Équations du second degré — Première spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Résoudre une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$, c'est trouver ses racines. Selon les cas on utilise le discriminant, une factorisation, une racine évidente ou un changement de variable. Ces exercices corrigés couvrent toutes les méthodes : discriminant, factorisation, équations produit, équations bicarrées et problèmes de mise en équation. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/equations-second-degre

Exercice 1 – Équation sans terme constant

Résoudre $x^2 - 5x = 0$.

Exercice 2 – Équation sans terme en x

Résoudre $x^2 - 9 = 0$.

Exercice 3 – Avec discriminant

Résoudre $x^2 - 7x + 12 = 0$.

Exercice 4 – Un carré égal à un nombre

Résoudre $(x + 3)^2 = 5$ sans développer.

Exercice 5 – Racine évidente

On considère $x^2 - 4x + 3 = 0$. Vérifier que 1 est racine, puis trouver l'autre.

Exercice 6 – Équation produit

Résoudre $(2x - 1)(x + 4) = 0$.

Exercice 7 – Se ramener à une équation produit

Résoudre $x^2 = 3x$.

Exercice 8 – Coefficients décimaux

Résoudre $0{,}5x^2 + x - 1{,}5 = 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Racine évidente et produit des racines

Résoudre $2x^2 + 3x - 5 = 0$ sans calculer le discriminant.

Exercice 10 – Équation avec fractions

Résoudre $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$.

Exercice 11 – Équation bicarrée

Résoudre $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

Exercice 12 – Équation se ramenant au second degré

Résoudre $\frac{x+1}{x-2} = x$ (avec $x \neq 2$).

Exercice 13 – Mise en équation : produit de deux nombres

La somme de deux nombres est 10 et leur produit 21. Déterminer ces deux nombres.

Exercice 14 – Une inconnue au dénominateur

Résoudre $x + \frac{6}{x} = 5$ pour $x \neq 0$.

Exercice 15 – Les poignées de main

À une réunion, chaque personne serre la main de toutes les autres une seule fois. On compte 45 poignées de main. Combien de personnes sont présentes ?

Exercice 16 – Type bac : problème géométrique

Un rectangle a une longueur dépassant la largeur de 3 cm, et une aire de 40 cm^2. Déterminer ses dimensions.

Exercice 17 – Type bac : vitesse et durée

Un cycliste parcourt 60 km. S'il roulait 5 km/h plus vite, il mettrait 1 h de moins. Déterminer sa vitesse v. (On utilisera durée = distance / vitesse.)

Exercice 18 – Type bac : aire d'un cadre

Un tableau carré de côté 20 cm est entouré d'un cadre de largeur constante x. L'aire totale (tableau + cadre) vaut 576 cm^2. Déterminer x.

Exercice 19 – Type bac : deux carrés

La somme des aires de deux carrés est 100 cm^2. Le côté de l'un dépasse celui de l'autre de 2 cm. Déterminer les côtés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : le nombre d’or

Un rectangle a une largeur de 1 et une longueur $x > 1$. Si on en retire un carré de côté 1, le rectangle restant (de côtés $x - 1$ et 1) a les mêmes proportions que le rectangle de départ : $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$.

1. Montrer que x vérifie $x^2 - x - 1 = 0$.

2. En déduire la valeur exacte de x, puis une valeur approchée.

3. Vérifier que $x^2 = x + 1$ et que $\frac{1}{x} = x - 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Équation sans terme constant

On factorise par x : $x(x-5)=0$.

Un produit est nul si l'un des facteurs l'est : $x=0$ ou $x-5=0$, donc $x=0$ ou $x=5$.

Réponse. $S=\{0\,;5\}$.

Rappel de cours. Pas de terme constant : on factorise par x. Inutile d'utiliser le discriminant ici.

Erreur fréquente. Ne pas « simplifier par x » (cela ferait perdre la solution $x=0$). On factorise.

Correction de l'exercice 2 – Équation sans terme en x

$x^2=9$, donc $x=\pm 3$.

(On peut aussi factoriser : $x^2-9=(x-3)(x+3)=0$.)

Réponse. $S=\{-3\,;3\}$.

Rappel de cours. $x^2=k$ (avec $k>0$) donne $x=\pm\sqrt{k}$. Identité $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ utile aussi.

Correction de l'exercice 3 – Avec discriminant

$\Delta=49-48=1$, $\sqrt{\Delta}=1$.

$x_1=\dfrac{7-1}{2}=3$; $x_2=\dfrac{7+1}{2}=4$.

Réponse. $S=\{3\,;4\}$.

Rappel de cours. $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$. On peut vérifier avec somme $=7$, produit $=12$.

Correction de l'exercice 4 – Un carré égal à un nombre

$X^2=5\Leftrightarrow X=\sqrt{5}$ ou $X=-\sqrt{5}$, avec $X=x+3$.

$x=-3+\sqrt{5}$ ou $x=-3-\sqrt{5}$.

Réponse. $S=\{-3-\sqrt{5}\,;-3+\sqrt{5}\,\}$.

Rappel de cours. Inutile de calculer Δ quand l'équation est déjà de la forme $(x-\alpha)^2=k$.

Correction de l'exercice 5 – Racine évidente

$1^2-4\times 1+3=1-4+3=0$: 1 est bien racine.

Produit des racines $=\dfrac{c}{a}=3$. Si une racine est 1, l'autre x_2 vérifie $1\times x_2=3$, donc $x_2=3$.

Réponse. $S=\{1\,;3\}$.

Rappel de cours. Une racine évidente (souvent 1 ou -1) + le produit $\frac{c}{a}$ donne l'autre racine sans discriminant.

Correction de l'exercice 6 – Équation produit

Un produit est nul si l'un des facteurs est nul.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$; $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$.

Réponse. $S = \left\{-4\,;\,\frac{1}{2}\right\}$.

Rappel de cours. Équation produit $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$. Pas besoin de développer.

Correction de l'exercice 7 – Se ramener à une équation produit

On ramène tout d'un côté : $x^2 - 3x = 0$.

Factorisation : $x(x - 3) = 0$, donc $x = 0$ ou $x = 3$.

Réponse. $S = \{0\,;3\}$.

Erreur fréquente. Ne pas diviser par x (perte de $x = 0$). On passe tout d'un côté puis on factorise.

Correction de l'exercice 8 – Coefficients décimaux

On multiplie par 2 (équation équivalente) : $x^2 + 2x - 3 = 0$.

$\Delta = 4 + 12 = 16$, $x = \frac{-2-4}{2} = -3$ ou $x = \frac{-2+4}{2} = 1$.

Réponse. $S = \{-3\,;1\}$.

Rappel de cours. Multiplier une équation par un nombre non nul ne change pas ses solutions.

Correction de l'exercice 9 – Racine évidente et produit des racines

1 est racine évidente : $2 + 3 - 5 = 0$.

Le produit des racines vaut $\frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$. Comme $x_1 = 1$, l'autre racine est $x_2 = -\frac{5}{2}$.

Vérification : $2 \times \frac{25}{4} - \frac{15}{2} - 5 = 12{,}5 - 7{,}5 - 5 = 0$.

Réponse. $S = \left\{-\frac{5}{2}\,;1\right\}$.

Rappel de cours. Si $a + b + c = 0$, alors 1 est racine et l'autre racine vaut $\frac{c}{a}$.

Correction de l'exercice 10 – Équation avec fractions

On multiplie tout par 2 pour enlever la fraction : $x^2 - 2x - 8 = 0$.

$\Delta = 4 + 32 = 36$, $\sqrt{\Delta} = 6$. $x_1 = \frac{2-6}{2} = -2$; $x_2 = \frac{2+6}{2} = 4$.

Réponse. $S = \{-2\,;4\}$.

Rappel de cours. Multiplier par le dénominateur (ici 2) simplifie les calculs sans changer les solutions.

Correction de l'exercice 11 – Équation bicarrée

On pose $X = x^2 \geq 0$: $X^2 - 13X + 36 = 0$.

$\Delta = 169 - 144 = 25$, $X = \frac{13 \pm 5}{2}$: $X = 9$ ou $X = 4$.

$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$; $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$.

Réponse. $S = \{-3\,;-2\,;2\,;3\}$.

Rappel de cours. Bicarrée : poser $X = x^2 \geq 0$, résoudre en X, puis revenir à x ($\pm$ pour

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

chaque $X > 0$).

Correction de l'exercice 12 – Équation se ramenant au second degré

On multiplie par $(x-2)$: $x+1 = x(x-2) = x^2 - 2x$.

$0 = x^2 - 2x - x - 1 = x^2 - 3x - 1$. $\Delta = 9 + 4 = 13$, $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.

Les deux valeurs sont $\neq 2$: elles conviennent.

Réponse. $x = \dfrac{3 - \sqrt{13}}{2}$ ou $x = \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}$.

Rappel de cours. Équation avec quotient : multiplier par le dénominateur (en notant la valeur interdite), puis résoudre le trinôme.

Erreur fréquente. Toujours vérifier que les solutions respectent la condition $x \neq 2$.

Correction de l'exercice 13 – Mise en équation : produit de deux nombres

Deux nombres de somme $S = 10$ et produit $P = 21$ sont les racines de $x^2 - Sx + P = 0$, soit $x^2 - 10x + 21 = 0$.

$\Delta = 100 - 84 = 16$, $x = \dfrac{10 \pm 4}{2}$: $x = 3$ ou $x = 7$.

Réponse. Les deux nombres sont 3 et 7.

Rappel de cours. Somme S, produit P : les nombres sont racines de $x^2 - Sx + P = 0$.

Correction de l'exercice 14 – Une inconnue au dénominateur

On multiplie par $x \neq 0$: $x^2 + 6 = 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$.

$\Delta = 25 - 24 = 1$, $x = \dfrac{5-1}{2} = 2$ ou $x = \dfrac{5+1}{2} = 3$.

Aucune n'est interdite. Vérification : $2 + 3 = 5$ et $3 + 2 = 5$.

Réponse. $S = \{2\,;3\}$.

Rappel de cours. Multiplier par l'expression du dénominateur n'est permis que si elle est non nulle : on note les valeurs interdites d'abord.

Correction de l'exercice 15 – Les poignées de main

Avec n personnes, chacune serre $n-1$ mains, mais chaque poignée de main est comptée deux fois (une par personne) : il y en a $\dfrac{n(n-1)}{2}$.

$\dfrac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0$.

$\Delta = 1 + 360 = 361 = 19^2$, donc $n = \dfrac{1+19}{2} = 10$ ou $n = \dfrac{1-19}{2} = -9$.

n est un entier positif : $n = 10$.

Réponse. 10 personnes.

Rappel de cours. Modéliser, résoudre, puis ne garder que les solutions qui ont un sens dans le contexte.

Correction de l'exercice 16 – Type bac : problème géométrique

Soit x la largeur. La longueur est $x + 3$, l'aire $x(x+3) = 40$.

$x^2 + 3x - 40 = 0$. $\Delta = 9 + 160 = 169$, $\sqrt{\Delta} = 13$. $x = \dfrac{-3 \pm 13}{2}$: $x = 5$ ou $x = -8$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Une largeur est positive : $x = 5$. Dimensions : largeur 5 cm, longueur 8 cm.

Réponse. Largeur 5 cm, longueur 8 cm.

Rappel de cours. On pose l'inconnue, on traduit l'énoncé en équation, on résout, puis on garde les solutions ayant un sens (longueur > 0).

Erreur fréquente. Rejeter $x = -8$: une longueur négative n'a pas de sens géométrique.

Correction de l'exercice 17 – Type bac : vitesse et durée

Durée à vitesse v : $\frac{60}{v}$. Durée à $v + 5$: $\frac{60}{v+5}$. La condition : $\frac{60}{v} - \frac{60}{v+5} = 1$.

On multiplie par $v(v + 5)$: $60(v + 5) - 60v = v(v + 5)$, soit $300 = v^2 + 5v$.

$v^2 + 5v - 300 = 0$. $\Delta = 25 + 1200 = 1225$, $\sqrt{\Delta} = 35$. $v = \frac{-5 \pm 35}{2}$: $v = 15$ ou $v = -20$.

Vitesse positive : $v = 15$ km/h.

Réponse. La vitesse du cycliste est 15 km/h.

Rappel de cours. Problèmes de vitesse : modéliser les durées par $\frac{d}{v}$, poser l'équation, multiplier par le dénominateur commun.

Correction de l'exercice 18 – Type bac : aire d'un cadre

Le grand carré a pour côté $20 + 2x$ (le cadre s'ajoute des deux côtés). Aire : $(20 + 2x)^2 = 576$.

$20 + 2x = \sqrt{576} = 24$ (on garde la racine positive), donc $2x = 4$ et $x = 2$.

Réponse. La largeur du cadre est $x = 2$ cm.

Rappel de cours. Un cadre de largeur x ajoute $2x$ à chaque dimension (de part et d'autre). Penser à ce facteur 2.

Correction de l'exercice 19 – Type bac : deux carrés

Soit x le petit côté ; l'autre est $x + 2$. Aires : $x^2 + (x + 2)^2 = 100$.

$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100$, soit $2x^2 + 4x - 96 = 0$, ou $x^2 + 2x - 48 = 0$.

$\Delta = 4 + 192 = 196$, $\sqrt{\Delta} = 14$. $x = \frac{-2 \pm 14}{2}$: $x = 6$ ou $x = -8$.

Côté positif : $x = 6$. Les côtés sont 6 cm et 8 cm.

Réponse. Les côtés mesurent 6 cm et 8 cm.

Rappel de cours. Développer $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$, regrouper, puis simplifier l'équation (diviser par 2) avant le discriminant.

Correction de l'exercice 20 – Type bac : le nombre d'or

1) $x(x - 1) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$ ($x \neq 1$).

2) $\Delta = 1 + 4 = 5$, racines $\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$ et $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Comme $x > 1$: $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$.

3) $x^2 - x - 1 = 0$ s'écrit $x^2 = x + 1$. En divisant par $x \neq 0$: $x = 1 + \frac{1}{x}$, donc $\frac{1}{x} = x - 1 \approx 0{,}618$.

Réponse. $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$ (le nombre d'or).

Rappel de cours. Une équation du second degré peut avoir deux solutions mathématiques dont une seule convient au problème.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).