Suites numériques — Première générale

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Une suite, c'est une liste de nombres numérotés : u_0, u_1, u_2… L'indice n'est pas un exposant, et u_n n'est pas une multiplication — deux confusions qui suffisent à faire perdre l'exercice entier. Ces 20 exercices installent d'abord la notation et les deux modes de génération (formule explicite ou relation de récurrence), puis les deux modèles qui reviennent partout : la suite arithmétique, qui ajoute toujours la même chose, et la suite géométrique, qui multiplie toujours par la même chose — c'est-à-dire exactement une évolution à taux constant du chapitre précédent. Les derniers exercices traitent ce que le bac demande vraiment : modéliser une situation, chercher un seuil, et comparer une croissance linéaire à une croissance exponentielle.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-generale/suites-numeriques-introduction

Exercice 1 – Lire la notation d'une suite

Une suite (u_n) est définie pour tout entier $n \geq 0$ par $u_n = 3n - 5$. Calcule u_0, u_1, u_5 et u_{10}.

Exercice 2 – Suite définie par récurrence

Une suite (u_n) est définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier $n \geq 0$, $u_{n+1} = 3u_n - 1$. Calcule u_1, u_2, u_3 et u_4.

Exercice 3 – Arithmétique, géométrique ou ni l'une ni l'autre

Pour chacune de ces listes de termes consécutifs, dis si la suite est arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre, en précisant la raison quand elle existe.

1. $3\,;\,7\,;\,11\,;\,15$

2. $2\,;\,6\,;\,18\,;\,54$

3. $1\,;\,4\,;\,9\,;\,16$

4. $20\,;\,15\,;\,10\,;\,5$

5. $64\,;\,32\,;\,16\,;\,8$

Exercice 4 – Terme général d'une suite arithmétique

Une suite arithmétique (u_n) a pour premier terme $u_0 = 7$ et pour raison $r = -3$. Exprime u_n en fonction de n, puis calcule u_{20} et u_{50}.

Exercice 5 – Terme général d'une suite géométrique

Une suite géométrique (v_n) a pour premier terme $v_0 = 5$ et pour raison $q = 2$. Exprime v_n en fonction de n, puis calcule v_{10} et v_{12}.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Retrouver une suite arithmétique à partir de deux termes

Une suite arithmétique (u_n) vérifie $u_3 = 11$ et $u_9 = 35$. Détermine sa raison, son premier terme u_0, puis son terme général et u_{20}.

Exercice 7 – Retrouver une suite géométrique à partir de deux termes

Une suite géométrique (v_n) à termes positifs vérifie $v_2 = 18$ et $v_5 = 486$. Détermine sa raison, son premier terme v_0 et son terme général, puis calcule v_8.

Exercice 8 – Sens de variation par la différence

Une suite (u_n) est définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 6n + 5$.

1. Calcule les termes de u_0 à u_6.

2. Développe et réduis $u_{n+1} - u_n$.

3. Déduis-en le sens de variation de la suite.

Exercice 9 – Une évolution en pourcentage est une suite géométrique

La population d'une ville est de 25 000 habitants en 2026 et baisse de 2 % par an. On note u_n la population n années après 2026, donc $u_0 = 25\,000$.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n, puis donne la nature de la suite.

2. Exprime u_n en fonction de n.

3. Estime la population en 2031.

Exercice 10 – Modéliser par une suite arithmétique

Pour financer un projet, Léa dépose 150 € sur un compte à l'ouverture, puis 45 € chaque mois. On note u_n la somme disponible après n mois de versements, donc $u_0 = 150$.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n, puis u_n en fonction de n.

2. Quelle somme aura-t-elle au bout d'un an, puis de deux ans ?

3. Au bout de combien de mois dépassera-t-elle 1 000 € ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

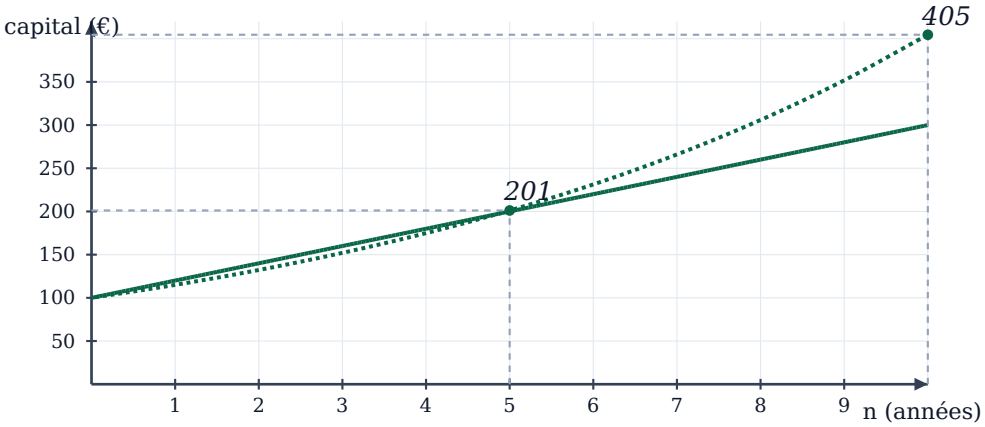
Exercice 11 – Linéaire contre exponentiel : lecture graphique

Deux placements de 100 € sont représentés ci-dessous : le placement A suit la suite $u_n = 100 + 20n$, le placement B la suite $v_n = 100 \times 1{,}15^n$, où n est le nombre d'années. Le tracé en trait plein est celui du placement A, le tracé en pointillés celui du placement B.

1. Donne la nature de chaque suite et sa raison.

2. Par lecture graphique, à partir de quelle année le placement B devient-il le plus avantageux ?

3. Confirme ce résultat par le calcul.



Exercice 12 – Somme de termes par regroupement

Un club de sport propose un défi : le premier mois, on court 20 km ; chaque mois suivant, on ajoute 5 km à la distance du mois précédent. Le défi dure 12 mois.

1. Quelle distance court-on le douzième mois ?

2. Quelle distance totale a-t-on parcourue sur les 12 mois ?

Exercice 13 – Recherche de seuil

On reprend la population $u_n = 25\,000 \times 0{,}98^n$ (baisse de 2 % par an à partir de 2026). À partir de quelle année la population passera-t-elle sous la barre des 20 000 habitants ?

Exercice 14 – Algorithme de calcul de seuil

On considère l'algorithme suivant, écrit en Python, appliqué à la suite $u_n = 25\,000 \times 0{,}98^n$:

u = 25000 n = 0 while u >= 20000 : u = u * 0.98 n = n + 1 print(n)

1. Que contiennent les variables u et n après trois passages dans la boucle ?

2. Qu'affiche cet algorithme ?

3. Comment le modifier pour qu'il affiche la population correspondante en plus du rang ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

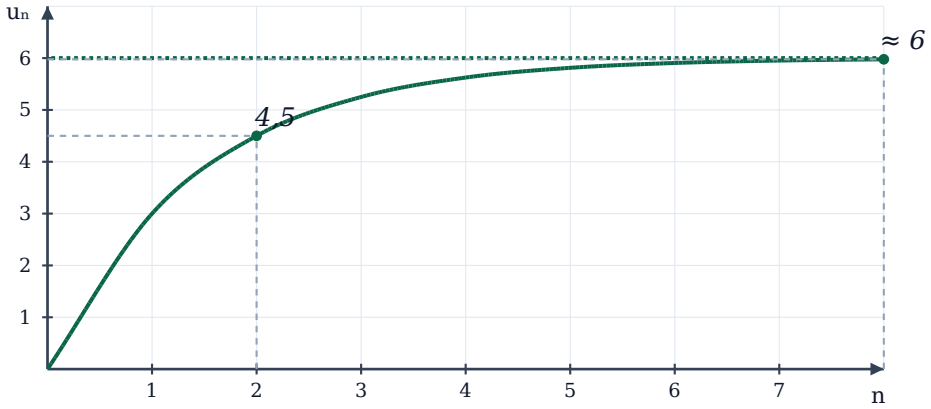
Exercice 15 – Une suite ni arithmétique ni géométrique

Une suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 0{,}5\,u_n + 3$.

1. Calcule u_1, u_2, u_3 et u_4.

2. Montre que cette suite n'est ni arithmétique ni géométrique.

3. Que semble-t-il se passer quand n devient grand ?



Exercice 16 – Épargne avec intérêts et versements

Un capital de 2 000 € est placé à 3 % par an. Chaque année, juste après le versement des intérêts, on ajoute 600 €. On note u_n le capital après n années, avec $u_0 = 2\,000$.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule le capital au bout de 4 ans, au centime près.

3. Compare avec un placement sans intérêts où l'on ajouterait simplement 600 € par an.

Exercice 17 – Deux propositions de salaire

Une entreprise propose deux évolutions de salaire à partir de 30 000 € annuels. Offre A : une augmentation fixe de 1 500 € par an. Offre B : une augmentation de 4 % par an.

1. Exprime A_n et B_n, les salaires après n années, en fonction de n.

2. Compare les deux offres au bout de 5 ans, puis de 10 ans.

3. À partir de quelle année l'offre B devient-elle la plus intéressante ?

Exercice 18 – Décote d'un véhicule

Une voiture achetée 22 000 € perd 18 % de sa valeur la première année, puis 12 % par an les années suivantes. On note v_n sa valeur après n années.

1. Calcule v_1, puis exprime v_n pour $n \geq 1$.

2. Quelle est sa valeur au bout de 5 ans ?

3. Au bout de combien d'années la voiture vaut-elle moins de la moitié de son prix d'achat ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Population avec départs annuels

Une commune compte 40 000 habitants. Chaque année, la population augmente de 1,2 % du fait des naissances, puis 250 habitants quittent la commune. On note u_n la population après n années, avec $u_0 = 40\,000$.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule la population après 4 ans, arrondie à l'unité.

3. Existe-t-il une population de départ pour laquelle la commune serait stable ?

Exercice 20 – Synthèse : choisir un plan d'épargne

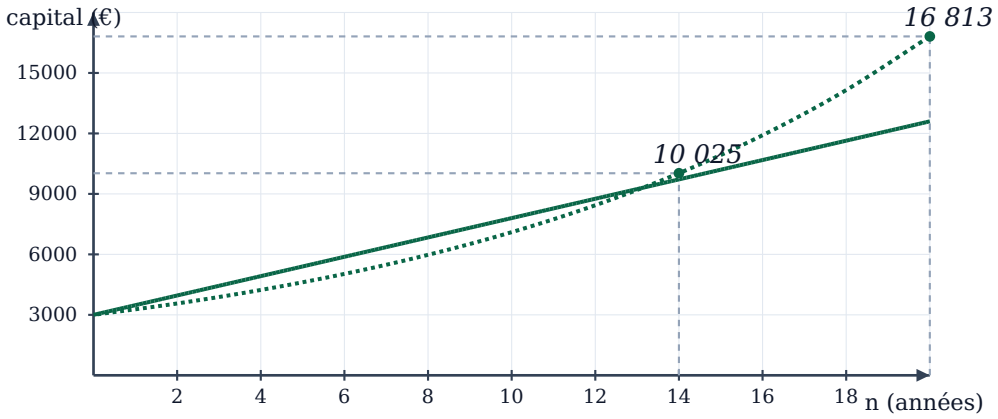
Deux plans d'épargne partent d'un capital de 3 000 €. Le plan A ajoute 480 € chaque année. Le plan B rapporte 9 % par an. Le graphique représente les deux plans sur 20 ans : le trait plein est le plan A, les pointillés le plan B.

1. Donne la nature de chaque suite, sa raison et son terme général.

2. Compare les capitaux au bout de 10 ans.

3. Détermine l'année à partir de laquelle le plan B devient le plus rentable.

4. Quel plan conseiller à quelqu'un qui épargne pour un projet à 20 ans ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).