ en oubliant de changer le signe du $-2x$. On obtiendrait $5x - 15$, faux.

Correction de l'exercice 5 – Équation du premier degré

Le principe : une équation est une balance. Toute opération faite d'un côté doit être faite de l'autre pour préserver l'équilibre.

Objectif : rassembler les x d'un côté et les nombres de l'autre. On choisit de garder les x à gauche, là où leur coefficient est le plus grand — cela évite d'obtenir un coefficient négatif.

On retranche $2x$ aux deux membres : $5x - 2x - 7 = 8$, soit $3x - 7 = 8$.

On ajoute 7 aux deux membres : $3x = 15$.

On divise les deux membres par 3 : $x = 5$.

Vérification, à faire systématiquement : membre de gauche $= 5 \times 5 - 7 = 25 - 7 = 18$.

Membre de droite $= 2 \times 5 + 8 = 10 + 8 = 18$. Les deux membres coïncident, la solution est correcte. ✔

Remarque de méthode : on parle souvent de « faire passer de l'autre côté en changeant de signe ». C'est un raccourci correct, mais qui masque le raisonnement — il vaut mieux savoir qu'on retranche la même quantité des deux côtés.

Réponse. $x = 5$

Rappel de cours. La vérification coûte dix secondes et transforme une réponse « probable » en réponse certaine.

Erreur fréquente. Oublier de traiter les deux membres. Retrancher $2x$ uniquement à gauche détruit l'égalité et fausse tout ce qui suit.

Correction de l'exercice 6 – Identités remarquables : développer

Les identités remarquables sont des développements que l'on reconnaît au lieu de les refaire. Elles font gagner du temps, mais seulement si on les reconnaît sans hésiter.

Pour E, on est dans le cas $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 3x$ et $b = 4$.

$a^2 = (3x)^2 = 9x^2$. Attention : le carré porte sur TOUT le terme $3x$, donc le coefficient 3 est

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

lui aussi élevé au carré.

$2ab = 2 \times 3x \times 4 = 24x$, et il est précédé du signe $-$.

$b^2 = 16$.

$E = 9x^2 - 24x + 16$.

Vérification avec $x = 1$: $(3 - 4)^2 = (-1)^2 = 1$. Et $9 - 24 + 16 = 1$. ✔

Pour F, on reconnaît $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 5$.

Cette identité est remarquable justement parce que les deux termes croisés s'annulent : en développant à la main on obtiendrait $4x^2 - 10x + 10x - 25$, et le $-10x$ compense le $+10x$.

$F = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$.

Vérification avec $x = 1$: $7 \times (-3) = -21$. Et $4 - 25 = -21$. ✔

Réponse. $E = 9x^2 - 24x + 16$ et $F = 4x^2 - 25$.

Rappel de cours. Trois identités à connaître dans les deux sens : $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ et $(a + b)(a - b)$. Le sens « développer » sert au calcul, le sens « factoriser » sert à résoudre.

Erreur fréquente. Écrire $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 16$ ou $3x^2 - 24x + 16$. Deux erreurs distinctes : oublier le double produit, et oublier de mettre le coefficient au carré.

Correction de l'exercice 7 – Factoriser : trois situations

Avant toute chose, on adopte un réflexe de tri : y a-t-il un facteur commun ? Sinon, reconnaît-on une identité remarquable ?

$G = 9x^2 - 25$: pas de facteur commun. On observe une différence de deux carrés, puisque $9x^2 = (3x)^2$ et $25 = 5^2$.

On applique $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 3x$ et $b = 5$: $G = (3x - 5)(3x + 5)$.

Contrôle avec $x = 2$: $G = 36 - 25 = 11$, et $(6 - 5)(6 + 5) = 1 \times 11 = 11$. ✔

$H = x^2 + 10x + 25$: trois termes, dont deux sont des carrés (x^2 et $25 = 5^2$). On teste l'identité $(a + b)^2$.

Le double produit devrait valoir $2 \times x \times 5 = 10x$. C'est exactement le terme du milieu : l'identité s'applique.

$H = (x + 5)^2$.

Contrôle avec $x = 1$: $H = 1 + 10 + 25 = 36$, et $(1 + 5)^2 = 36$. ✔

$I = 6x^2 - 15x$: ici il y a un facteur commun. Pour les nombres, 6 et 15 ont 3 en commun. Pour les lettres, x est présent dans les deux termes.

Le facteur commun est donc $3x$, et non simplement 3 : il faut le sortir en entier, sinon la factorisation reste incomplète.

$6x^2 = 3x \times 2x$ et $15x = 3x \times 5$, donc $I = 3x(2x - 5)$.

Contrôle avec $x = 2$: $I = 24 - 30 = -6$, et $3 \times 2 \times (4 - 5) = 6 \times (-1) = -6$. ✔

Réponse. $G = (3x - 5)(3x + 5)$ · $H = (x + 5)^2$ · $I = 3x(2x - 5)$.

Rappel de cours. Ordre de réflexe : facteur commun d'abord, identité remarquable ensuite. Une factorisation incomplète (comme $3(2x^2 - 5x)$) n'est pas fausse, mais elle ne sert à rien pour résoudre.

Erreur fréquente. Vouloir factoriser $x^2 + 25$. Une SOMME de deux carrés ne se factorise pas : seule la différence le permet.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – Appliquer un pourcentage : deux méthodes

Première méthode, en deux temps : on calcule l’augmentation, puis on l’ajoute.

3,5 % signifie $\frac{3{,}5}{100} = 0{,}035$. L’augmentation vaut donc $1\,840 \times 0{,}035$.

Calcul mental structuré : $1\,840 \times 0{,}035 = 1\,840 \times 35 \div 1000$. Or
$1\,840 \times 35 = 1\,840 \times 30 + 1\,840 \times 5 = 55\,200 + 9\,200 = 64\,400$.

En divisant par 1000 : l’augmentation vaut 64,40 €.

Nouveau salaire : $1\,840 + 64{,}40 = 1\,904{,}40$ €.

Seconde méthode, en une seule opération : le coefficient multiplicateur. Augmenter de 3,5 %, c’est conserver 100 % et ajouter 3,5 %, donc obtenir 103,5 % du salaire.

Le coefficient vaut $1 + \frac{3{,}5}{100} = 1{,}035$.

Nouveau salaire : $1\,840 \times 1{,}035 = 1\,904{,}40$ €. Les deux méthodes concordent. ✔

Laquelle privilégier ? La seconde, systématiquement. Elle demande une seule opération, elle s’enchaîne naturellement si plusieurs évolutions se suivent, et elle évite l’oubli classique consistant à répondre l’augmentation au lieu du nouveau montant.

Contrôle de vraisemblance : 3,5 % c’est un peu plus de 3 %, soit un peu plus de 55 € sur 1 840 €. On attend donc environ 1 900 €. ✔

Réponse. Le nouveau salaire est de 1 904,40 €.

Rappel de cours. Coefficient multiplicateur : $\times\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ pour une hausse, $\times\left(1 - \frac{t}{100}\right)$ pour une baisse. C’est l’outil central de toute l’année.

Erreur fréquente. Répondre 64,40 €. C’est le montant de l’augmentation, pas le nouveau salaire — relire la question avant d’écrire la réponse.

Correction de l’exercice 9 – Calculer une proportion

Une proportion se calcule toujours par « partie divisée par total ». Le total est ici l’effectif du lycée entier.

Proportion $= \frac{425}{1\,250}$.

Pour convertir en pourcentage, on peut effectuer la division puis multiplier par 100 : $425 \div 1\,250 = 0{,}34$, donc 34 %.

Méthode alternative sans calculatrice, souvent plus rapide : on cherche à ramener le dénominateur à 100. Ici $1\,250 \div 100 = 12{,}5$, donc on divise aussi le numérateur par 12,5.

$425 \div 12{,}5 = 850 \div 25 = 34$. On lit directement $\frac{34}{100}$, soit 34 %.

Troisième approche, par simplification : $\frac{425}{1\,250} = \frac{17}{50}$ en divisant haut et bas par 25. Puis $\frac{17}{50} = \frac{34}{100} = 34$ %.

Vérification par le calcul inverse : 34 % de 1 250 vaut $1\,250 \times 0{,}34 = 425$. ✔

Contrôle de vraisemblance : 425 représente un peu plus du tiers de 1 250 (qui vaudrait environ 417), donc un peu plus de 33 %. ✔

Réponse. 34 % des élèves sont en Première.

Rappel de cours. Proportion et pourcentage d’évolution ne se calculent pas pareil : la proportion divise par le TOTAL, l’évolution divise par la valeur de DÉPART.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Inverser la fraction et calculer $\frac{1\,250}{425} \approx 2{,}94$. Un résultat supérieur à 1 pour une proportion signale immédiatement l'inversion.

Correction de l'exercice 10 – Équation produit

On s'appuie sur une propriété fondamentale : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

Cette propriété est ce qui rend la factorisation si utile : elle transforme une équation compliquée en plusieurs équations simples.

L'équation équivaut donc à : $3x - 12 = 0$ OU $2x + 5 = 0$.

Première équation : $3x = 12$, donc $x = 4$.

Seconde équation : $2x = -5$, donc $x = -\frac{5}{2} = -2{,}5$.

L'équation admet deux solutions : 4 et $-2{,}5$.

Vérification de la première : $(3 \times 4 - 12)(2 \times 4 + 5) = 0 \times 13 = 0$. ✔

Vérification de la seconde : $(3 \times (-2{,}5) - 12)(2 \times (-2{,}5) + 5) = (-19{,}5) \times 0 = 0$. ✔

Remarque importante : il ne faut surtout pas développer l'équation pour la « simplifier ». On obtiendrait $6x^2 - 9x - 60 = 0$, une équation du second degré bien plus difficile — alors que la forme factorisée donnait la réponse immédiatement.

Réponse. $S = \{-2{,}5 ; 4\}$

Rappel de cours. Une forme factorisée est un cadeau : on ne la développe jamais quand on cherche à résoudre.

Erreur fréquente. Écrire « $3x - 12 = 0$ ET $2x + 5 = 0$ ». C'est un OU : il suffit qu'UN facteur s'annule pour que le produit le soit.

Correction de l'exercice 11 – Inéquation et changement de sens

On isole le terme en x comme pour une équation : on retranche 9 aux deux membres.

$-4x \geq 1 - 9$, soit $-4x \geq -8$.

Vient l'étape critique : diviser par -4. Or diviser (ou multiplier) une inégalité par un nombre NÉGATIF en inverse le sens.

Pourquoi ? Parce que multiplier par un négatif retourne l'ordre sur la droite numérique : $2 < 5$, mais $-2 > -5$. L'ordre des nombres s'inverse.

On divise donc par -4 en changeant $\geq$ en $\leq$: $x \leq \frac{-8}{-4}$, c'est-à-dire $x \leq 2$.

L'ensemble des solutions est l'intervalle $]-\infty ; 2]$. Le crochet est fermé en 2 car l'inégalité est large ($\geq$) : la valeur 2 est solution.

Vérification à trois endroits stratégiques. Pour $x = 0$ (dans l'intervalle) : $-4 \times 0 + 9 = 9$, et $9 \geq 1$. ✔

Pour $x = 2$ (à la borne) : $-8 + 9 = 1$, et $1 \geq 1$ est vrai puisque l'inégalité est large. ✔

Pour $x = 3$ (hors intervalle) : $-12 + 9 = -3$, et $-3 \geq 1$ est faux. ✔ Les trois tests confirment la solution.

Méthode alternative pour éviter le changement de sens : dès le départ, on ajoute $4x$ aux deux membres pour rendre le coefficient positif. On obtient $9 \geq 4x + 1$, puis $8 \geq 4x$, puis $2 \geq x$ — soit le même résultat, sans jamais inverser.

Réponse. $x \leq 2$, c'est-à-dire $S =]-\infty ; 2]$.

Rappel de cours. Multiplier ou diviser une inégalité par un négatif inverse le sens.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Multiplier par un positif ne change rien.

Erreur fréquente. Oublier l'inversion et répondre $x \geq 2$. Le test avec $x = 3$ le détecte immédiatement : c'est pourquoi il faut toujours tester une valeur hors intervalle.

Correction de l'exercice 12 – Racines carrées : simplifier

On ne peut pas additionner $\sqrt{50}$ et $\sqrt{18}$ tels quels, pas plus qu'on n'additionne des grandeurs d'unités différentes. Il faut d'abord les exprimer avec la même racine.

La méthode consiste à extraire de chaque radicande le plus grand carré parfait qu'il contient, en s'appuyant sur la règle $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

$50 = 25 \times 2$, et 25 est un carré parfait. Donc $\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

$18 = 9 \times 2$, donc $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

$8 = 4 \times 2$, donc $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Comme le terme est $2\sqrt{8}$, il vaut $2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

Tous les termes s'expriment maintenant en $\sqrt{2}$, qui joue le rôle d'une « unité commune ».

$J = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (5 - 3 + 4)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Vérification numérique : $\sqrt{50} \approx 7{,}071$, $\sqrt{18} \approx 4{,}243$, $2\sqrt{8} \approx 5{,}657$.

$7{,}071 - 4{,}243 + 5{,}657 \approx 8{,}485$. Et $6\sqrt{2} \approx 6 \times 1{,}414 = 8{,}485$. ✔

Intérêt de la forme exacte : $6\sqrt{2}$ est une valeur EXACTE, alors que 8,485 est arrondie. En Première, on garde la forme exacte jusqu'au dernier moment.

Réponse. $J = 6\sqrt{2}$

Rappel de cours. Carrés parfaits à reconnaître d'emblée : 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144.

Erreur fréquente. Écrire $\sqrt{50} - \sqrt{18} = \sqrt{32}$. La racine ne se distribue pas sur une somme ou une différence : $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$, comme le montre le calcul numérique (2,83 contre 5,66).

Correction de l'exercice 13 – Lecture graphique complète

Pour lire une image, on part de la valeur de x sur l'axe horizontal, on monte (ou descend) jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée sur l'axe vertical.

Pour $x = 0$, on lit directement l'ordonnée du point où la courbe coupe l'axe vertical : $f(0) = -3$.

Pour $x = 2$, la courbe passe par le point de coordonnées $(2; -3)$, donc $f(2) = -3$.

Remarque : deux valeurs différentes de x peuvent avoir la même image. C'est normal — c'est l'inverse qui serait interdit (un x ne peut pas avoir deux images).

Chercher les antécédents de 0, c'est chercher les x tels que $f(x) = 0$, autrement dit les points où la courbe COUPE l'axe horizontal.

La courbe coupe cet axe en deux points : en $x = -1$ et en $x = 3$. Ce sont les deux antécédents de 0.

Pour $f(x) < 0$, on cherche les x pour lesquels la courbe est STRICTEMENT SOUS l'axe horizontal.

C'est le cas entre les deux points d'intersection, donc pour x compris entre -1 et 3.

Les bornes sont exclues, car en -1 et en 3 la fonction vaut exactement 0, et l'inégalité est stricte. L'ensemble solution est $]-1; 3[$.

Le minimum se lit au point le plus bas de la courbe. Ce point a pour coordonnées $(1; -4)$.

Le minimum de f vaut donc -4, et il est atteint en $x = 1$. Attention à la formulation : le

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

minimum est l'ORDONNÉE (−4), pas l'abscisse (1).

Réponse. $f(0) = -3$ et $f(2) = -3$ · antécédents de 0 : -1 et 3 · $f(x) < 0$ sur $]-1;3[$ · minimum -4 atteint en $x = 1$.

Rappel de cours. Image → on part de x et on lit y. Antécédent → on part de y et on lit x. Résoudre $f(x) < 0$ → on regarde où la courbe passe sous l'axe.

Erreur fréquente. Répondre « le minimum est 1 ». La valeur 1 est l'abscisse où le minimum est atteint ; le minimum lui-même est −4. Cette confusion est sanctionnée en devoir.

Correction de l'exercice 14 – Quatrième proportionnelle

Le premier réflexe est de vérifier l'homogénéité des unités. L'énoncé mêle secondes et minutes : on convertit tout en secondes.

4 minutes = $4 \times 60 = 240$ secondes.

La cadence étant constante, le nombre de pages est proportionnel à la durée. On peut donc utiliser le produit en croix.

$\frac{24}{90} = \frac{x}{240}$, d'où $90x = 24 \times 240$.

$24 \times 240 = 5\,760$, donc $x = \frac{5\,760}{90} = 64$ pages.

Méthode alternative par le coefficient : la cadence vaut $24 \div 90 = \frac{4}{15}$ page par seconde.

En 240 s : $240 \times \frac{4}{15} = \frac{960}{15} = 64$ pages. ✔

Troisième méthode, la plus rapide en calcul mental : 240 secondes, c'est $240 \div 90 = \frac{8}{3}$ fois la durée de référence. Donc $24 \times \frac{8}{3} = 8 \times 8 = 64$ pages.

Cette dernière approche est élégante parce que 24 est divisible par 3 : on simplifie avant de multiplier plutôt qu'après.

Contrôle de vraisemblance : 240 s représentent un peu moins de trois fois 90 s, donc on attend un peu moins de 72 pages. ✔

Réponse. L'imprimante produit 64 pages en 4 minutes.

Rappel de cours. Trois voies pour une quatrième proportionnelle : produit en croix, coefficient unitaire, ou rapport entre les deux situations. La troisième est souvent la plus rapide.

Erreur fréquente. Utiliser 4 au lieu de 240 dans le calcul. Une erreur d'unité produit un résultat faux d'un facteur 60, souvent sans que rien n'alerte.

Correction de l'exercice 15 – Notation scientifique

La stratégie est toujours la même : séparer les nombres décimaux d'un côté et les puissances de 10 de l'autre. Cela transforme un calcul intimidant en deux calculs simples.

$K = \frac{3{,}2 \times 5}{8} \times \frac{10^{8} \times 10^{-3}}{10^{4}}$.

Partie décimale : $3{,}2 \times 5 = 16$, puis $\frac{16}{8} = 2$.

Partie puissances : au numérateur, $10^{8} \times 10^{-3} = 10^{8-3} = 10^{5}$.

Puis le quotient : $\frac{10^{5}}{10^{4}} = 10^{5-4} = 10^{1}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Raccourci utile : on peut traiter tous les exposants en une fois — ceux du numérateur s'additionnent, celui du dénominateur se retranche. Soit $8 + (-3) - 4 = 1$.

$K = 2 \times 10^{1} = 20$.

Le résultat est déjà en notation scientifique (2 est bien compris entre 1 et 10), et son écriture décimale est 20.

Vérification par ordres de grandeur : le numérateur vaut environ $3 \times 10^{8} \times 5 \times 10^{-3} = 15 \times 10^{5} = 1{,}5 \times 10^{6}$. Divisé par 8×10^{4}, cela donne environ $0{,}19 \times 10^{2}$, soit environ 19. ✔

Réponse. $K = 2 \times 10^{1} = 20$

Rappel de cours. En notation scientifique, le facteur décimal doit toujours vérifier $1 \leq a < 10$. Si le calcul donne 16×10^{3}, on corrige en $1{,}6 \times 10^{4}$.

Erreur fréquente. Additionner l'exposant du dénominateur au lieu de le retrancher. Ici, on obtiendrait 10^{9} — soit un résultat un milliard de fois trop grand, que seul le contrôle d'ordre de grandeur permet de repérer.

Correction de l'exercice 16 – Mise en équation : choisir un abonnement

Formule A : chaque mois coûte 39 €, et rien d'autre. Le coût total s'écrit $C_A(n) = 39n$.

Formule B : les 120 € sont payés UNE SEULE FOIS, quel que soit n. Ils constituent donc un terme constant. Le coût total s'écrit $C_B(n) = 120 + 25n$.

Remarque de structure : C_A est une fonction linéaire (elle passe par l'origine, le coût est proportionnel à la durée), tandis que C_B est affine sans être linéaire — d'où l'absence de proportionnalité.

Pour comparer, on cherche d'abord le point d'équilibre, c'est-à-dire la valeur de n qui rend les deux coûts égaux.

$39n = 120 + 25n$. On retranche $25n$ aux deux membres : $14n = 120$.

$n = \frac{120}{14} = \frac{60}{7} \approx 8{,}57$.

Cette valeur n'est pas entière : il n'existe donc aucun nombre de mois pour lequel les deux formules coûtent exactement pareil. Il faut examiner les deux entiers voisins.

Pour $n = 8$: $C_A = 39 \times 8 = 312$ € et $C_B = 120 + 200 = 320$ €. La formule A reste meilleure, de 8 €.

Pour $n = 9$: $C_A = 39 \times 9 = 351$ € et $C_B = 120 + 225 = 345$ €. La formule B devient meilleure, de 6 €.

La formule B est donc plus avantageuse à partir de 9 mois.

Sur une année, soit $n = 12$: $C_A = 39 \times 12 = 468$ € et $C_B = 120 + 300 = 420$ €.

Économie réalisée avec B : $468 - 420 = 48$ €.

Interprétation : les 120 € d'inscription sont amortis parce que B économise 14 € chaque mois. Il faut $120 \div 14 \approx 8{,}6$ mois pour rentabiliser, ce qui confirme le résultat trouvé par l'équation.

Réponse. $C_A(n) = 39n$ et $C_B(n) = 120 + 25n$ · B devient plus avantageuse dès 9 mois · sur 12 mois, elle fait économiser 48 €.

Rappel de cours. Quand le point d'équilibre n'est pas entier, on ne l'arrondit pas : on teste les deux entiers qui l'encadrent et on conclut sur celui qui répond à la question.

Erreur fréquente. Répondre « à partir de 8,57 mois ». Un abonnement se compte en mois entiers, et la réponse attendue est 9.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 17 – Démontrer avec le calcul littéral

On commence par traduire l’énoncé. Deux entiers consécutifs s’écrivent n et $n+1$: c’est le choix d’écriture qui rend la démonstration possible.

La différence de leurs carrés, en prenant le plus grand au carré moins le plus petit, s’écrit $D = (n+1)^2 - n^2$.

On développe le carré à l’aide de l’identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = n$ et $b = 1$.

$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$.

Donc $D = n^2 + 2n + 1 - n^2$. Les termes n^2 et $-n^2$ s’éliminent.

$D = 2n + 1$.

Premier point à démontrer : $2n$ est pair, quel que soit l’entier n, car c’est un multiple de 2. En lui ajoutant 1, on obtient nécessairement un nombre impair.

$D = 2n + 1$ est donc toujours impair. ✔

Second point : la somme des deux entiers vaut $n + (n+1) = 2n + 1$.

On obtient exactement la même expression que D. La différence des carrés est donc bien égale à la somme des deux entiers. ✔

Illustration avec $n = 7$: les deux entiers sont 7 et 8. Différence des carrés : $64 - 49 = 15$. Somme : $7 + 8 = 15$. Et 15 est bien impair. ✔

Autre illustration avec $n = 24$: $625 - 576 = 49$, et $24 + 25 = 49$. ✔

Ce qu’il faut retenir sur la méthode : les exemples ne démontrent RIEN, ils suggèrent seulement. Seul le calcul littéral, valable pour tout n, constitue une preuve. Les exemples servent à vérifier qu’on ne s’est pas trompé.

Réponse. $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$, qui est impair et vaut exactement $n + (n+1)$.

Rappel de cours. Pour prouver qu’un nombre est impair, on le met sous la forme $2k + 1$; pour prouver qu’il est multiple de k, on le factorise par k.

Erreur fréquente. Écrire les entiers consécutifs n et $n + 2$, ou tester trois exemples et conclure. Ni l’un ni l’autre ne constitue une démonstration valable.

Correction de l’exercice 18 – Équation avec dénominateurs

Les fractions compliquent la manipulation : la première étape consiste donc à les faire disparaître en multipliant toute l’équation par un dénominateur commun.

Les dénominateurs sont 3, 4 et 2. Leur plus petit multiple commun est 12.

On multiplie CHAQUE terme des deux membres par 12 — c’est une opération licite car elle préserve l’égalité.

$12 \times \dfrac{2x-1}{3} = 4(2x-1)$, car $12 \div 3 = 4$.

$12 \times \dfrac{x+2}{4} = 3(x+2)$, car $12 \div 4 = 3$.

$12 \times \dfrac{1}{2} = 6$.

L’équation devient $4(2x-1) - 3(x+2) = 6$.

Point de vigilance : le signe $-$ devant la seconde parenthèse s’applique à tout son contenu après distribution du 3.

On développe : $8x - 4 - 3x - 6 = 6$.

On réduit le membre de gauche : $5x - 10 = 6$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

On ajoute 10 : $5x = 16$, puis on divise par 5 : $x = \frac{16}{5} = 3{,}2$.

Vérification, indispensable ici vu le nombre d'étapes. Premier terme : $\frac{2 \times 3{,}2 - 1}{3} = \frac{6{,}4 - 1}{3} = \frac{5{,}4}{3} = 1{,}8$.

Second terme : $\frac{3{,}2 + 2}{4} = \frac{5{,}2}{4} = 1{,}3$.

Différence : $1{,}8 - 1{,}3 = 0{,}5 = \frac{1}{2}$. ✔ La solution est confirmée.

Réponse. $x = \frac{16}{5} = 3{,}2$

Rappel de cours. Multiplier par le dénominateur commun est toujours préférable à un calcul de fractions terme à terme : moins d'étapes, donc moins d'occasions de se tromper.

Erreur fréquente. Ne multiplier qu'un seul membre, ou oublier de multiplier le $\frac{1}{2}$ du membre de droite. L'égalité serait rompue et la solution fausse — d'où l'importance de la vérification finale.

Correction de l'exercice 19 – Proportion après une modification d'effectif

Nombre de femmes avant : 45 % de 240, soit $240 \times 0{,}45$.

Calcul mental : 10 % de 240 = 24, donc 40 % = 96 et 5 % = 12. Total : 96 + 12 = 108 femmes.

Après le recrutement, DEUX quantités changent — c'est le point délicat de l'exercice.

Le nombre de femmes devient $108 + 20 = 128$.

Mais l'effectif total augmente aussi : $240 + 20 = 260$ salariés.

Nouvelle proportion : $\frac{128}{260}$.

On effectue la division : $128 \div 260 \approx 0{,}49231$.

En pourcentage : environ 49,2 %.

Pour la dernière question, il faut distinguer deux notions souvent confondues.

La proportion est passée de 45 % à 49,2 % : l'écart vaut $49{,}2 - 45 = 4{,}2$. On dit qu'elle a augmenté de 4,2 POINTS de pourcentage.

Ce n'est pas une augmentation de 4,2 %. Une augmentation de 4,2 % signifierait $45 \times 1{,}042 \approx 46{,}9$ %, ce qui est tout autre chose.

Si l'on veut l'évolution relative, elle vaut $\frac{49{,}2 - 45}{45} \approx 0{,}093$, soit environ +9,3 %.

Contrôle de vraisemblance : recruter uniquement des femmes doit augmenter leur proportion, sans la faire bondir puisque 20 personnes ne représentent qu'une petite partie de 260. Une hausse de quelques points est cohérente. ✔

Réponse. 108 femmes avant · 49,2 % après · soit une hausse de 4,2 POINTS (et non de 4,2 %).

Rappel de cours. Un écart entre deux pourcentages se mesure en POINTS. Un pourcentage d'évolution se calcule en divisant l'écart par la valeur de départ.

Erreur fréquente. Calculer $\frac{128}{240}$ en oubliant que l'effectif total a changé. On trouverait 53,3 %, nettement trop élevé.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 20 – Seuil de rentabilité

Le bénéfice est ce qui reste une fois les coûts déduits des recettes : $B(q) = R(q) - C(q)$.

$B(q) = 10q - (4q + 1\,200)$. Le signe $-$ porte sur toute la parenthèse : les deux termes changent de signe.

$B(q) = 10q - 4q - 1\,200 = 6q - 1\,200$.

Lecture de cette expression : chaque objet vendu rapporte 6 € de marge (10 € de recette moins 4 € de coût variable), et il faut couvrir 1 200 € de coût fixe.

Le seuil de rentabilité est la quantité à partir de laquelle le bénéfice devient positif. On résout $B(q) = 0$.

$6q - 1\,200 = 0$, donc $6q = 1\,200$ et $q = 200$.

Interprétation : à 200 objets, l’entreprise couvre exactement ses frais — elle ne perd ni ne gagne rien. Au-delà, chaque objet supplémentaire rapporte 6 € de bénéfice.

Sur le graphique, ce seuil correspond au point d’intersection des deux droites : celle du coût et celle de la recette. Avant, la droite de coût est au-dessus (perte) ; après, elle passe en dessous (bénéfice).

Pour un bénéfice d’au moins 600 €, on résout l’inéquation $6q - 1\,200 \geq 600$.

On ajoute 1 200 aux deux membres : $6q \geq 1\,800$.

On divise par 6, qui est POSITIF : le sens de l’inégalité est conservé. $q \geq 300$.

Il faut donc vendre au moins 300 objets.

Vérification : $B(300) = 6 \times 300 - 1\,200 = 1\,800 - 1\,200 = 600$ €. ✔ Et $B(299) = 594$ €, ce qui est bien insuffisant. ✔

Cohérence des deux résultats : passer de 200 à 300 objets ajoute 100 objets à 6 € de marge, soit exactement les 600 € recherchés. ✔

Réponse. $B(q) = 6q - 1\,200$ · seuil de rentabilité : 200 objets · au moins 300 objets pour 600 € de bénéfice.

Rappel de cours. Le coefficient de q dans $B(q)$ est la marge unitaire ; le terme constant est le coût fixe à amortir. Lire une expression, c’est déjà comprendre le problème.

Erreur fréquente. Oublier de changer les signes en développant $-(4q + 1\,200)$. On obtiendrait $B(q) = 14q - 1\,200$ et un seuil trois fois trop bas.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).