

# Fonction exponentielle — Première spécialité

## 20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

### Présentation

La fonction exponentielle est l'unique fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$  égale à sa dérivée et valant 1 en 0. Elle transforme les sommes en produits,  $e^{x+y} = e^x e^y$ , elle est strictement positive et strictement croissante. Ces 20 exercices corrigés de Première spécialité couvrent tout le chapitre : simplifier, résoudre des équations et des inéquations, dériver  $t \mapsto e^{at}$ , étudier des fonctions comme  $(x-1)e^x$ , relier l'exponentielle aux suites géométriques et à la méthode d'Euler, et modéliser une croissance ou une décroissance exponentielle.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :  
[mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/fonction-exponentielle](http://mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/fonction-exponentielle)

### Exercice 1 - Écrire sous la forme $e^a$

Écris chaque nombre sous la forme  $e^a$ .

1.  $e^2 \times e^5$

2.  $\frac{e^4}{e^{-1}}$

3.  $(e^{-2})^3$

### Exercice 2 - Simplifier avec $x$

Pour tout réel  $x$ , simplifie  $A = e^{3x} \times e^{1-x}$  et  $B = \frac{e^{2x+1}}{e^{x-2}}$ .

### Exercice 3 - Développer

Pour tout réel  $x$ , développe  $(e^x + 2)^2$  et  $(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})$ .

### Exercice 4 - Équations simples

Résous dans  $\mathbb{R}$  :  $e^{2x-3} = e^{x+1}$ , puis  $e^{4x} = 1$ , puis  $e^x = -5$ .

### Exercice 5 - Inéquations

Résous dans  $\mathbb{R}$  :  $e^{1-x} \geq e^3$  et  $e^{2x} < e$ .

### Exercice 6 - Exposant du second degré

Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $e^{x^2} = e^{5x-6}$ .

**Exercice 7 - Factoriser pour résoudre**

Résous dans  $\mathbb{R}$  :  $xe^x - 3e^x = 0$ , puis  $(x - 3)e^x < 0$ .

**Exercice 8 - Dérivées**

Calcule la dérivée de  $f(x) = 4e^x - x^3$ , de  $g(t) = 6e^{-0,5t}$  et de  $h(x) = xe^x$ .

**Exercice 9 - Dérivée d'un quotient**

Calcule la dérivée de  $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$  sur  $\mathbb{R}$  et étudie son signe.

**Exercice 10 - Étude d'une fonction**

Soit  $f(x) = (x + 2)e^x$  sur  $\mathbb{R}$ . Étudie ses variations et donne son minimum.

**Exercice 11 - Un maximum avec  $e^{-x}$** 

Soit  $f(x) = 2xe^{-x}$  sur  $\mathbb{R}$ . Montre que  $f'(x) = 2(1 - x)e^{-x}$  et donne le maximum de  $f$ .

**Exercice 12 - Équation de tangente**

Détermine l'équation de la tangente à la courbe de  $f(x) = xe^x$  au point d'abscisse 1.

**Exercice 13 - Une inégalité célèbre**

Démontre que pour tout réel  $x$ ,  $e^x \geq 1 + x$ , en étudiant  $g(x) = e^x - 1 - x$ .

**Exercice 14 - Suite géométrique**

Soit  $u_n = 5e^{-0,5n}$  pour  $n \geq 0$ . Montre que  $(u_n)$  est géométrique, donne sa raison et son sens de variation.

**Exercice 15 - Somme de termes**

Calcule la valeur exacte puis une valeur approchée de  $S = 1 + e + e^2 + e^3 + e^4$ .

**Exercice 16 - Méthode d'Euler**

On approche la fonction exponentielle par la méthode d'Euler avec le pas  $h = 0,25$ , à partir de  $f(0) = 1$ . Donne l'approximation obtenue pour  $f(1)$  et compare-la à  $e$ .

**Exercice 17 - Décroissance radioactive**

Un échantillon contient  $N(t) = 600e^{-0,1t}$  milliards de noyaux radioactifs après  $t$  années.

1. Calcule  $N(5)$  et  $N(10)$  à l'unité.
2. Montre que  $N$  est décroissante.
3. Encadre la demi-vie par deux entiers.

**Exercice 18 - Capital placé**

On place 300 € « en continu » au taux de 5 % : le capital vaut  $C(t) = 300 e^{0,05t}$  après  $t$  années. Calcule  $C(10)$  et compare avec un placement à intérêts composés annuels,  $300 \times 1,05^{10}$ .

**Exercice 19 - Concentration maximale**

La concentration d'un médicament (en mg/L) est  $C(t) = 9te^{-t}$  pour  $t \geq 0$  (en heures). Quand est-elle maximale, et que vaut ce maximum ?

**Exercice 20 - Refroidissement**

La température d'une boisson (en °C) est  $T(t) = 4 + 18e^{-0,2t}$ , où  $t$  est en minutes après sa mise au réfrigérateur.

1. Calcule  $T(0)$  et étudie les variations de  $T$ .
2. Au bout de combien de minutes entières la boisson est-elle sous 10 °C ?