Fonctions polynômes du second degré — Première générale

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Un trinôme du second degré s'écrit de trois façons — développée $ax^2 + bx + c$, canonique $a(x - \alpha)^2 + \beta$, factorisée $a(x - x_1)(x - x_2)$ — et chacune répond à une question différente : la développée donne l'ordonnée à l'origine, la canonique donne le sommet et les variations, la factorisée donne les racines et le signe. Savoir passer de l'une à l'autre, c'est tout le chapitre. Ces 20 exercices installent le discriminant, la lecture d'une parabole et le tableau de signes, puis les appliquent à ce qui tombe en devoir : optimiser une aire, un bénéfice, une trajectoire. Les variations s'obtiennent ici par la forme canonique, sans dérivée — elle vient au chapitre suivant.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-generale/polynomes-second-degre

Exercice 1 – Reconnaître un trinôme et ses coefficients

Pour chaque fonction, dis s'il s'agit d'une fonction polynôme du second degré. Si oui, donne a, b, c et l'orientation de la parabole.

1. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

2. $g(x) = -x^2 + 4$

3. $h(x) = (x - 1)(x + 3)$

4. $k(x) = 2x + 7$

5. $m(x) = 5x^2$

Exercice 2 – Calculer des images

Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Calcule $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$ et $f(0{,}5)$.

Exercice 3 – De la forme canonique à la forme développée

Développe et réduis : $f(x) = (x - 3)^2 - 4$, puis $g(x) = 2(x + 1)^2 - 8$.

Exercice 4 – Lire le sommet sur la forme canonique

Pour chaque fonction donnée sous forme canonique, donne les coordonnées du sommet, l'axe de symétrie de la parabole, et dis s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

1. $f(x) = (x - 3)^2 - 4$

2. $g(x) = -2(x + 1)^2 + 5$

3. $h(x) = 3(x - 2)^2$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Premier discriminant

Résous l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$ à l'aide du discriminant, puis vérifie tes solutions de deux façons.

Exercice 6 – Les trois cas du discriminant

Résous chacune de ces équations et précise à chaque fois le nombre de solutions.

1. $2x^2 - 7x + 3 = 0$

2. $x^2 - 6x + 9 = 0$

3. $x^2 + x + 1 = 0$

Exercice 7 – Factoriser un trinôme

Factorise $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$, puis résous l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Exercice 8 – Trouver la forme canonique

Écris $f(x) = x^2 - 8x + 11$ sous forme canonique, puis donne le sommet de la parabole et le minimum de f.

Exercice 9 – Tableau de signes

On pose $f(x) = x^2 - x - 6$. Détermine les racines de f, dresse son tableau de signes, puis résous $f(x) \leq 0$ et $f(x) > 0$.

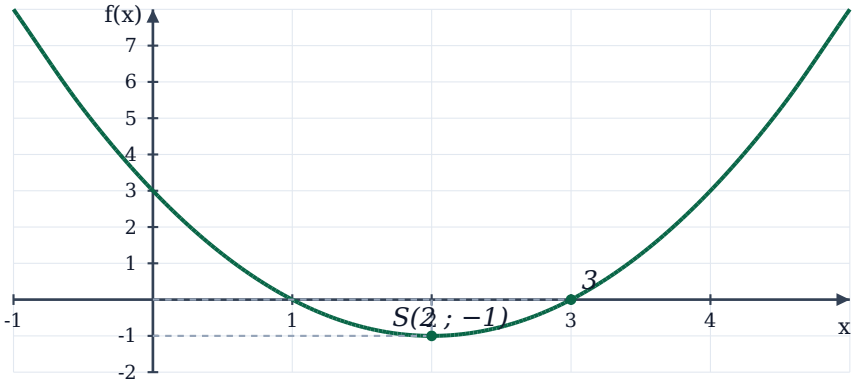
Exercice 10 – Lecture graphique d'une parabole

La parabole ci-dessous représente la fonction $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. Lis les racines de f et les coordonnées du sommet.

2. Résous graphiquement $f(x) < 0$.

3. Retrouve les racines et le sommet par le calcul.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 11 – Variations sans dérivée

Soit $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$.

1. Écris $f(x)$ sous forme canonique.

2. Déduis-en le sommet et le sens de variation de f.

3. Quel est le maximum de f et pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 12 – Optimiser une aire

On dispose de 40 m de grillage pour clôturer un enclos rectangulaire. On note x la largeur en mètres.

1. Exprime la longueur en fonction de x, puis l'aire $A(x)$.

2. Pour quelles valeurs de x le problème a-t-il un sens ?

3. Détermine les dimensions qui rendent l'aire maximale.

Exercice 13 – Inéquation à ramener à zéro

Résous l'inéquation $x^2 + 2x > 8$.

Exercice 14 – Intersection d'une parabole et d'une droite

Soit la parabole d'équation $y = x^2 - 2x + 3$ et la droite d'équation $y = x + 3$. Détermine les coordonnées de leurs points d'intersection.

Exercice 15 – Trajectoire d'un ballon

Un ballon est lancé depuis une hauteur de 1 m. Sa hauteur en mètres, t secondes après le lancer, est donnée par $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$. Le graphique représente cette trajectoire.

1. Quelle est la hauteur maximale atteinte, et à quel instant ?

2. À quel instant le ballon touche-t-il le sol, à 0,01 s près ?

3. Le ballon dépasse-t-il 20 m de hauteur ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Discuter selon un paramètre

On considère l'équation $x^2 + mx + 4 = 0$, où m est un nombre réel. Détermine, selon les valeurs de m, le nombre de solutions de cette équation.

Exercice 17 – Bénéfice d'une entreprise

Le bénéfice quotidien, en euros, d'un artisan qui produit x objets est modélisé par $B(x) = -0{,}5x^2 + 40x - 300$, pour x compris entre 0 et 100.

1. Quel est le bénéfice pour 10 objets ? Et pour 40 objets ?

2. Détermine la production qui rend le bénéfice maximal, et ce bénéfice.

3. Pour quelles productions entières l'artisan est-il bénéficiaire ?

Exercice 18 – Somme et produit des racines

Deux nombres ont pour somme 11 et pour produit 30.

1. Montre que ces deux nombres sont les racines de $x^2 - 11x + 30 = 0$, puis détermine-les.

2. Un rectangle a un périmètre de 22 cm et une aire de 30 cm². Quelles sont ses dimensions ?

3. Existe-t-il deux nombres de somme 4 et de produit 5 ?

Exercice 19 – Position d'une parabole et d'une droite

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 5$ et $g(x) = 2x - 3$. Détermine les positions relatives des deux courbes, c'est-à-dire les intervalles sur lesquels la parabole est au-dessus de la droite, et ceux où elle est en dessous.

Exercice 20 – Synthèse : étude complète d'un trinôme

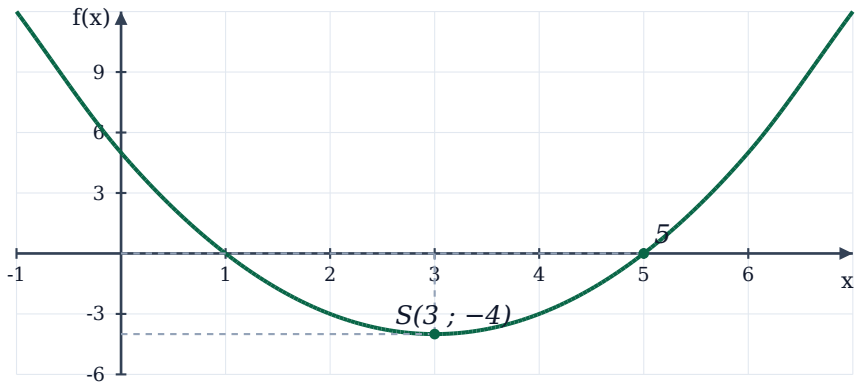
On considère $f(x) = x^2 - 6x + 5$, représentée ci-dessous.

1. Détermine les racines de f et sa forme factorisée.

2. Écris $f(x)$ sous forme canonique et donne le sommet.

3. Dresse le tableau de variations, puis le tableau de signes de f.

4. Résous l'équation $f(x) = 5$ et interprète graphiquement.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).